

Tre tipi di ruote dentate:  
cilindriche a denti dritti  
cilindriche a denti elicoidali  
coniche a denti dritti  
Roberto Muscia

# TRE TIPI DI RUOTE DENTATE: CILINDRICHE A DENTI DRITTI CILINDRICHE A DENTI ELICOIDALI CONICHE A DENTI DRITTI

Roberto Muscia



EUT- Edizioni Università di Trieste 2013  
E-ISBN: 978-88-8303-533-3



## PREFAZIONE

Lo scopo di questa breve trattazione consiste nell'illustrare il più chiaramente possibile la geometria, il funzionamento e la rappresentazione tecnica di tre comunissimi tipi di ruote dentate: cilindriche a denti dritti ed elicoidali e coniche a denti dritti. Volutamente si è mantenuto il numero di pagine entro un numero assai ridotto in modo da porre in risalto esclusivamente le nozioni e le concezioni che consentono di comprendere il modo in cui questo tipo di organo è concepito in termini geometrici. A tale scopo la monografia, su circa sessanta pagine, include più di cinquanta disegni e cinque tabelle. In relazione all'argomento si osserva che le trattazioni riguardanti sia la rappresentazione tecnica sia la cinematica di funzionamento e i calcoli di resistenza sono assai numerose e spesso molto corpose. Nelle pagine seguenti pertanto si presenta un "estratto" il più possibile sintetico relativo all'argomento delle ruote dentate, limitandosi ai tre tipi precedentemente citati. Le formule quindi sono state ridotte al minimo e per l'approfondimento si rimanda ai vari testi/manuali (per es. [1]-[5]) o altro [6] che trattano tradizionalmente gli aspetti cinematici e di resistenza relativi a questi organi. L'impostazione seguita, basata essenzialmente sull'uso della Geometria descrittiva, avrebbe quindi l'obiettivo di descrivere l'oggetto e il relativo funzionamento il più possibile senza formule. Pertanto nelle pagine successive è definita principalmente la concezione geometrica del dispositivo. Compresa quindi la geometria del sistema e il relativo principio di funzionamento, risulterà possibile quantificare con esattezza la geometria stessa con una adeguata formulazione matematica che descrive una realtà fisica (sia in termini cinematici, con l'introduzione del tempo, sia dal punto di vista della resistenza meccanica). Questo aspetto, comunque, non viene trattato nella presente monografia in quanto, come già osservato, lo scopo perseguito in questo lavoro è quello di descrivere in modo geometrico e qualitativo più esatti possibile l'organo "ruota dentata". Questa impostazione consente di giustificare ed interpretare correttamente la rappresentazione tecnica unificata [7] di questo tipo di organi (argomento specificatamente trattato nella monografia). Come accennato inizialmente, i tre tipi di ruote dentate considerate sono quelle cilindriche a denti dritti ed elicoidali e le ruote dentate coniche a denti dritti. Alla fine di ciascun paragrafo relativo alla singola ruota si è voluto inserire una brevissima indicazione delle forze (sostanzialmente in termini di direzione e verso) che un dente di una ruota applica all'altro dente della relativa ruota dentata ingranata. Questa indicazione ha lo scopo di individuare, sempre qualitativamente, quali sono le forze che sono applicate a due ruote dentate in presa che stanno trasmettendo un momento torcente (a regime e nell'ipotesi semplificativa che solo una coppia di denti risulti a contatto durante l'ingranamento). In tal modo è possibile comprendere come disegnare i sistemi di vincolo delle ruote dentate calettate sui rispettivi alberi senza che si sfilino assialmente durante il funzionamento (si devono considerare opportuni spallamenti, battute, ecc.). Conseguentemente è anche possibile dedurre come devono essere vincolati i supporti degli alberi su cui sono calettate le ruote stesse. Un testo "classico", in italiano, che fornisce indicazioni dettagliate con disegni sulle modalità di calettamento delle ruote dentate sugli alberi è indicato in [8].

# Indice

<b>Tre tipi di ruote dentate</b>	pag.1
<b>1. Ruote dentate cilindriche a denti dritti</b>	pag.2
Cenno sulle correzioni delle ruote dentate a denti dritti	pag.13
Rappresentazioni unificate delle ruote dentate a denti dritti	pag.13
Forze mutue scambiate tra due ruote dentate cilindriche a denti dritti	pag.18
Dimensionamento del corpo ruota	pag. 20
<b>2. Ruote dentate cilindriche a denti elicoidali</b>	pag. 23
Ruota dentata ideale associata alla ruota dentata cilindrica a denti dritti	pag. 29
Modalità di funzionamento delle ruote dentate cilindriche elicoidali	pag. 33
Cenno sulla correzione della dentatura	pag. 35
Rappresentazioni unificate delle ruote dentate cilindriche a denti elicoidali	pag. 35
Forze mutue scambiate tra due ruote dentate cilindriche a denti elicoidali	pag. 37
Dimensionamento del corpo ruota	pag. 38
<b>3. Ruote dentate coniche a denti dritti</b>	pag. 39
Evolvente sferica e generazione geometrica dei fianchi dei denti di una ruota dentata conica a denti dritti	pag. 40
Ruota dentata ideale associata alla ruota dentata conica a denti dritti	pag. 40
Generazione geometrica di una ruota dentata conica denti dritti basata sulla ruota ideale ed approssimazione di Tredgold	pag. 45
Grandezze caratteristiche di una ruota dentata conica a denti dritti	pag. 46
Alcune relazioni quantitative tra i parametri geometrici delle ruote dentate coniche a denti dritti	pag. 49
Rappresentazioni unificate delle ruote dentate coniche a denti dritti	pag. 52
Modalità di funzionamento delle ruote dentate coniche a denti dritti e forze trasmesse	pag. 57
Dimensionamento del corpo ruota	pag. 61
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	Pag. 62

# Tre tipi di ruote dentate

Le ruote dentate sono pulegge munite di apposite sporgenze debitamente profilate che costituiscono i denti. Questi denti impediscono gli slittamenti e consentono di trasmettere fra gli assi forze notevoli. La trasmissione con ruote dentate può aver luogo fra

- assi paralleli;
- assi concorrenti;
- assi sghembi.

La trasmissione fra assi paralleli può aver luogo con:

- ingranaggi cilindrici esterni;
- ingranaggi cilindrici interni.

L'ingranaggio è il meccanismo costituito da due ruote dentate, girevoli attorno ad assi, di posizione relativa invariabile. Una delle ruote trascina l'altra per l'azione dei denti in presa.

Due ruote dentate in presa quella con il minore numero di denti prende il nome di rocchetto e di ruota quella con il numero di denti maggiore. Ruota motrice e la ruota di un ingranaggio che trascina l'altra, che viene a sua volta chiamata ruota condotta.

Il rapporto tra le velocità angolari delle due ruote di un ingranaggio è detto rapporto d'ingranaggio. Esso si definisce anche come rapporto tra il numero di denti della ruota e quello del rocchetto.

Per rapporto di trasmissione si intende invece il rapporto tra la velocità angolare della prima ruota motrice di una combinazione di ingranaggi (treno di ingranaggi o ruotismo) è quella dell'ultima ruota condotta. Nel caso di due sole ruote dentate accoppiate il rapporto di trasmissione coincide con quello di ingranaggio.

Questi ingranaggi, con riferimento alla disposizione e alla forma dei loro denti possono essere:

- a denti dritti;
- a denti elicoidali;
- a denti biellicodali;
- di altri tipi.

Esaminiamo ora tre tipi di ruote dentate: cilindriche a denti dritti, cilindriche a denti elicoidali e coniche a denti dritti.

## 1. Ruote dentate cilindriche a denti dritti



Per introdurre le ruote dentate a denti dritti consideriamo le due ruote di frizione illustrate nella Fig.1.1. La distanza tra gli assi di rotazione delle due ruote è chiamata interasse.

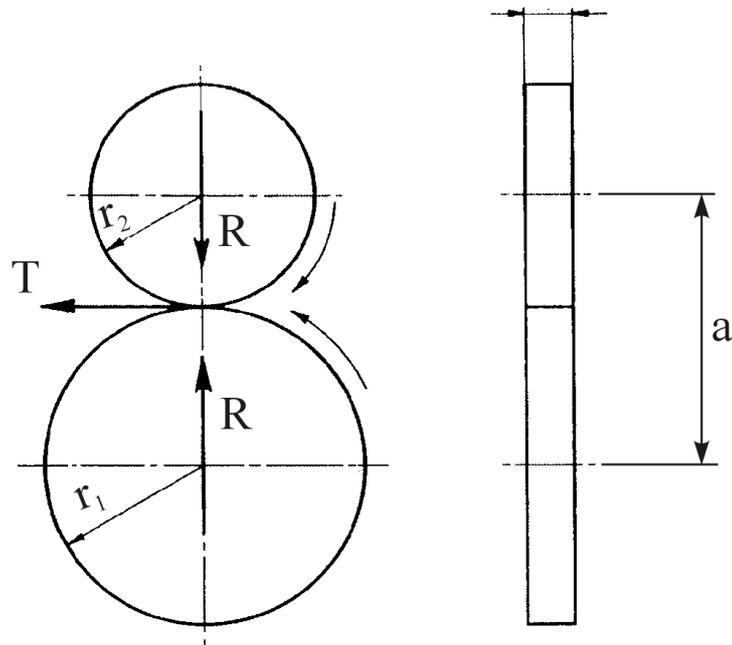


Fig. 1.1 – Ruote di frizione cilindriche ad assi paralleli e interasse a.

Le ruote di frizione permettono la trasmissione di un moto circolare continuo fra due alberi disposti a distanza limitata. La trasmissione del moto avviene in quanto la ruota motrice impone, per attrito, la propria velocità periferica alla ruota condotta. Occorre pertanto che le due ruote siano fortemente premute l'una contro l'altra con una forza capace di produrre una resistenza d'attrito sufficiente ad equilibrare la forza periferica tangenziale da trasmettere.

Le superfici delle due ruote a contatto, che rotolano l'una sull'altra senza strisciare, sono denominate superfici primitive. Due punti a contatto, appartenenti a queste superfici primitive, hanno pertanto la stessa velocità periferica

$$V_1 = V_2 \quad ,$$

ovvero

$$2\pi r_1 n_1 = 2\pi r_2 n_2 \quad ,$$

da cui, il rapporto di ingranaggio vale

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad .$$

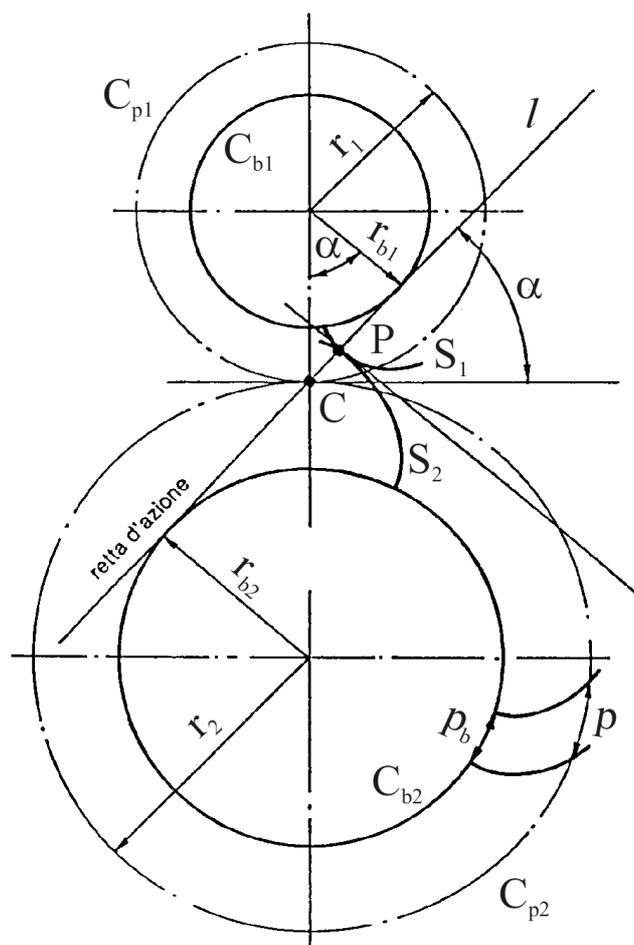


Fig. 2.1 – Generazione dei fianchi denti con evolventi di circonferenza.

Nell'equazione precedente  $n_1$  e  $n_2$  rappresentano le velocità angolari delle due ruote espresse in numeri di giri al minuto.  $\omega_1$  e  $\omega_2$  sono le stesse velocità, però espresse in rad/s. Si può quindi affermare che in una trasmissione con ruote di frizione, senza strisciamento, il numero di giri delle ruote è inversamente proporzionale ai loro raggi e quindi ai loro diametri.

Le ruote di frizione non sono adatte quando si devono trasmettere grandi sforzi e quando è rigorosamente prescritto un determinato rapporto di trasmissione perché vi è la possibilità che avvenga uno scivolamento fra le ruote stesse.

Nella Fig. 2.1 è illustrato il tracciamento dei profili coniugati ad evolvente di cerchio che definisce il fianco dei denti delle ruote dentate cilindriche a denti dritti. Il termine "coniugato" sta ad indicare la tangenza dei due profili ad evolvente  $S_1$  e  $S_2$  in accordo alla rappresentazione illustrata nella figura. In tale figura distinguiamo la circonferenza di base denominata  $C_{b1}$  con il raggio corrispondente  $r_{b1}$  alla quale risulta tangente la cosiddetta retta d'azione denominata con la lettera  $l$ . Questa retta è pure tangente alla circonferenza di base della seconda ruota denominata  $C_{b2}$  di raggio  $r_{b2}$ . I due profili  $S_1$  e  $S_2$  relativi alle due circonferenza di base, sono tangenti nel punto  $P$ . La retta d'azione  $l$ , oltre ad essere tangente alle due circonferenze di base, passa per  $P$  e anche per il

punto C. Il punto C è il centro di istantanea rotazione relativo tra le due ruote dentate. C appartiene contemporaneamente alle due circonferenze  $C_{p1}$  e  $C_{p2}$  di raggi rispettivi  $r_1$  e  $r_2$ .

Queste circonferenze, denominate circonferenze primitive delle ruote dentate, coincidono con quelle relative a due ideali ruote di frizione poste a contatto in corrispondenza al punto C (vedi la Fig. 1.1). Si osserva che durante la rotazione delle due ruote dentate il punto P di contatto appartenente contemporaneamente alle evolventi  $S_1$  e  $S_2$ , scorre sempre sulla retta d'azione. Quindi, a meno degli attriti, la reazione mutua tra i denti ha sempre la direzione della retta d'azione. Questa retta è inclinata di un angolo caratteristico rispetto alla retta orizzontale e passante per C. Tale angolo è denominato angolo di pressione  $\alpha$ . Osserviamo ancora nella parte inferiore della figura l'indicazione di due rami di evolvente adiacenti, denominati omologhi. Le distanze tra essi, misurate sulla circonferenza di base  $C_{b2}$  e sulla corrispondente circonferenza primitiva  $C_{p2}$ , definiscono due passi: il primo è denominato passo di base  $p_b$  e il secondo semplicemente passo  $p$  della ruota dentata. Questi passi sono identici a quelli che caratterizzano profili omologhi di evolvente relativamente alla ruota dentata più piccola.

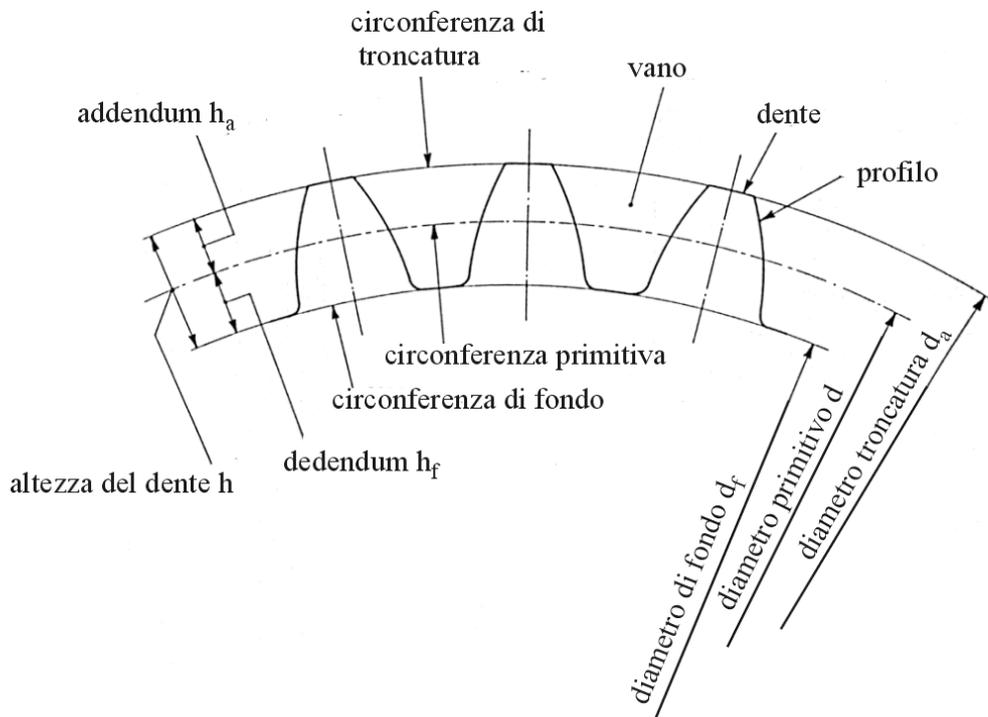


Fig. 3.1 – Definizione della dentatura di una ruota dentata cilindrica a denti dritti.

Immaginiamo ora di troncare i profili ad evolvente di cerchio con una coppia di circonferenze concentriche centrate in corrispondenza al centro della circonferenza primitiva. Procedendo come indicato si ottiene la rappresentazione illustrata nella Fig. 3.1. Le due circonferenze ulteriormente introdotte vengono denominate circonferenza di fondo (diametro  $d_f$ ) e circonferenza di troncatura (diametro  $d_a$ ). La circonferenza di fondo delimita inferiormente il dente, quella di troncatura ne stabilisce l'altezza. Tra queste due circonferenze è posizionata, sempre concentrica ad esse, la circonferenza primitiva (diametro  $d$ ). Per formare il singolo dente, naturalmente si introducono dei rami di profilo ad evolvente simmetrici rispetto a quelli riportati nella Fig. 2.1. Gli elementi che caratterizzano geometricamente i profili dei denti così ottenuti sono:

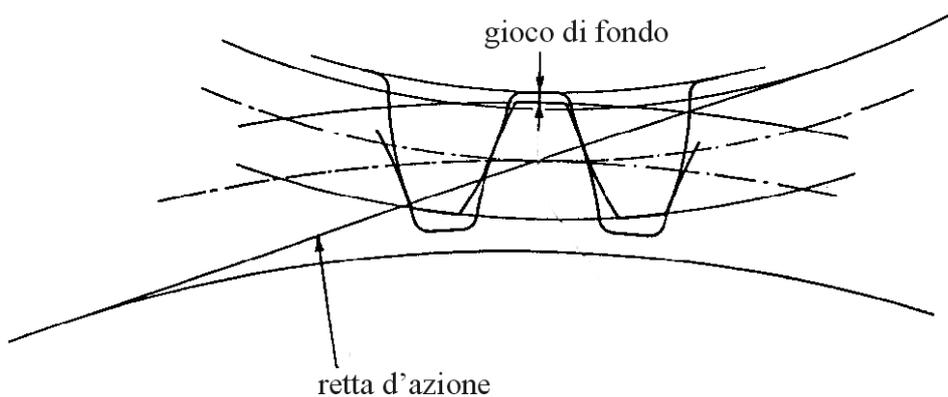


Fig. 4.1 – Definizione del gioco di fondo.

- l'altezza  $h$  del dente: distanza radiale tra la circonferenza di testa e quella di fondo;
- l'addendum  $h_a$ : distanza radiale tra la circonferenza di testa e quella primitiva;
- il dedendum  $h_f$ : distanza radiale tra la circonferenza di fondo e la circonferenza primitiva.

Un'ulteriore importante grandezza che caratterizza la dentatura è rappresentata dal modulo  $m$ . Il modulo è definito dal rapporto tra il passo espresso in millimetri e il numero  $\pi$ , oppure tra il diametro  $d$  della circonferenza primitiva (in millimetri) ed il numero di denti  $z$  della ruota dentata:

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} \quad .$$

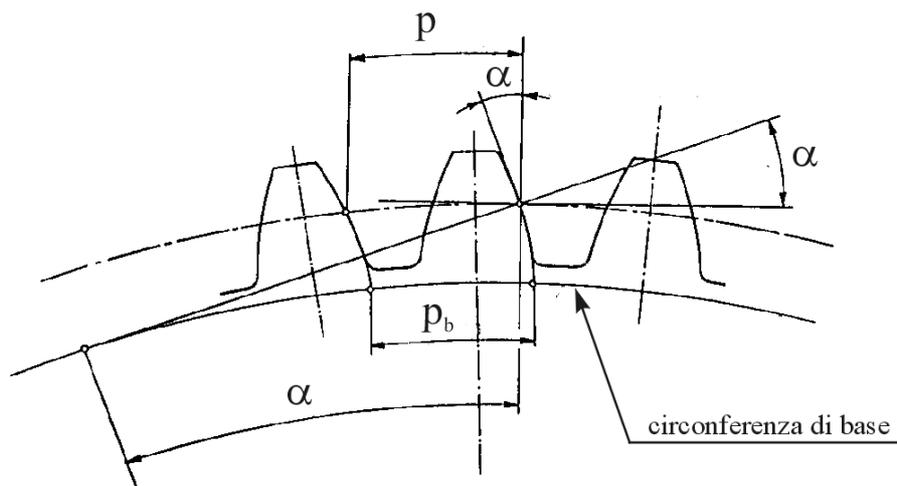
In base a tale relazione si dimostra facilmente che il rapporto di ingranaggio  $u$  è calcolabile anche come rapporto tra il numero di denti delle due ruote ingranate 1 e 2:

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad .$$

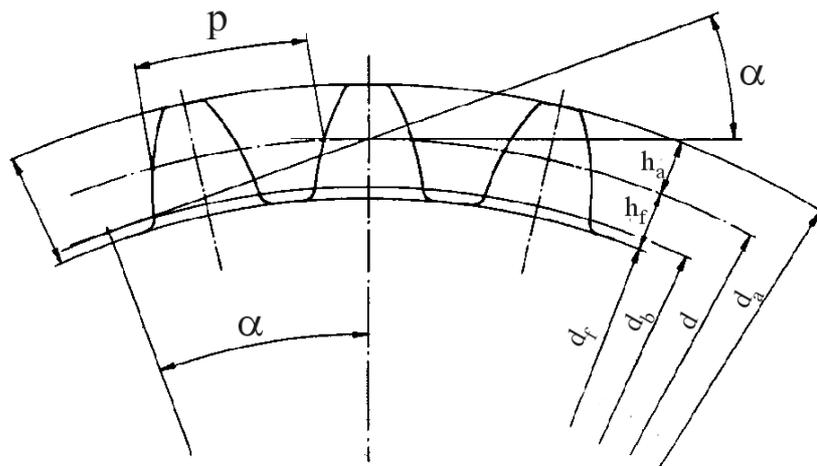
Per il corretto funzionamento delle ruote dentate deve essere previsto un gioco sul fondo tra cresta del dente e vano del dente, come indicato nella Fig.4.1.

Nella Fig. 5.1a è illustrata la nomenclatura delle grandezze geometriche che caratterizzano i denti di una ruota dentata. In Fig. 5.1b è indicato il passo di base  $p_b$  nel caso in cui la circonferenza di piede (o di fondo) ha un diametro  $d_f$  superiore al diametro  $d_b$  della circonferenza di base.

In relazione a quanto illustrato è immediato ottenere il dente dal punto di vista tridimensionale. È sufficiente proiettare il profilo del dente lungo la direzione perpendicolare al piano sul quale è stato tracciato. La Fig. 6.1 riporta il risultato ottenuto. Si ottiene il dente nella sua tridimensionalità, e in particolare se ne può definire il fianco, che rappresenta la proiezione del ramo di evolvente di cerchio lungo la direzione precedentemente definita. Tale fianco è una superficie rigata la cui generatrice è una retta guidata dalla direttrice "evolvente" (vedi Fig. 6.1).



(a)



(b)

Fig. 5.1 – Nomenclatura delle grandezze geometriche della dentatura di una ruota dentata cilindrica a denti dritti. (a) Configurazione in cui la circonferenza di piede (o di fondo) ha un diametro  $d_f$  superiore al diametro  $d_b$  della circonferenza di base e (b) viceversa.

La proiezione delle varie circonferenze definite in precedenza in direzione perpendicolare al piano sul quale è stato tracciato il dente genera i corrispondenti cilindri caratteristici delle ruote dentate. In particolare possiamo definire

- il cilindro di fondo,
- il cilindro primitivo,
- il cilindro di testa

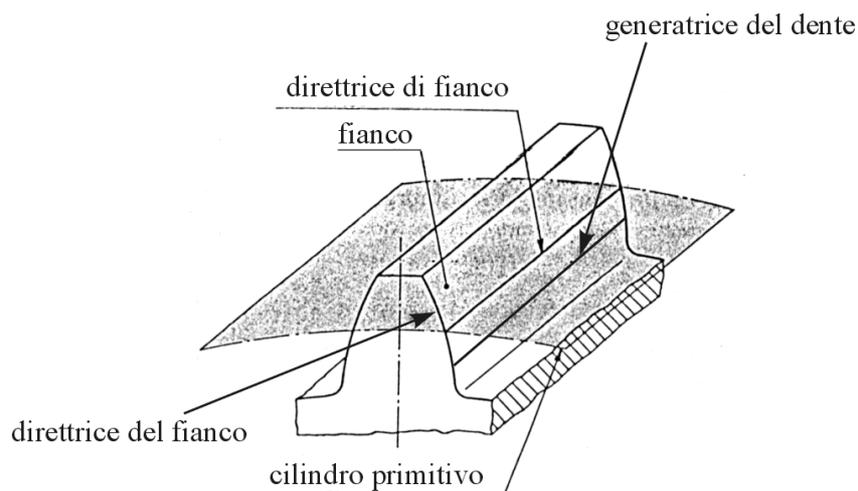


Fig. 6.1 – Generatrice e direttrice del fianco del dente.

corrispondenti alle relative circonferenze di fondo, primitiva e di testa proiettate.

L'intersezione del fianco del dente con la superficie cilindrica primitiva definisce la cosiddetta direttrice di fianco (una particolare retta generatrice del fianco del dente).

La distanza tra i centri delle circonferenze primitive, di base e di fondo (coincidenti tra loro) della coppia di ruote dentate ingranate, è chiamata, come nel caso del corrispondenti ruote di frizione, interasse.

Nelle ruote dentate l'elemento di riferimento per il dimensionamento degli enti è rappresentato dal modulo, già definito in precedenza. Il valore del modulo è scelto solitamente tra quelli forniti dalle tabelle UNI 6586. Nella Tab. 1.1 è riportato un estratto di tali moduli. Nei paesi anglosassoni è ancora usato il sistema basato sul *Diametral Pitch* (= passo diametrale) indicato con DP o con P.

Tab. 1.1 – Moduli unificati [mm], dalla UNI 6586.

<b>0.50</b>	<b>2.5</b>	<b>6</b>	18
0.75	2.75	6.5	<b>20</b>
<b>1</b>	<b>3</b>	7	22
1.125	3.25	8	<b>25</b>
<b>1.25</b>	3.5	9	28
1.375	3.75	<b>10</b>	<b>32</b>
<b>1.5</b>	<b>4</b>	11	36
1.75	4.5	<b>12</b>	<b>40</b>
<b>2</b>	<b>5</b>	14	45
2.25	5.5	16	50

Devono esser impiegati di preferenza i moduli indicati in neretto. Quelli in corsivo sono quanto più possibile da non utilizzare.

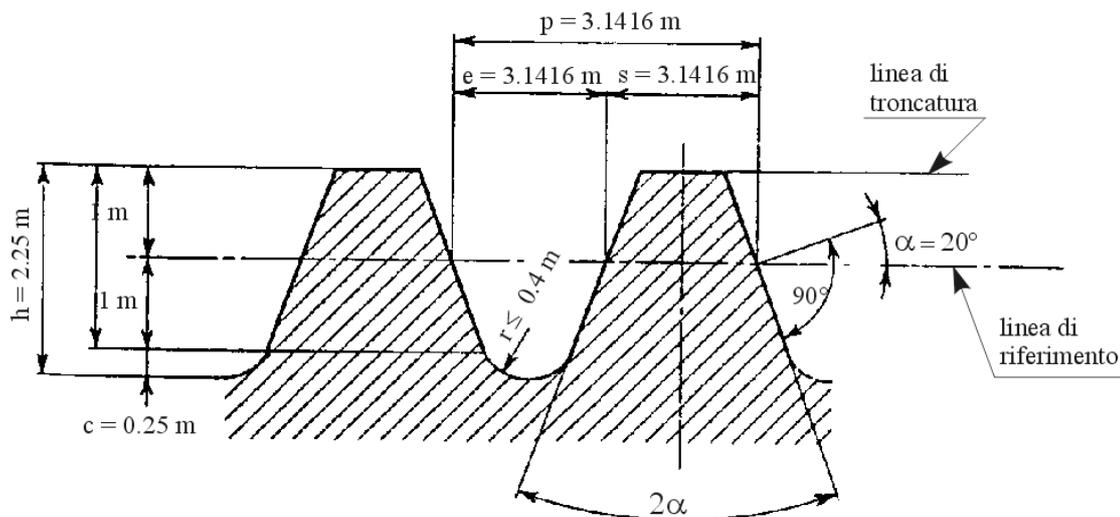


Fig. 7.1 – Profilo della dentiera di riferimento.

Questo parametro indica il rapporto tra il numero di denti  $z$  e il diametro primitivo  $d$  espresso in pollici della ruota dentata:

$$P = \frac{z}{d(\text{in pollici})} = \frac{25.4}{m}$$

Nella precedente relazione il modulo  $m$  deve essere inserito in millimetri.

Si osserva che una delle ruote dentate accoppiate può anche avere un diametro primitivo di valore infinito. In tal caso la ruota dentata degenera e diviene una cosiddetta cremagliera o dentiera. A questo proposito le tabelle UNI 6587 forniscono il profilo della dentiera di riferimento. La Fig. 7.1 illustra tale profilo proporzionato in funzione del valore del modulo. Questa dentiera viene utilizzata per definire un sistema di ingranaggi cilindrici in grado di funzionare correttamente. Nella figura è riportata la linea di riferimento che è una retta del profilo della relativa dentiera rispetto alla quale vengono definite le dimensioni del dente. Il valore del raggio di raccordo per il fondo del dente deve essere il più grande possibile ma è legato al gioco sul fondo. Per non alterare la parte utile del fianco attivo del dente le UNI stabiliscono i seguenti valori massimi:  $r = 0.37 m$  con gioco  $c = 0.25 m$  e  $r = 0.45 m$  con gioco  $c = 0.3 m$ . Per facilitare l'imbocco si può ora stremare il dente in testa o al piede. Tale modifica è denominata spoglia di testa o, rispettivamente, di piede (vedi Fig. 8.1).

La Fig. 9.1 illustra un tipico ingranamento di due ruote dentate cilindriche aventi dritti. Questo tipo di ingranaggio è denominato esterno. La Fig. 10.1 riporta invece un ingranaggio costituito da una ruota dentata circolare (pignone) e da una cremagliera. Infine la Fig. 11.1 rappresenta una ruota dentata dotata di dentatura interna. In questo caso i vani praticati all'interno del corpo cilindrico del materiale hanno proprio il profilo ad evolvente dei denti della ruota dentata cilindrica con dentatura esterna che andrà ad ingranare con la ruota dentata avente la dentatura interna.

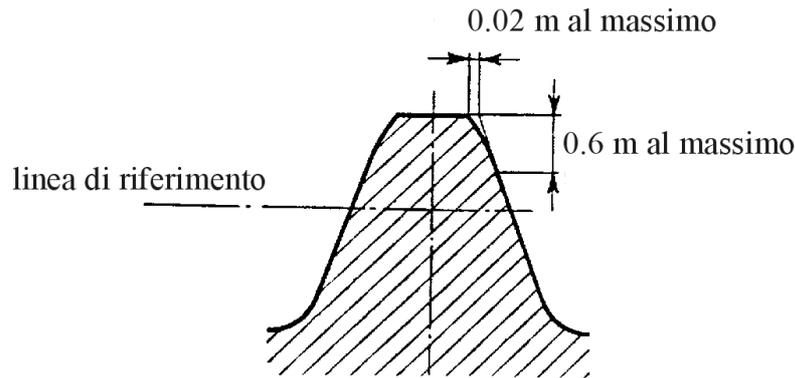


Fig. 8.1 – Rastremazione del dente della cremagliera.

Per quanto concerne la ruota dentata di diametro minore, è necessario osservare che il suo numero di denti non deve essere inferiore ad un valore minimo. Se tale valore minimo non viene rispettato si verifica un mal funzionamento delle ruote dentate ingranate. Infatti, in questo caso, avviene il cosiddetto fenomeno dell'interferenza, caratterizzato dalla compenetrazione più o meno marcata dei denti durante il movimento delle ruote. Il valore minimo del numero di denti  $Z_{\min}$ , al di sotto del quale avviene l'interferenza, viene calcolato in base a considerazioni geometriche relative alla forma dei denti e alle corrispondenti posizioni da essi assunte durante l'ingranamento. Il risultato di tali calcoli esprime la dipendenza del numero minimo di denti dal rapporto di ingranaggio e dall'angolo di pressione (ovviamente l'angolo di pressione è identico per entrambe le ruote accoppiate).

Nella Tab. 2.1 sono riportati i valori di  $Z_{\min}$  in funzione del rapporto di ingranaggio  $u$  e per un angolo di pressione pari a  $20^\circ$  per i casi di i) ingranaggio esterno, ii) coppia pignone-dentiera e iii) ingranaggio interno.

La Tab. 3.1 riassume le relazioni geometriche che intervengono tra le varie grandezze relative alla dentatura. In tale tabella il rapporto di ingranaggio  $u$  è stato espresso anche in funzione dei diametri primitivi  $d_1$  e  $d_2$  delle ruote dentate ingranate.

Tab. 2.1 – Valori di  $Z_{\min}$ .

Tipo di ingranaggio ( $\alpha = 20^\circ$ )	Rapporto di ingranaggio $u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1}$	Numero minimo di denti $Z_{\min}$
esterno	1	13
	1.25	13
	1.5	14
	2.5	15
	5	16
	10	17
pignone- dentiera		17
interno	10	18
	5	19
	2.5	21
	1.5	24

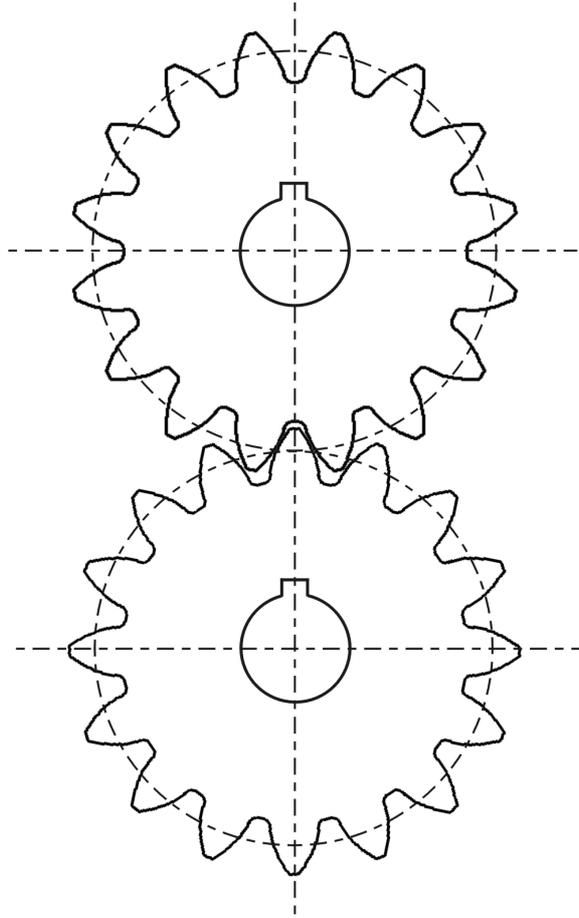


Fig. 9.1 –Ingranaggio esterno.

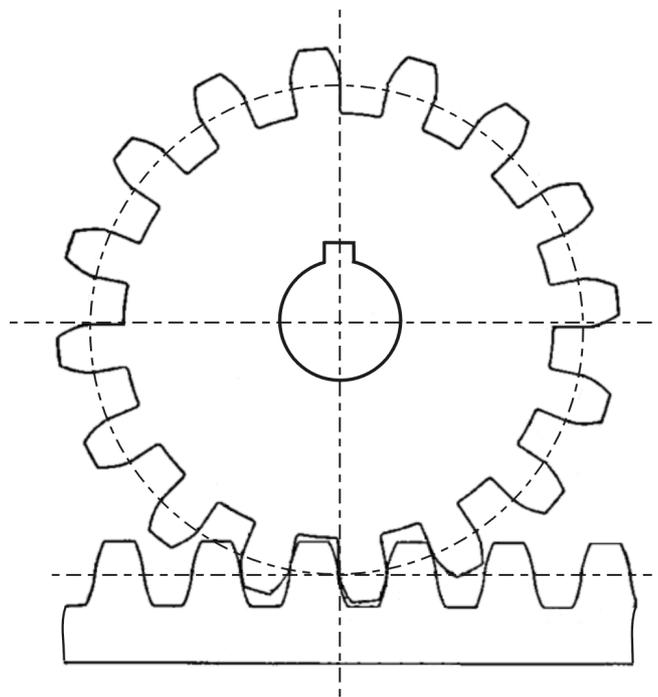
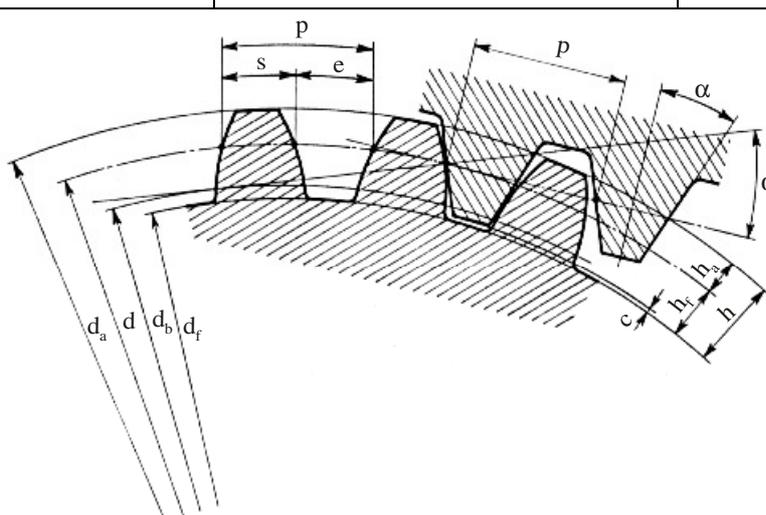
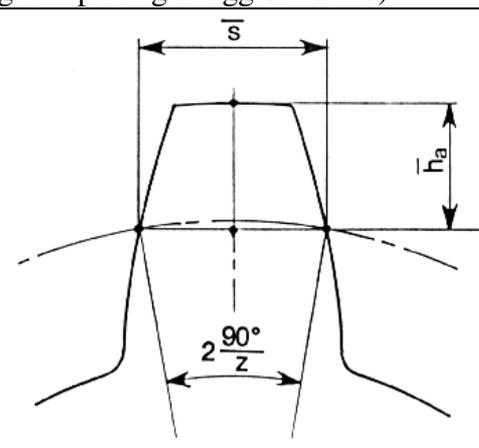


Fig. 10.1 – Pignone con cremagliera.

Tab. 3.1 – Ingranaggi cilindrici a denti dritti: proporzionamento normalizzato della dentatura.

Simbolo	Denominazione	Dati
$z$	numero di denti	$z = d/m$
$m$	modulo	$m = d/z = p/\pi$
$d$	diametro primitivo	$d = mz$
$p$	passo	$p = \pi d/z$
$s, e$	Spessore e vano (sulla circonferenza primitiva)	$s = e = p/2 = m\pi/2$
$\bar{s}$	corda	$s = m z \text{ sen}(90^\circ/z)$
$d_a$	diametro di testa	$d_a = d + 2h_a$
$d_f$	diametro di fondo	$d_f = d - 2h_f$
$\alpha$	angolo di pressione	$\alpha = 20^\circ$ (valore normalizzato)
$d_b$	diametro di base	$d_b = d \cos\alpha$
$h_a$	addendum	$h_a = m$ (valore normalizzato)
$\bar{h}_a$	altezza sulla corda	$\bar{h}_a = m[1 + z/2(1 - \cos(90^\circ/z))]$
$h_f$	dedendum	$h_f = h - h_a$
$h$	altezza del dente	$h = h_a + h_f$
$c$	gioco di testa	$c = m/4$
$u$	rapporto d'ingranaggio	$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$
$a$	interasse	$a = m(z_1 \pm z_2)/2$ (segno – per ingranaggio interno)

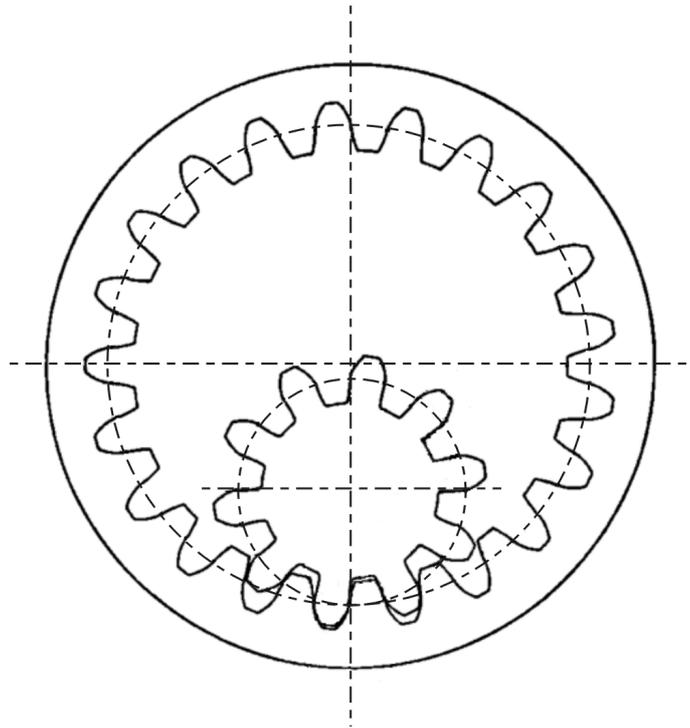


Fig. 11.1 – Ingranaggio interno.

### **Cenno sulle correzioni delle ruote dentate a denti dritti**

Con il proporzionamento normale della dentatura illustrato, si assicura la trasmissione del moto con il rapporto  $u$  richiesto. Tuttavia non è detto che l'ingranaggio così ottenuto sia quello che fornisce la prestazione migliore sia in termini di resistenza meccanica sia per quel concerne un adeguato margine di sicurezza contro il fenomeno dell'interferenza e la continuità della trasmissione del moto.

Non appena si pone il problema di un buon funzionamento si è accertato che è necessario operare delle modifiche, o correzioni, sulla dentatura. Nella pratica produttiva si può affermare che quasi tutte le ruote dentate, in realtà, sono del tipo corretto. Le correzioni consistono nello spostare i profili dei denti i) senza variare l'interasse e ii) variando anche l'interasse di funzionamento. Queste correzioni sono realizzate tagliando le ruote con un utensile dentiera il cui profilo è stato definito in precedenza. Quindi le ruote che si ottengono hanno i denti profilati in accordo alle regole fin qui esposte. Pertanto queste ruote, definite ruote di assortimento al pari di quelle non corrette, funzionano regolarmente ma con altri interassi.

### **Rappresentazioni unificate delle ruote dentate a denti dritti**

In relazione al tracciamento della dentatura, il disegno tecnico delle ruote dentate può essere particolarmente elaborato. Poiché i denti delle ruote dentate si ripresentano identicamente su tutta la periferia della ruota, dal punto di vista della rappresentazione la normativa UNI ha previsto, a scopo semplificativo, di non dover rappresentare necessariamente tutti i denti delle singole ruote dentate. Pertanto le norme UNI prevedono di eseguire il disegno delle ruote in questione semplicemente, per quanto concerne la dentatura, rappresentandone la circonferenza primitiva è quella di testa. La circonferenza primitiva di regola è tracciata con la classica linea tratto-trattino. Quella di testa, denominata anche di troncatura esterna, invece deve essere rappresentata con una continua grossa.

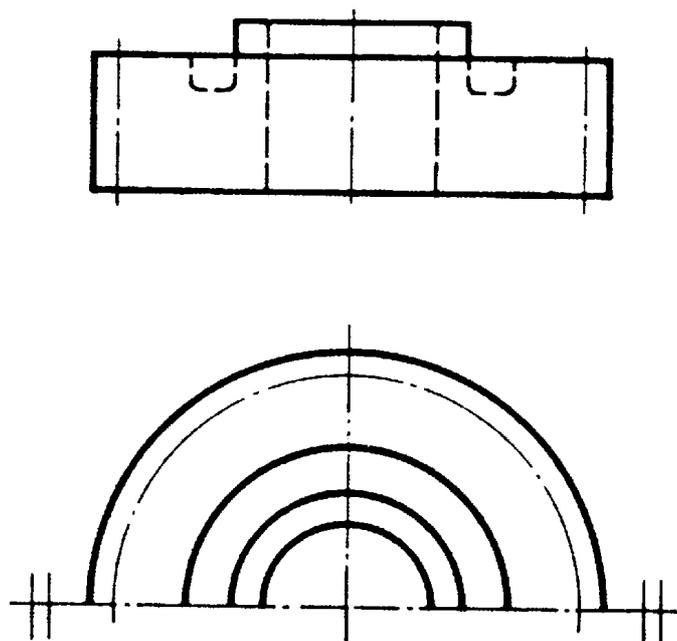


Fig. 12.1 – Rappresentazione unificata di una ruota dentata cilindrica a denti dritti.

La Fig. 12.1 illustra una rappresentazione unificata di una ruota dentata cilindrica a denti dritti. In questo caso non sono previste sezioni. La circonferenza di fondo degli enti non deve essere rappresentata. Nella Fig. 13.1 è indicata la stessa rappresentazione riportata in Fig. 12.1 con l'unica differenza costituita dalla presenza di una sezione parziale della ruota sovrapposta alla vista in direzione radiale. In tale caso è necessario indicare il tratto di generatrice cilindrica relativa al cilindro di fondo della ruota, oltre al tratto di generatrice che rappresenta il cilindro primitivo.

Le norme UNI prevedono anche la possibilità di rappresentare un unico dente della ruota (vedi Fig. 14.1). Comunque le norme non escludono la possibilità di disegnare più denti, e anche, eventualmente, tutti i denti della ruota. Le stesse regole di rappresentazione si applicano al caso della cremagliera (vedi Fig. 15.1). Per quanto concerne il disegno delle ruote dentate accoppiate, nella Fig. 16.1 è indicata la convenzione unificata da seguire in questo caso. In particolare, nel caso della rappresentazione di una sezione dell'accoppiamento con un piano passante per gli assi delle due ruote, si osserva che la cresta del dente della ruota dentata inferiore risulta visibile (segmento orizzontale tracciato con linea grossa). Si deve quindi rappresentare il gioco di fondo tra la cresta del dente della ruota dentata inferiore e il fondo del vano fra i denti della ruota dentata superiore. Inoltre, la cresta del dente della ruota dentata superiore può essere tracciata con la linea tratteggiata in modo da evidenziare in gioco tra tale cresta e il fondo del vano dei denti relativi alla ruota dentata inferiore. Nella rappresentazione in vista si tracciano semplicemente le circonferenze primitive delle due ruote dentate, tangenti in corrispondenza al relativo centro di istantanea rotazione, e le circonferenze di testa che si incrociano come illustrato. Nel caso della rappresentazione laterale in direzione radiale dell'ingranaggio è sufficiente indicare, in corrispondenza all'accoppiamento dei denti, con due segmenti tracciati in linea grossa, le creste del dente appartenente alla ruota superiore e del dente appartenente alla ruota inferiore a contatto.

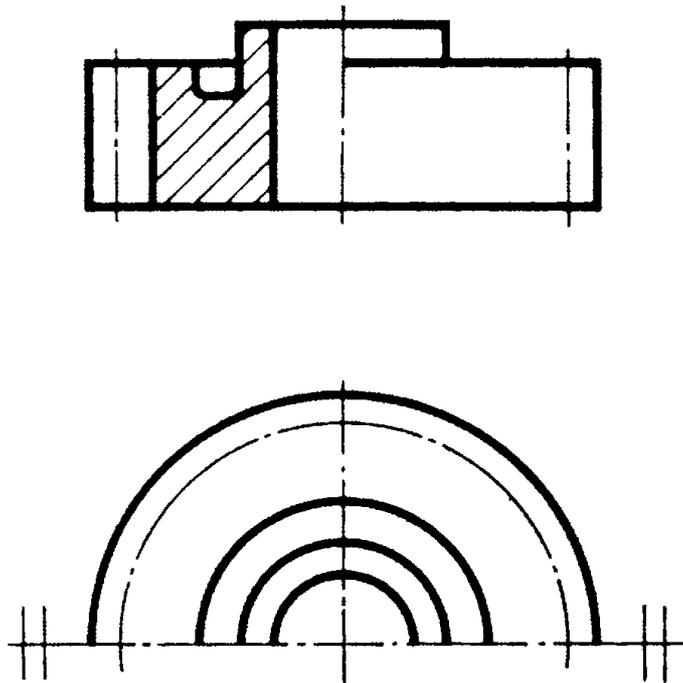


Fig. 13.1 – Rappresentazione unificata di una ruota dentata cilindrica a denti dritti con sezione sovrapposta.

La rappresentazione convenzionale unificata di un ingranaggio cilindrico interno è indicata nella Fig. 17.1. Anche in questo caso si applicano le medesime regole definite per l'ingranaggio cilindrico esterno precedentemente considerato.

Nella Fig. 18.1 sono riportate le proiezioni ortogonali unificate dell'accoppiamento di un pignone con la corrispondente dentiera. Ancora una volta si applicano le regole illustrate in precedenza.

Per quanto concerne la rappresentazione unificata del componente ruota dentata le UNI 7462 forniscono le prescrizioni dettagliate per eseguirne il disegno tecnico. Nella Fig. 19.1 vengono illustrate le modalità da seguire. In particolare si osserva che la ruota dentata, in generale, potrà essere rappresentata in sezione assiale. In questa sezione saranno indicate esclusivamente le quote relative al corpo ruota escludendo indicazioni specifiche sulle dimensioni e sulla configurazione della dentatura. In questa rappresentazione è prevista la prescrizione della rugosità superficiale dei fianchi dei denti ed eventualmente di alcune altre superfici del corpo ruota. Le tolleranze dimensionali e geometriche andranno anch'esse eventualmente prescritte in tale rappresentazione. Questo criterio si applica sia per ruote dentate esterne sia per ruote dentate interne. Le caratteristiche della dentatura invece devono essere specificate tramite una tabella posta in prossimità della suddetta sezione. In questa tabella saranno riportati i seguenti parametri: modulo, numero dei denti, dentiera di riferimento, diametro primitivo, parametri relativi all'eventuale correzione dei denti (es.: coefficiente di spostamento o altro, in funzione del metodo di correzione adottato), in grado di precisione, numero di denti della ruota da accoppiare (denominata ruota coniugata) con il relativo riferimento di identificazione, l'interasse nominale di funzionamento, e il gioco normale del ingranaggio.

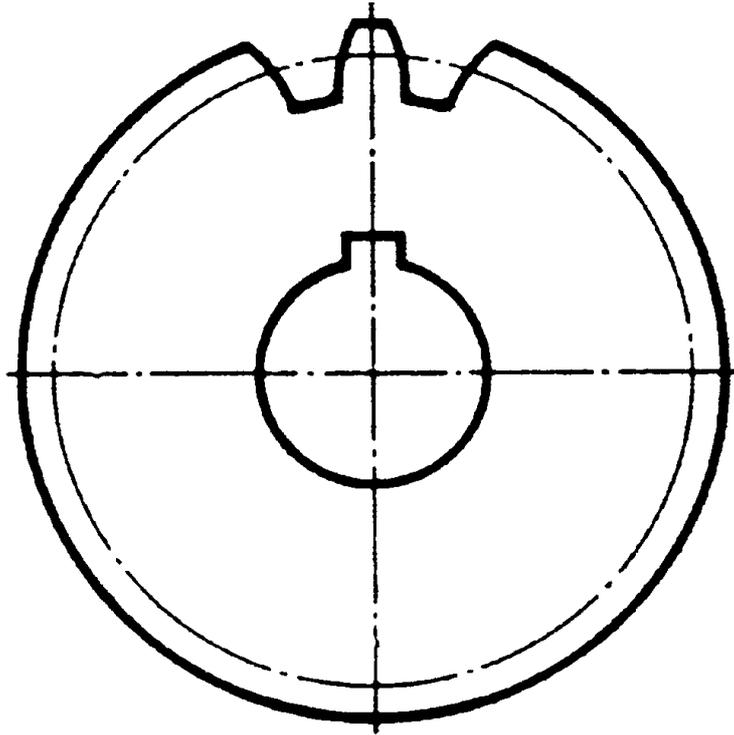


Fig. 14.1 – Rappresentazione unificata di una ruota dentata cilindrica a denti dritti con indicazione di un solo dente.

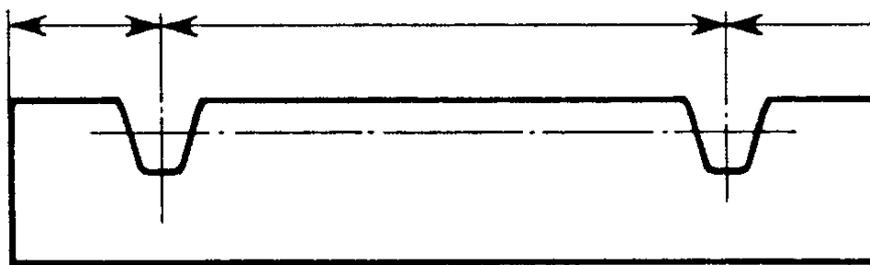


Fig. 15.1 – Rappresentazione unificata di una cremagliera.

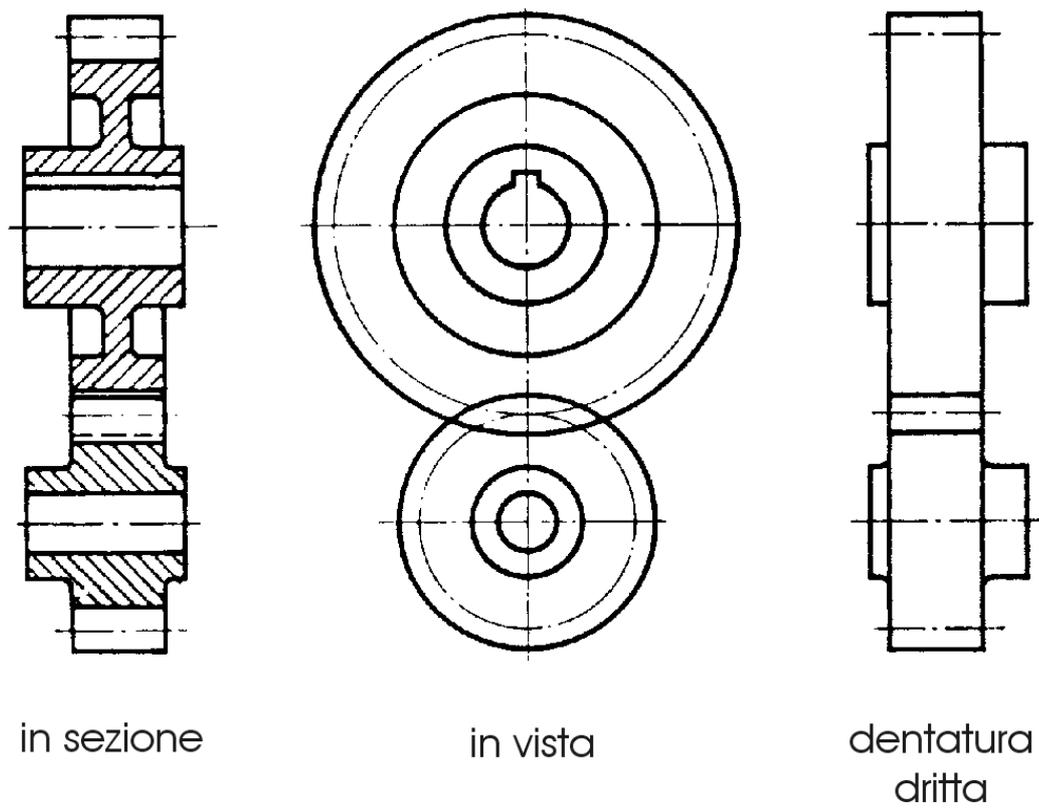


Fig. 16.1 – Rappresentazione unificata di due ruote dentate esterne accoppiate.

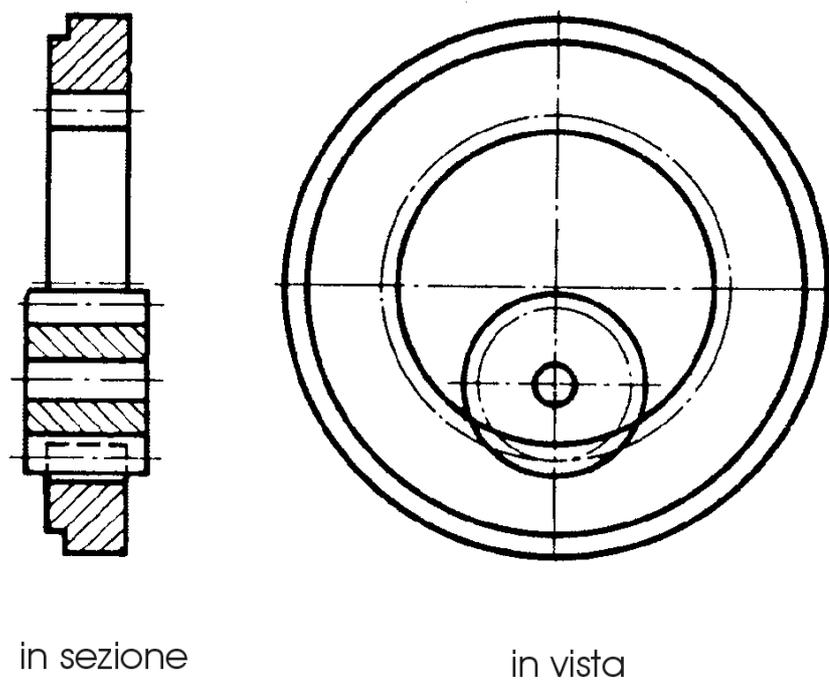


Fig. 17.1 – Rappresentazione unificata di due ruote dentate interne accoppiate.

## Forze mutue scambiate tra due ruote dentate cilindriche a denti dritti

Per eseguire un corretto disegno dei supporti che sorreggeranno le ruote dentate dell'ingranaggio, è necessario conoscere direzione, modulo e verso delle forze che si scaricano sui supporti stessi. La conoscenza di tali forze deriva dalla conoscenza delle forze che mutuamente i fianchi dei denti a contatto si scambiano. Pertanto, almeno qualitativamente, occorre individuare direzione e verso delle suddette forze. Come noto, per le ruote dentate cilindriche a denti dritti, la forza che un dente applica all'altro, spira lungo la direzione della retta d'azione durante l'intera durata della fasi di accesso e recesso di un dente di una ruota tra i vani dei denti dell'altra. Questa particolare proprietà, valida per il fatto che i denti sono stati profilati ad evolvente di circonferenza, permette di individuare, in funzione dell'angolo di pressione, la direzione di questa forza  $R$ .  $R$  può quindi essere scomposta in due componenti denominate tangenziale  $T$  e radiale  $V$ , come illustrato nella Fig. 20.1. La forza tangenziale è quella radiale si trasmetteranno ai vincoli che supportano la ruota dentata 2. Viceversa, la ruota dentata 1 sarà soggetta alle medesime componenti, le quali però sono caratterizzate da verso opposto. Queste altre componenti  $-T$  e  $-V$ , si scaricheranno sui corrispondenti supporti della ruota 1. Per inciso, la componente che permette la trasmissione del momento torcente è solo quella tangenziale  $T$ . Pertanto, in conclusione, nel caso delle ruote dentate cilindriche a denti dritti sono presenti solo forze di tipo radiale (la componente tangenziale traslata in modo che abbia l'origine sull'asse di rotazione è anch'essa una forza radiale). Quindi i supporti relativi agli alberi su cui sono calettate le suddette ruote, dovranno essere configurati, ovvero disegnati, in modo da resistere a tale tipo di sforzi. Nominalmente non vi sono componenti assiali che possono sollecitare sia i denti sia i supporti. Inoltre, teoricamente, le ruote non sono sollecitate a scorrere in direzione assiale lungo i relativi alberi su cui sono calettate. Quindi, in generale, l'unico vincolo corretto da predisporre tra la singola ruota e l'albero è un vincolo di tipo tangenziale da

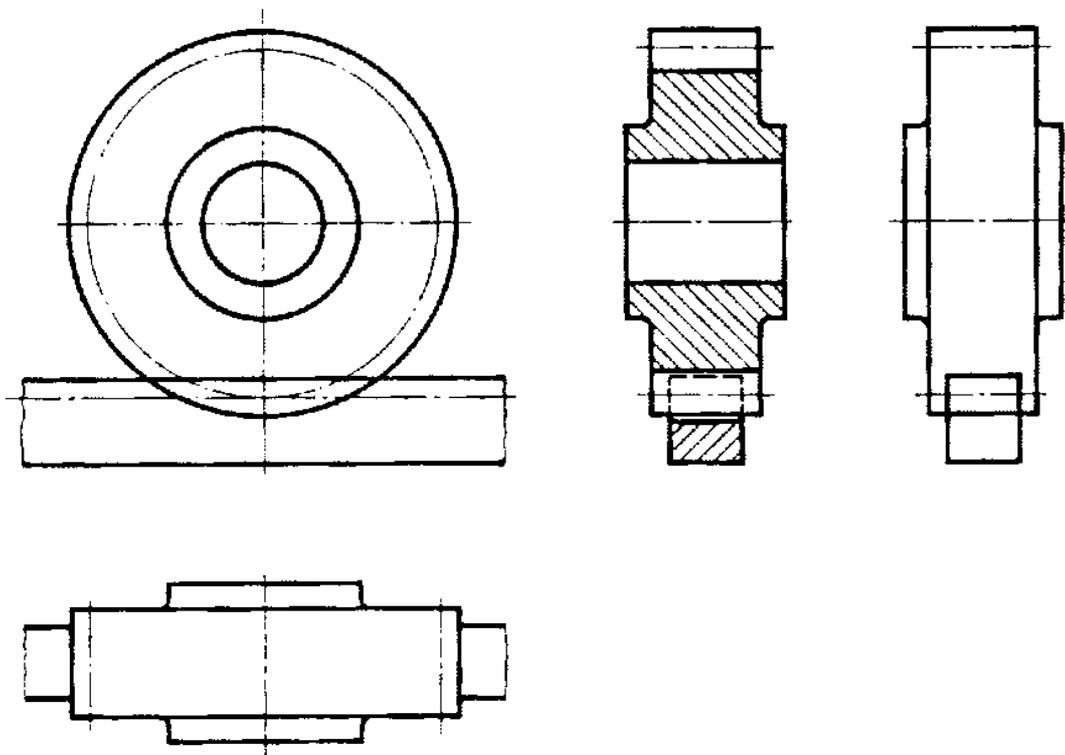


Fig. 18.1 – Rastremazione unificata di un pignone con dentiera accoppiati.

## Dati da indicare sul disegno (Dalla UNI 7462):

Note:

- (1) Indicare la tolleranza dimensionale
- (2) Tolleranza di oscillazione radiale
- (3) La faccia di riferimento è quella che viene lavorata quando il corpo ruota non viene smontato dopo l'esecuzione del foro (l'asse del foro deve essere perpendicolare alla suddetta faccia nei limiti delle Tolleranze)
- (4) Indicare i valori delle rugosità superficiali

\* Se la dentiera di riferimento fosse diversa da quella unificata le sue caratteristiche devono essere specificate sul disegno con un particolare quotato del relativo profilo nominale.

\*\* In relazione ai metodi diversi utilizzati per la correzione della dentatura riportare eventualmente i relativi parametri caratteristici.

\*\*\* Riportare il valore teorico e i relativi scostamenti limite. In alternativa può essere prescritto il valore della misura Wildhaber W (indicare il numero di denti ai quali si riferisce la misura) oppure il diametro delle sfere o dei rulli con cui si prevede di eseguire la misura.

\*\*\*\* Distanza tra i fianchi non a contatto delle due ruote ingranate con contatto imposto tra l'altra coppia di fianchi. Indicare i valori massimo e minimo.

## Dati da indicare in tabella (dalla UNI 7462):

### Caratteristiche della dentatura

Modulo	m
Numero di denti	z
Dentiera di riferimento*	UNI 6587
Diametro primitivo	d
Coefficiente di spostamento**	x
Spessore del dente:***	
- corda	$\bar{s}$
- altezza sulla corda	$\bar{h}_a$
Grado di precisione	...
Numero di denti della ruota coniugata (disegno n. ...)	z
Interasse nominale di funzionamento	a
Gioco normale dell'ingranaggio****	...

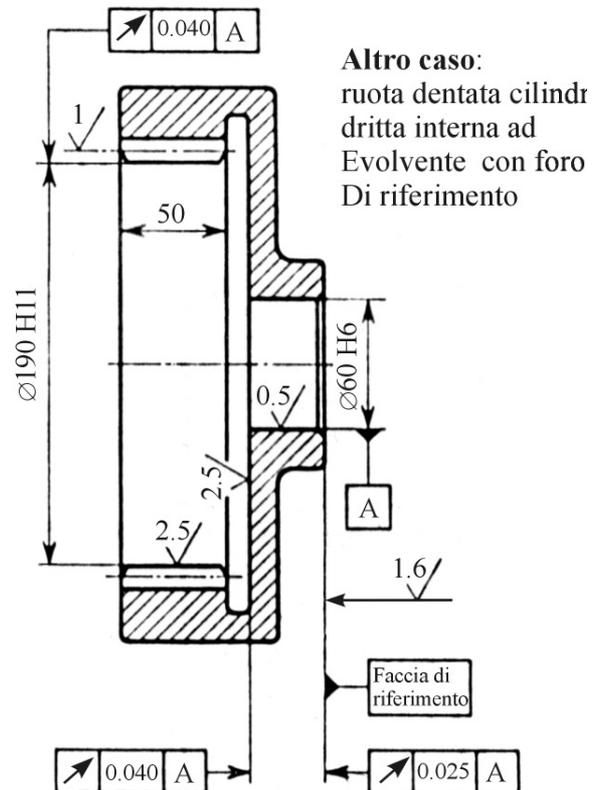
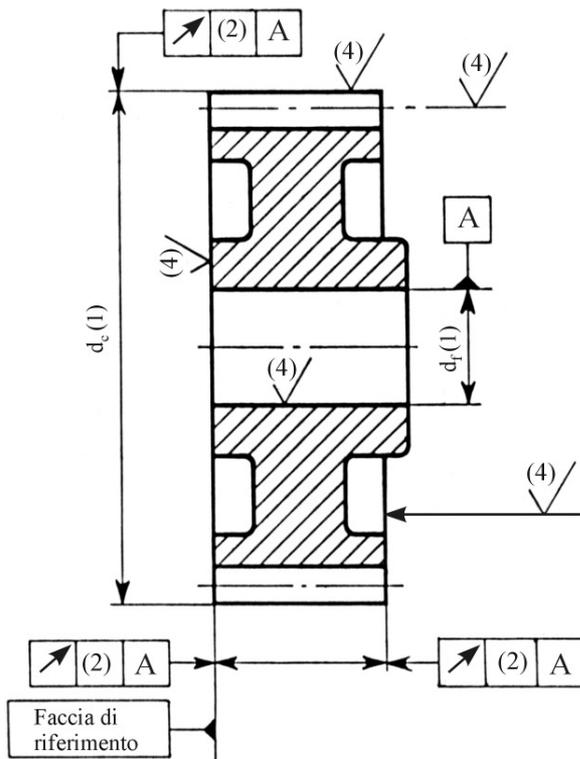
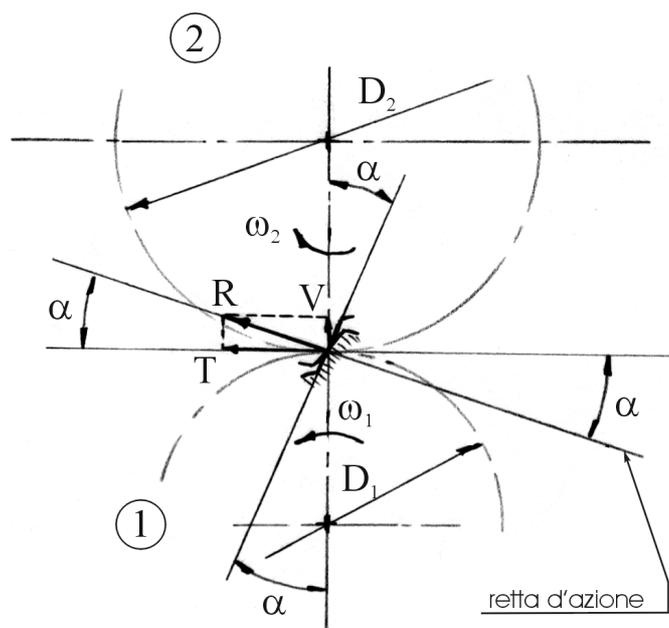


Fig. 19.1 – Rappresentazione unificata quantitativa del particolare ruota dentata cilindrica a denti dritti.



$$T = R \cos \alpha$$

$$V = R \sin \alpha$$

$$M_{t1} = \frac{d_1}{2} T$$

In genere  $\alpha$  (angolo di pressione)  
vale  $20^\circ$

Fig. 20.1 – Ruote dentate cilindriche a denti dritti: forze applicate dalla ruota 1 alla ruota 2.

realizzare con l'opportuno organo di collegamento (tipicamente con la linguetta). Naturalmente, per mantenere sempre nella giusta posizione assiale la ruota dentata, in generale sarà comunque opportuno configurare un vincolo sia della ruota sia dell'albero lungo la medesima direzione.

Dal punto di vista della trasmissione del moto, la ruota dentata che riceve il momento motore tramite l'albero sul quale è calettata viene denominata ruota motrice. Questa ruota è ingranata con la ruota coniugata e le trasmette il moto di rotazione. Conseguentemente, la ruota coniugata appena citata è chiamata ruota mossa.

### Dimensionamento del corpo ruota

Il corpo ruota delle ruote dentate non è unificato. Comunque esistono varie indicazioni, tratte dall'esperienza, per orientare verso un corretto dimensionamento tale parte delle ruote. Poiché l'elemento caratterizzante di una ruota dentata è il modulo  $m$ , sono disponibili indicazioni di massima per le principali dimensioni in funzione di tale parametro, perlomeno per le configurazioni più comuni. Nelle Figg. 21.1-23.1 sono riportati alcuni disegni con le indicazioni orientative per il dimensionamento delle suddette configurazioni. Si osserva che per ruote dentate di piccolo diametro (es.:  $\leq 80$  mm) il corpo ruota può essere realizzato completamente pieno, a meno di esigenze particolari (leggerezza, momento d'inerzia assiale ridotto, ecc.).

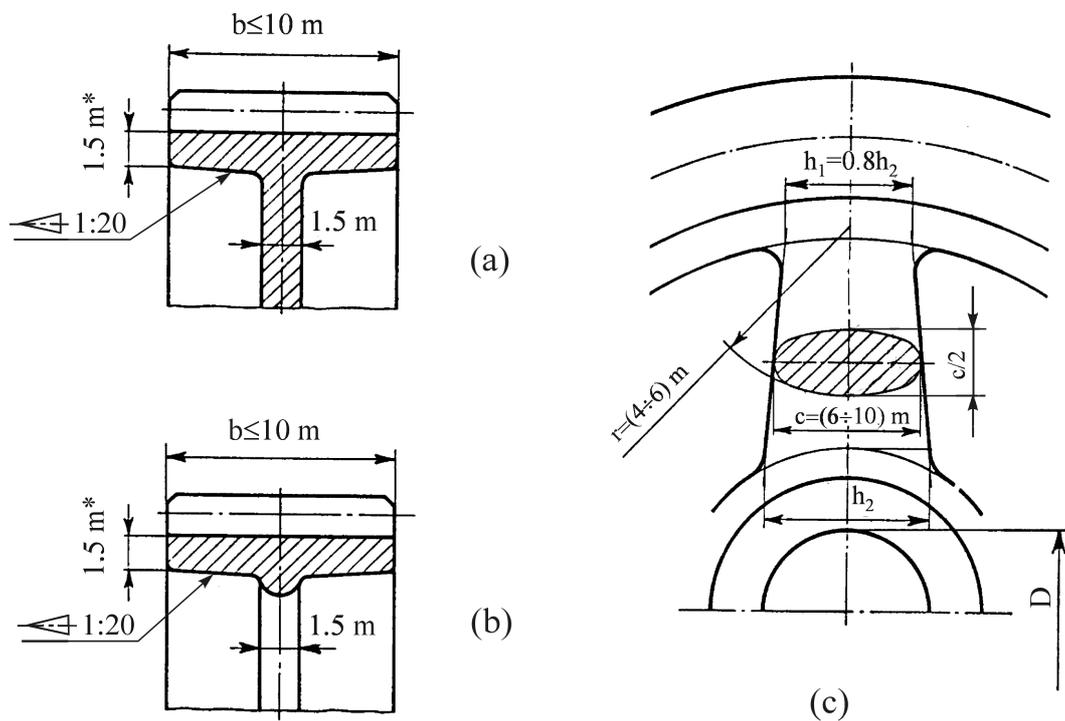


Fig. 21.1 – Indicazioni orientative per il dimensionamento della corona della ruota e dello spessore del disco (a) pieno e (b) nervato. (c) Dimensioni suggerite per razze ellittiche.

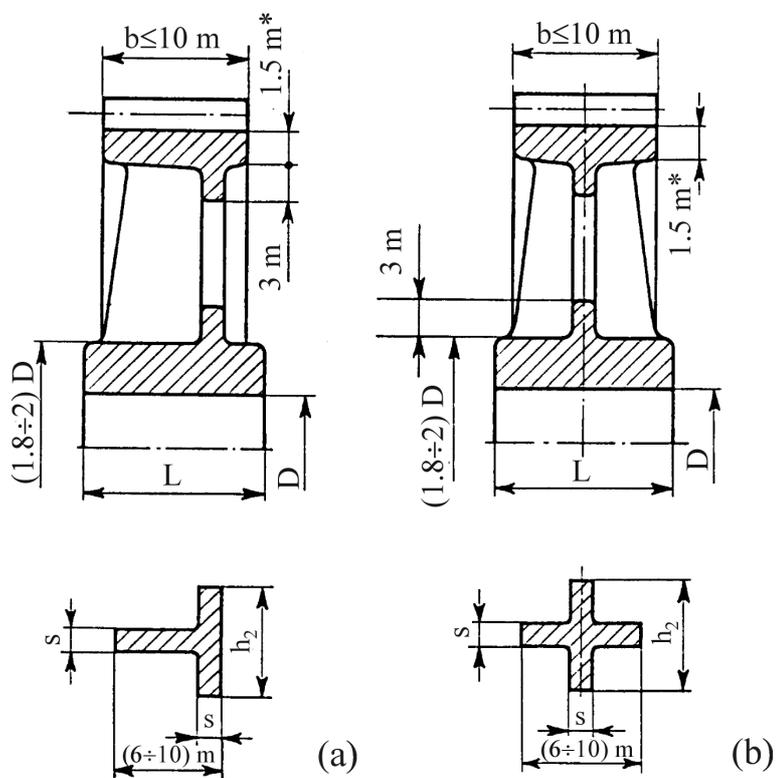


Fig. 22.1 – Indicazioni orientative per il dimensionamento della corona della ruota e delle razze con (a) sezione a T e (b) a croce.

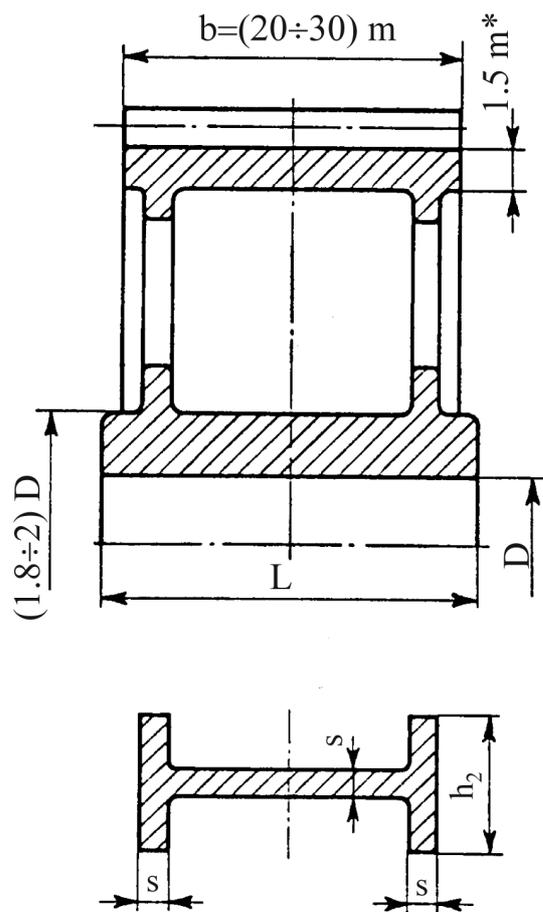
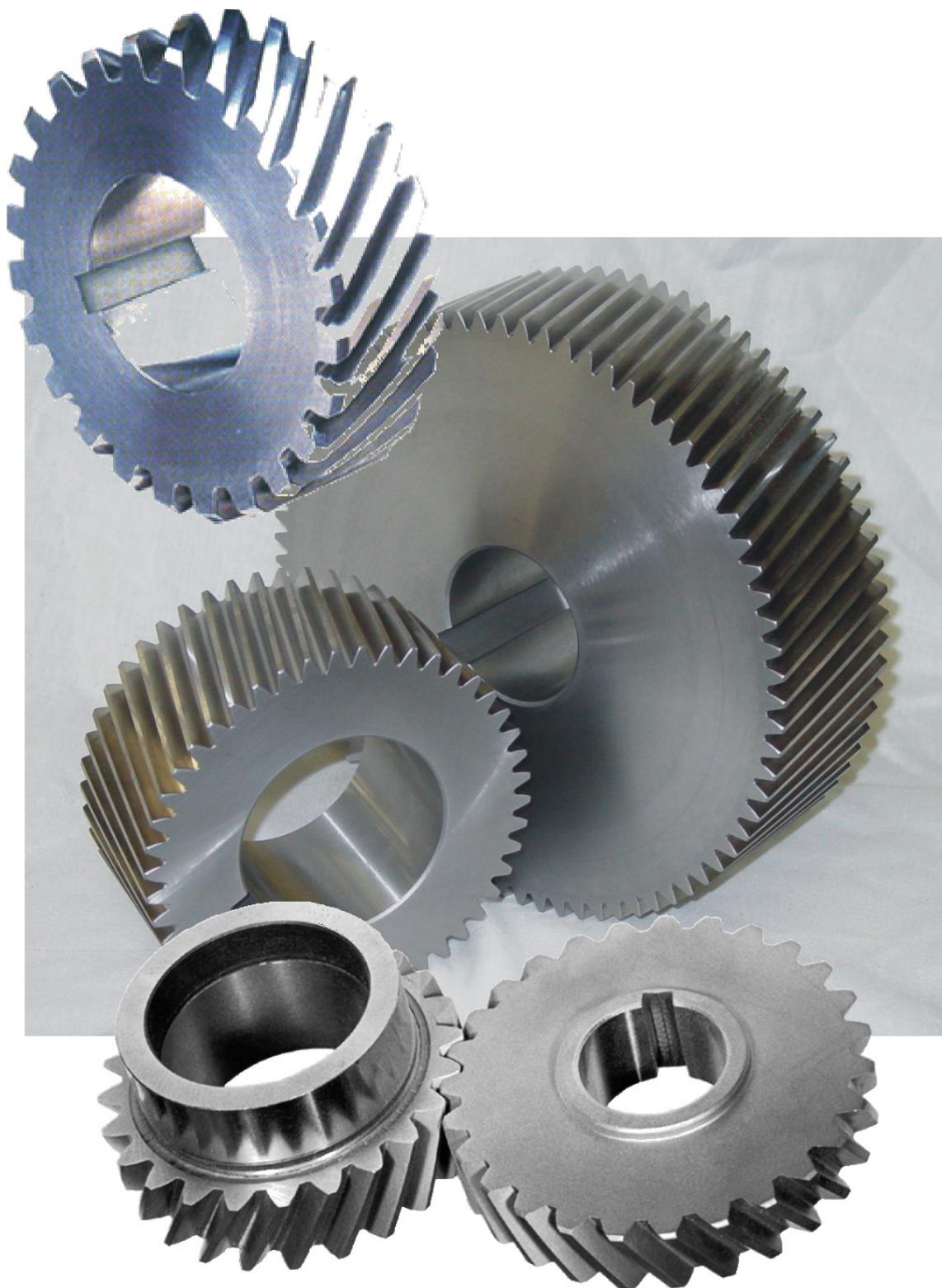


Fig. 23.1 – Indicazioni orientative per il dimensionamento della corona della ruota e delle razze con sezione a doppio T.

## 2. Ruote dentate cilindriche a denti elicoidali



Le ruote dentate cilindriche a denti dritti illustrate nel paragrafo precedente sono caratterizzate da un funzionamento durante il quale si verifica un piccolo urto ogni qualvolta un fianco di un dente viene a contatto con il corrispondente fianco dell'altro dente. Tale fatto determina una certa rumorosità dell'ingranaggio. Al fine di limitare questo inconveniente e anche per rendere le ruote dentate più robuste, sono state concepite le ruote dentate con denti elicoidali. Nella Fig. 1.2 è illustrata l'idea che sta alla base della generazione di una ruota dentata cilindrica a denti elicoidali a partire da una ruota dentata cilindrica a denti dritti. Con riferimento alla Fig. 1.2a si immagini di suddividere la ruota a denti dritti in un insieme di infinite ruote a denti dritti di spessore infinitesimo. Queste ruote sono ottenute sezionando la ruota a denti dritti con un numero infinito di piani paralleli tra loro e perpendicolari all'asse della ruota stessa. I piani sono disposti assialmente ad una distanza infinitesima l'uno dall'altro. Assumendo come riferimento la prima ruota dentata a denti dritti di spessore infinitesimo posta a sinistra, imponiamo una rotazione infinitesima  $d\theta$  alla

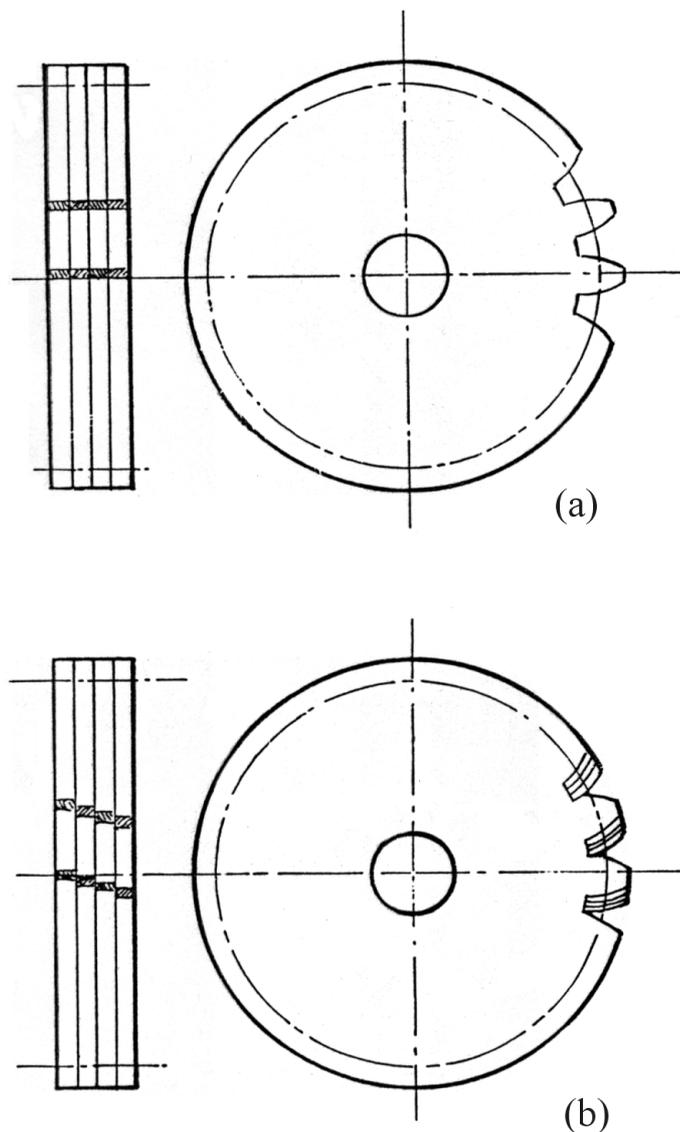


Fig. 1.2 – Trasformazione di (a) una ruota dentata cilindrica a denti dritti in (b) una ruota a denti elicoidali.

seconda ruota, per esempio in verso antiorario (rispetto ad un osservatore posto alla destra della ruota). Successivamente ruotiamo di  $d\theta$  anche la terza ruota, sempre rispetto alla ruota immediatamente precedente. Quindi, ruotiamo anche la quarta ruota di spessore infinitesimo rispetto alla terza, sempre dell'angolo  $d\theta$  (vedi Fig. 1.2b). Avendo predisposto il valore della rotazione  $d\theta$  in funzione di una certa legge dipendente dalla posizione assiale della singola ruota dentata a denti dritti di spessore infinitesimo, abbiamo ottenuto una ruota dentata cilindrica a denti elicoidali.

Per descrivere da un punto di vista geometrico questa nuova ruota dentata si possono considerare ancora le grandezze caratteristiche che sono state introdotte in relazione alle ruote dentate cilindriche a denti dritti. In particolare potremo considerare il cilindro primitivo della ruota dentata cilindrica a denti dritti originaria (vedi Fig. 1.2a). Questo cilindro sarà dunque il cilindro primitivo della ruota dentata a denti elicoidali. Nella Fig. 2.2 sono rappresentate le due generatrici contrapposte a  $180^\circ$  di tale cilindro. La distanza tra queste generatrici è pari al diametro primitivo del relativo cilindro. In Fig. 2.2 è pure schematizzato con due archi di curva armonica il generico dente della nuova ruota così ottenuta. Questo dente ha una forma elicoidale. Considerando la superficie mediana compresa tra i due fianchi di questo dente e la relativa intersezione con il cilindro primitivo si ottiene un tratto di elica cilindrica appartenente al medesimo cilindro. Questa elica cilindrica è caratterizzata da un certo passo, denominato passo dell'elica  $p_e$ . Nella proiezione ortogonale eseguita parallelamente all'asse di rotazione della ruota, l'elica cilindrica appare come una curva armonica (vedi Fig. 2.2). Tale elica è caratterizzata da un certo angolo d'elica  $\beta$ . Nella

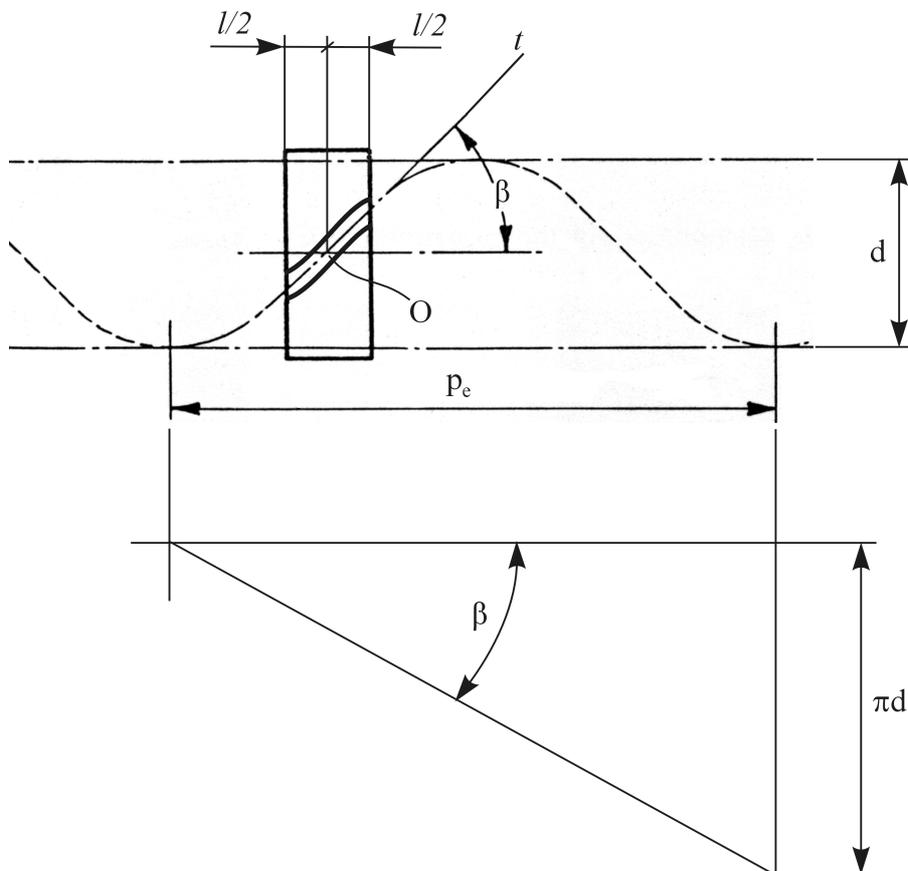


Fig. 2.2 – Parametri per la descrizione geometrica di una ruota dentata cilindrica a denti elicoidali.

Fig. 2.2 questo angolo è misurato tra l'asse di rotazione della ruota e la tangente  $t$  alla curva armonica in corrispondenza al punto  $O$  appartenente al piano di simmetria verticale della ruota stessa di larghezza  $l$ . Questo punto  $O$  può essere pensato come il punto di tangenza di una retta tangente al cilindro primitivo in corrispondenza all'elica cilindrica citata in precedenza, in mezzeria al dente. Sempre osservando la Fig. 2.2, possiamo immaginare di sviluppare su un piano il cilindro primitivo per una altezza pari al passo  $p_e$ . Poiché l'elica cilindrica è la geodetica del cilindro, il tratto di elica cilindrica compreso in  $p_e$ , appare sul piano come un segmento inclinato rispetto all'orizzontale dell'angolo d'elica  $\beta$ . Pertanto il tratto di cilindro primitivo sviluppato assume l'aspetto di un triangolo rettangolo il cui cateto orizzontale è pari a  $p_e$ , mentre quello verticale è uguale a  $\pi d$ .

Con riferimento alla Geometria descrittiva, si ricorda che le eliche possono essere destre o sinistre, in funzione del senso di avvolgimento. Pertanto, in relazione al caso delle ruote dentate cilindriche a denti elicoidali, possiamo definire ruote destre e ruote sinistre. Nella Fig. 3.2 sono illustrate due ruote. Quella superiore è una ruota destra, perché un osservatore posizionato come indicato nella figura, vede allontanarsi in direzione assiale un punto, pensato sempre appartenente ad un fianco del dente, quando il punto stesso ruota in verso orario. Viceversa, nel caso della ruota sinistra, a parità di verso di rotazione orario del punto, esso si avvicina all'osservatore.

Consideriamo ora i fianchi di due denti successivi di una ruota dentata cilindrica a denti elicoidali. In particolare consideriamo l'intersezione tra il cilindro primitivo e i fianchi di questi due denti. I fianchi sono omologhi, cioè considerando per esempio il fianco sinistro del primo dente, l'altro fianco, omologo, sarà il fianco sinistro del secondo dente. L'intersezione citata definisce quindi due tratti di elica cilindrica appartenenti al cilindro primitivo. Nella Fig. 4.2a sono illustrati questi tratti di elica.

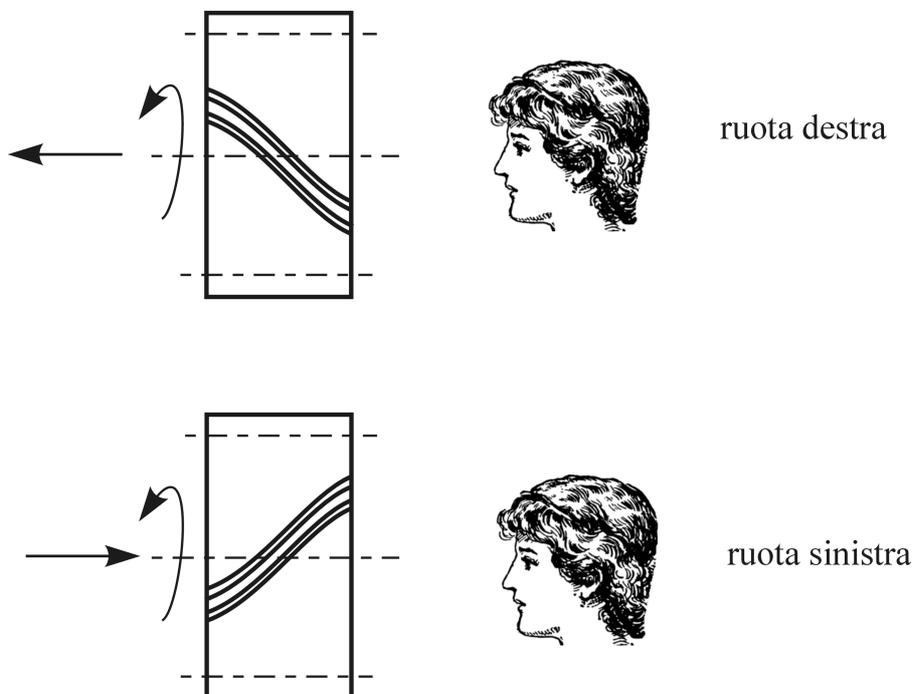
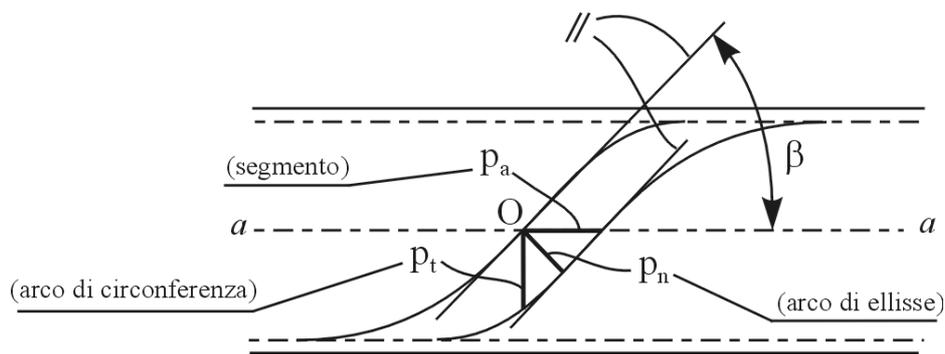


Fig. 3.2 – Ruote dentate destra e sinistra.

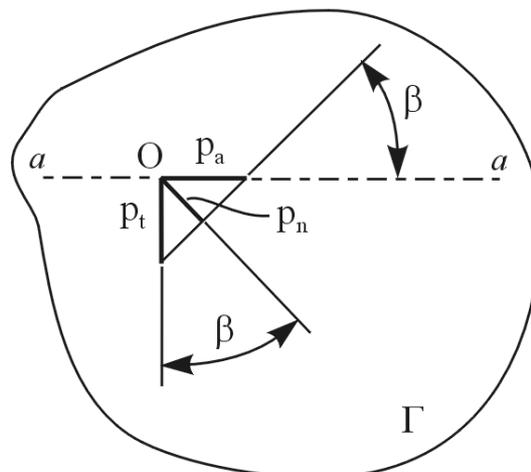
L'angolo d'elica  $\beta$  è misurato tra la tangente nel punto O della prima elica posta a sinistra e la proiezione dell'asse di rotazione  $a-a$ . O, nella figura, sembra appartenere ad  $a-a$ , ma in realtà appartiene al fianco del dente. Da tale punto è possibile misurare in direzione assiale la distanza fino al punto corrispondente sull'elica adiacente (quella posta a destra). Nella Fig. 4.2a questa distanza è stata indicata con un segmento  $p_a$ : il passo assiale. La distanza misurata sul cilindro primitivo in corrispondenza ad un piano perpendicolare all'asse da O fino all'elica posta a sinistra, è denominata passo tangenziale  $p_t$ . Questo passo è un arco di circonferenza primitiva. Consideriamo ora un piano che sechi la ruota dentata passando per O. Tale piano sia inclinato rispetto all'asse  $a-a$  dell'angolo d'elica  $\beta$ . Come noto, l'intersezione di un piano inclinato rispetto all'asse del cilindro con il cilindro stesso genera la conica ellisse. Nel nostro caso il cilindro è il cilindro primitivo e conseguentemente la distanza misurata da O fino all'elica adiacente su tale piano inclinato è un arco d'ellisse. Nella Fig. 4.2a questo arco d'ellisse è indicato con  $p_n$ , il passo normale. Immaginiamo ora di sviluppare la porzione  $\Gamma$  di cilindro primitivo che contiene i tre passi citati: otteniamo il triangolo rettangolo illustrato in Fig. 4.2b. Con riferimento a tale triangolo è immediato definire le seguenti relazioni che legano tra loro i tre passi:

$$\frac{p_t}{p_a} = \operatorname{tg} \beta \quad ,$$

$$p_t \cos \beta = p_n \quad ,$$



(a)



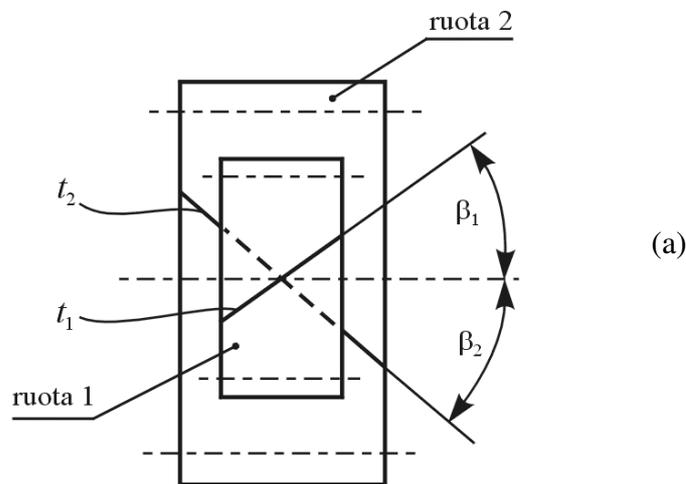
(b)

Fig. 4.2 – Definizione dei passi caratteristici: (a) sul cilindro primitivo, (b) sul piano  $\Gamma$ .

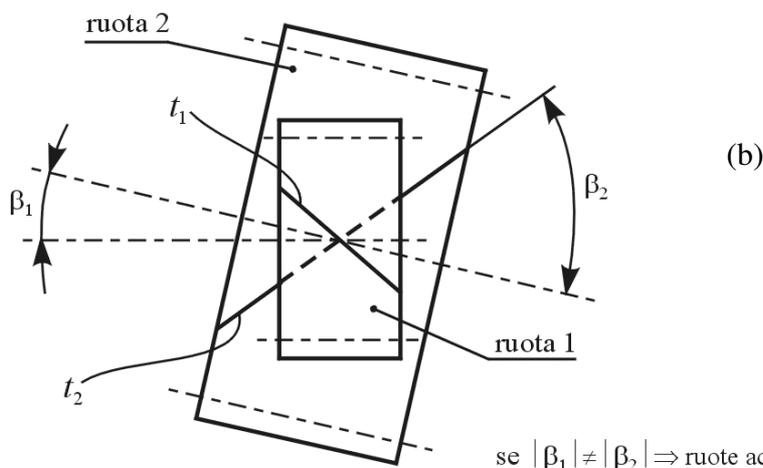
$$p_a \sin \beta = p_n \quad .$$

Si osserva che il passo normale  $p_n$  corrisponde al passo  $p$  definito per le ruote dentate cilindriche a denti dritti. Inoltre, nelle ruote dentate cilindriche a denti dritti si era definito un unico modulo  $m$ . Tale modulo era ottenuto dividendo il corrispondente passo  $p$  per  $\pi$ . Anche nel caso delle ruote dentate elicoidali si calcola il modulo con lo stesso criterio. Però, nelle ruote elicoidali sono stati definiti tre passi: assiale  $p_a$ , normale  $p_n$  e tangenziale  $p_t$ . Allora, corrispondentemente, si definiscono i tre moduli assiale  $m_a$ , normale  $m_n$  e tangenziale  $m_t$ :

$$m_a = \frac{p_a}{\pi} \quad ,$$



se  $|\beta_1| = |\beta_2| \Rightarrow$  ruote ad assi paralleli



se  $|\beta_1| \neq |\beta_2| \Rightarrow$  ruote ad assi sghembi

Fig. 5.2 – Ruote dentate ad assi (a) paralleli e (b) sghembi.

$$m_n = \frac{p_n}{\pi} \quad ,$$

$$m_t = \frac{p_t}{\pi} \quad .$$

Osserviamo ancora che due ruote dentate cilindriche a denti elicoidali 1 e 2 caratterizzate dai rispettivi angoli d'elica  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , assumono una disposizione diversa in funzione dei valori assunti da tali angoli. In particolare osserviamo che se  $\beta_1$  e  $\beta_2$  sono uguali, allora gli assi delle due ruote dentate sono paralleli. Se invece  $\beta_1$  e  $\beta_2$  sono diversi, gli assi delle ruote sono sghembi. Nella Fig. 5.2 è evidenziata questa caratteristica di accoppiamento delle due ruote dentate elicoidali con riferimento ai valori assoluti di  $\beta_1$  e  $\beta_2$ . Infatti, talvolta, questi angoli vengono misurati considerandoli di tipo orientato, cioè con segno. Comunque, i disegni in Fig. 5.2 non riportano  $\beta_1$  e  $\beta_2$  come se fossero degli angoli orientati.

### Ruota dentata ideale associata alla ruota dentata cilindrica a denti elicoidali

Consideriamo ora la Fig. 6.2. In questa figura è riportata la proiezione di una ruota dentata

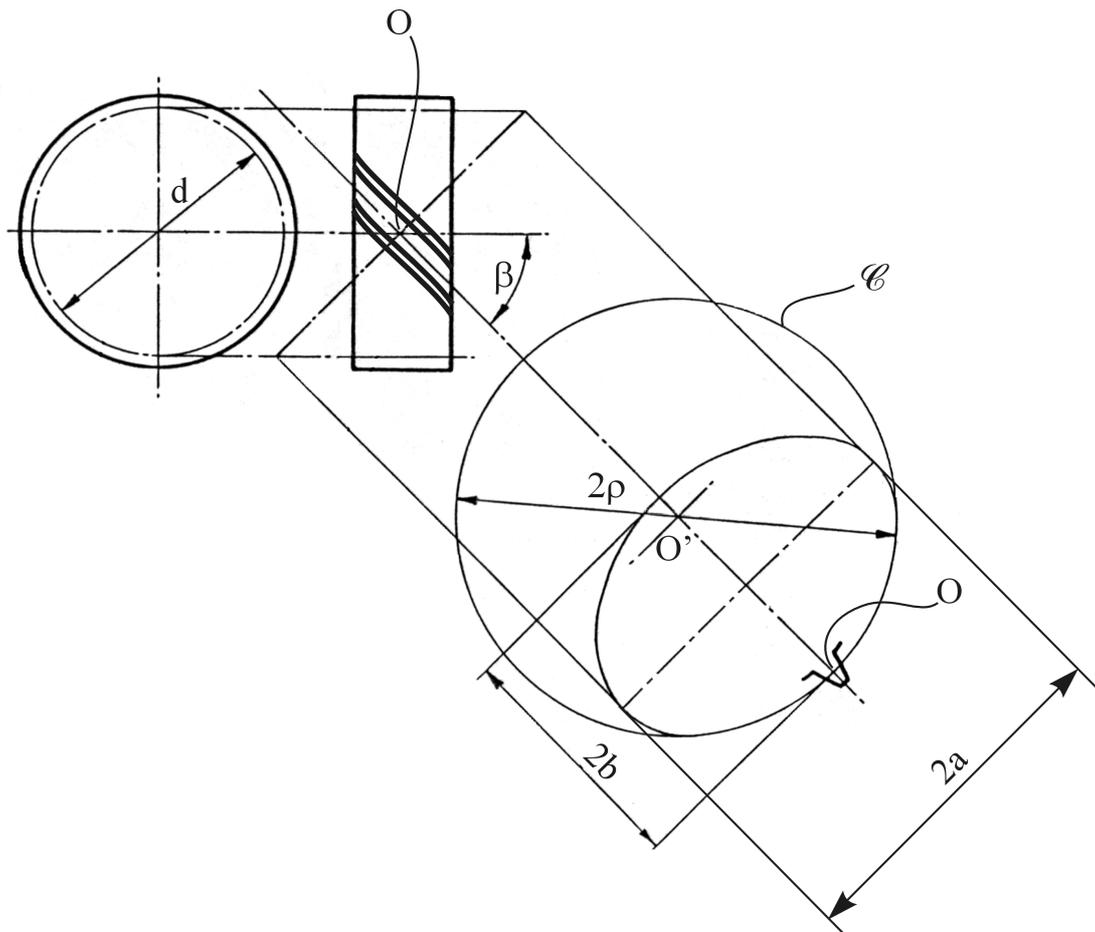


Fig. 6.2 – Definizione della ruota dentata ideale associata alla ruota dentata cilindrica a denti elicoidali.



$$\rho = \frac{a^2}{b} \quad , \quad d_{id} = m_n z_{id} \quad ,$$

$$a = \frac{d}{2 \cos \beta} \quad , \quad d = m_t z \quad ,$$

$$b = \frac{d}{2} \quad , \quad d_{id} = \frac{d}{\cos^2 \beta} \quad ,$$

$$d_{id} = 2\rho \quad , \quad z_{id} = \frac{z}{\cos^2 \beta} \quad .$$

La Fig. 7.2 illustra un'indicazione dettagliata della ruota dentata ideale associata alla corrispondente ruota dentata cilindrica a denti elicoidali. In particolare si osserva che la dentatura della ruota ideale è ancora caratterizzata dall'altezza di addendum  $h_a$  e di dedendum  $h_f$ , esattamente come nelle ruote dentate cilindriche a denti dritti. Inoltre, sempre per la ruota dentata ideale, viene definito il passo, misurato sulla circonferenza primitiva  $\mathcal{C}$ . Questo passo è il passo normale  $p_n$  precedentemente citato. Con riferim40

ento alla ruota dentata ideale viene pure considerato un angolo di pressione che corrisponde al normale angolo di pressione considerato nelle ruote dentate cilindriche a denti dritti.

Nella Fig. 7.2, in corrispondenza alla sezione Y-Y, questo angolo è indicato con  $\alpha_n$ . Nel disegno, il vertice di  $\alpha_n$  è il punto O, ma in realtà tale vertice è il punto B appartenente al fianco del dente, sempre in corrispondenza alla circonferenza primitiva ideale (quindi, nella sezione Y-Y, l'angolo  $\alpha_n$  è stato leggermente ruotato in verso antiorario). Nella figura si è assunto O come vertice dell'angolo  $\alpha_n$  per conferire maggiore chiarezza alla rappresentazione, soprattutto in relazione alla vista principale della ruota dentata cilindrica a denti elicoidali sulla quale sono state predisposte le sezioni X-X e Y-Y. Osservando ora la sezione X-X si rilevano i relativi denti caratterizzati, come nel caso della sezione Y-Y, dai medesimi addendum  $h_a$  e dedendum  $h_f$ . In questo caso però si definisce il passo tangenziale  $p_t$  con il corrispondente angolo di pressione tangenziale  $\alpha_t$ . Il punto O, vertice anche di questo angolo  $\alpha_t$ , analogamente a quanto osservato a proposito di  $\alpha_n$ , più correttamente, dovrebbe essere sostituito con il punto B appartenente proprio al fianco del dente. Nella sezione X-X sono pure indicati i diametri di fondo  $d_f$ , primitivo  $d$  e di testa  $d_a$  delle corrispondenti circonferenze. Si osserva infine che i punti A e B indicati nella Fig. 7.2 appartengono entrambi al cilindro primitivo della ruota dentata cilindrica a denti elicoidali. In particolare però A appartiene alla circonferenza primitiva della ruota dentata ideale, mentre B invece appartiene alla circonferenza primitiva della ruota reale.

La Tab. 1.2 riassume le grandezze caratteristiche che definiscono la geometria di una generica ruota dentata cilindrica a denti elicoidali.

Tab. 1.2 – Ingranaggi cilindrici a denti elicoidali: grandezze caratteristiche della dentatura.

Simbolo	Denominazione	Dati
$z$	numero di denti	$z = d/m_t$
$z_{id}$	numero dei denti ideale	$z_{id} = z / \cos^3 \beta$
$m_a$	modulo assiale	$m_a$
$m_n$	modulo normale	$m_n$
$m_t$	modulo tangenziale	$m_t = d / z = m_n / \cos \beta = p_t / \pi$
$d$	diametro primitivo	$d = m_t z = m_n z / \cos \beta = p_t z / \pi$
$d_{id}$	diametro primitivo ideale	$d_{id} = d / \cos^2 \beta$
$d_a$	diametro di testa	$d_a = d + 2h_a = d + 2m_n$
$d_f$	diametro di fondo	$d_f = d - 2h_f$
$d_b$	diametro di base	$d_b = d \cos \alpha_t$
$h_a$	addendum	$h_a = m_n$
$h_f$	dedendum	$h_f = h - h_a$
$p_n$	passo normale	$p_n = m_n \pi = p_t \cos \beta$
$p_t$	passo tangenziale	$p_t = m_t \pi = \pi d / z = m_n \pi / \cos \beta$
$p_a$	passo assiale	$p_a = p_n / \sin \beta = m_n \pi / \sin \beta$
$p_e$	passo dell'elica	$p_e = \pi d / \operatorname{tg} \beta = m_t \pi z / \operatorname{tg} \beta$
$\beta$	angolo dell'elica	$\operatorname{tg} \beta = \pi d / p_a$
$\alpha_n$	angolo di pressione normale	$\alpha_n = 20^\circ$ (valore normalizzato)
$\alpha_t$	angolo di pressione tangenziale	$\operatorname{tg} \alpha_t = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta$
$u$	rapporto d'ingranaggio	$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$
$a$	interasse	$a = (d_1 + d_2) / 2 = m_t (z_1 \pm z_2) / 2$

Osserviamo ancora che l'accoppiamento tra due ruote dentate cilindriche a denti elicoidali avviene correttamente solo quando entrambe le ruote hanno il medesimo modulo normale. Gli altri due moduli, tangenziale e assiale, possono anche essere diversi. Infatti, per ottenere il regolare ingranamento, un dente di una ruota si deve poter inserire esattamente nel vano tra i due denti dell'altra ruota. Questa condizione è soddisfatta solo se le due ruote hanno il medesimo passo normale, ovvero lo stesso modulo normale. I moduli tangenziale e assiale invece possono essere anche diversi, al pari dei rispettivi passi tangenziale e assiale. Se, per le due ruote accoppiate questi passi sono diversi, significa che le ruote dentate cilindriche a denti elicoidali non avranno gli assi paralleli (vedi Fig. 5.2b). Invece, se tali passi sono identici i suddetti assi saranno proprio paralleli (vedi Fig. 5.2a). Pertanto, in generale, per due ruote dentate cilindriche a denti elicoidali accoppiate 1 e 2, si definiscono sei passi e sei moduli, sei per una ruota e sei per l'altra:  $p_{a1}$ ,  $p_{n1}$ ,  $p_{t1}$ ,  $p_{a2}$ ,  $p_{n2}$ ,  $p_{t2}$ ,  $m_{a1}$ ,  $m_{n1}$ ,  $m_{t1}$ ,  $m_{a2}$ ,  $m_{n2}$ ,  $m_{t2}$ . Per ottenere il corretto accoppiamento quindi devono essere soddisfatte le seguenti relazioni:

$$m_{n1} = m_{n2} = m_n \quad ,$$

$$p_{n1} = p_{n2} = p_n \quad .$$

Inoltre, risulta anche

$$m_{t1} = \frac{m_n}{\cos \beta_1} \quad ,$$

$$m_{t2} = \frac{m_n}{\cos \beta_2} \quad .$$

Analoghe relazioni legano i passi tangenziali al passo normale:

$$p_{t1} = \frac{p_n}{\cos \beta_1} \quad ,$$

$$p_{t2} = \frac{p_n}{\cos \beta_2} \quad .$$

Dalle suddette equazioni si rileva proprio che se i due passi tangenziali sono uguali allora i due angoli d'elica  $\beta_1$  e  $\beta_2$  devono coincidere, cioè gli assi delle ruote sono paralleli.

Infine rileviamo che il rapporto di ingranaggio  $u$  nel caso delle ruote dentate cilindriche denti elicoidali può essere diverso da 1 anche a parità di diametri primitivi delle due ruote. Infatti, si dimostra che il rapporto  $u$  vale

$$u = \frac{d_2 \cos \beta_2}{d_1 \cos \beta_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad .$$

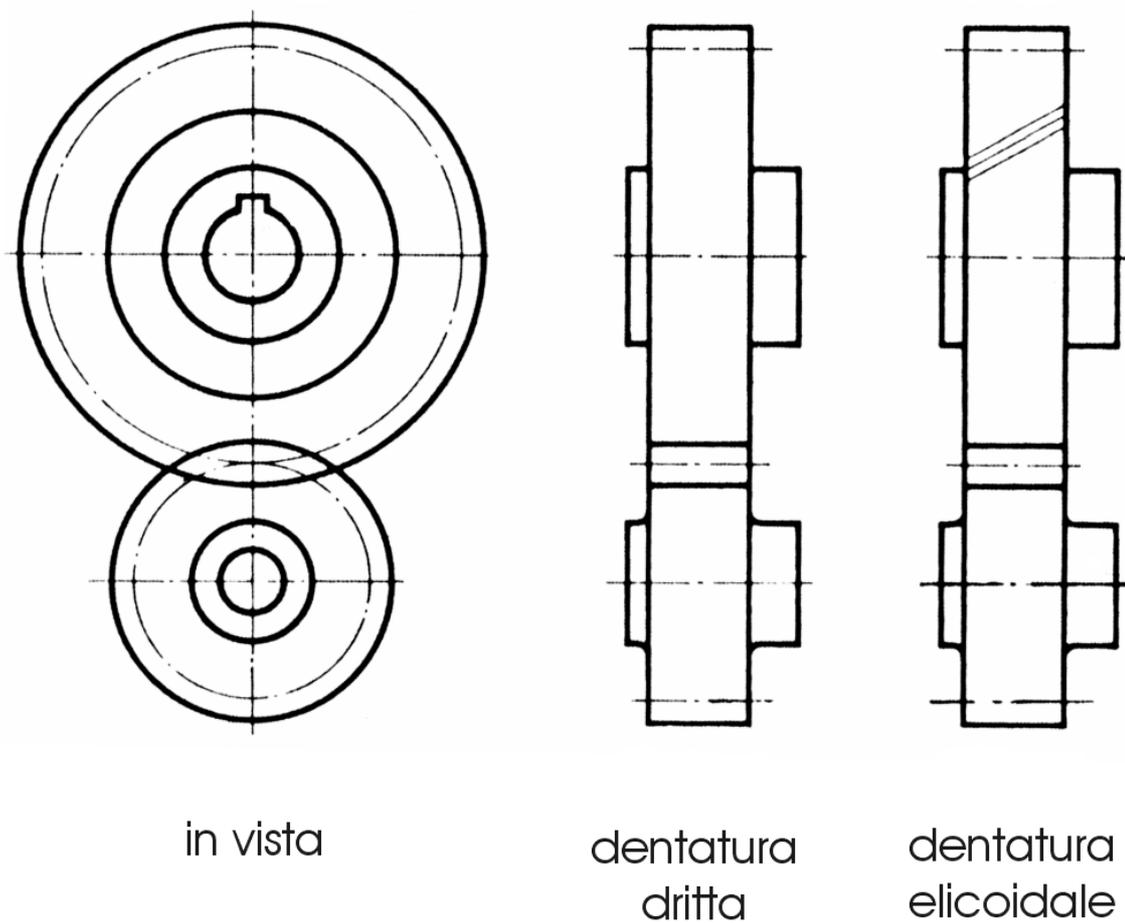
Nella precedenti relazioni  $d_1$  e  $d_2$  sono i diametri primitivi delle ruote dell'ingranaggio,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  rappresentano i corrispondenti angoli d'elica.  $z_1$  e  $z_2$  sono i relativi numeri di denti. Pertanto, anche se  $d_1=d_2$ , con  $\beta_1 \neq \beta_2$  si ottiene  $u \neq 1$ .

### **Modalità di funzionamento delle ruote dentate cilindriche elicoidali**

A differenza del caso delle ruote dentate cilindriche denti dritti, il contatto tra i denti elicoidali di due ruote ingranate ha inizio in un punto e si estende poi ad un tratto di linea che, raggiunta una certa lunghezza massima, tende successivamente a decrescere fino a ridursi di nuovo ad un punto, nell'istante in cui i due denti si separano. Nelle ruote dentate cilindriche a denti dritti invece, il contatto avviene immediatamente sull'intera generatrice rettilinea comune ai due fianchi dei denti che si toccano. Quindi, in questo caso, ogni volta che un dente penetra nel vano tra gli altri due denti, si verifica un urto, con conseguente rumorosità e vibrazioni. Invece, durante l'ingranamento di due denti elicoidali il contatto e il distacco tra i fianchi avviene con gradualità e quindi con maggiore silenziosità. Il rapporto di ingranaggio  $u$  realizzato con le ruote dentate cilindriche elicoidali è di solito elevato, può arrivare anche a 30 e più. Negli ingranaggi cilindrici a denti dritti solitamente  $u$  non supera il valore di 8. Il rendimento degli ingranaggi cilindrici a denti elicoidali, tenuto conto anche delle perdite nei cuscinetti che sorreggono gli alberi, può raggiungere il 98%. Le velocità periferiche valutate in corrispondenza ai cilindri primitivi, in casi particolari, possono essere anche molto elevate, per esempio da 40 a 70 m/s. Le potenze trasmesse sono anche di migliaia di KW. Gli ingranaggi elicoidali sono quelli più usati in qualsiasi applicazione appena un po' impegnativa, in virtù della silenziosità e dolcezza di trasmissione.

DENTATURA	SIMBOLO
elicoidale destra	
elicoidale sinistra	

(a)



(b)

Fig. 8.2 – Rappresentazione convenzionale dell'ingranaggio con ruote dentate cilindriche elicoidali.

## Cenno sulla correzione della dentatura

Anche le ruote dentate cilindriche a denti elicoidali sono, di regola, corrette. La correzione in questo caso però si applica alla ruota dentata ideale associata alla ruota reale. Pertanto, poiché la ruota ideale è una ruota dentata cilindrica a denti dritti (senza spessore), è possibile modificare il profilo dei denti della ruota ideale stessa con i medesimi criteri utilizzati per i semplici denti ad evolvente di circonferenza. Successivamente, definita la ruota dentata ideale corretta, si potrà ricavare quantitativamente il dimensionamento dei denti relativi alla ruota elicoidale, ovvero i nuovi passi, moduli, altezza dei denti, dedendum, addendum, angoli di pressione, interasse, ecc..

## Rappresentazioni unificate delle ruote dentate cilindriche a denti elicoidali

Per quanto concerne la rappresentazione unificata delle ruote dentate cilindriche a denti elicoidali, in base a quanto stabilito dalle tabelle UNI 7462, si deve procedere con regole analoghe a quelle definite per la rappresentazione delle ruote dentate cilindriche a denti dritti. In particolare, l'unica differenza nei due casi è rappresentata dalla presenza di tre segmenti, tracciati con linea continua e sottile, obliqui e paralleli tra loro che indicano la presenza di denti elicoidali e non dritti. La Fig. 8.2a illustra come indicare questi segmenti nella rappresentazione ortogonale delle ruote elicoidali in direzione perpendicolare all'asse di rotazione. Poiché le ruote elicoidali possono essere destre o sinistre, i tre segmenti, nei due casi, hanno inclinazione opposta. Nella Fig. 8.2b è riportata la rappresentazione unificata di un ingranaggio con denti elicoidali (sulla destra) accanto alla rappresentazione del medesimo ingranaggio realizzato con dentatura dritta. Nel caso della dentatura elicoidale si osserva che i tre segmenti sono stati riportati sulla ruota dentata superiore. La normativa prevede che solo su una delle due ruote (o più ruote, qualora si consideri un treno di ruote dentate accoppiate) si indichino i tre segmenti disposti obliqui. Infatti, le ruote dentate elicoidali possono accoppiarsi, ovviamente, solo tra loro. Quindi è sufficiente indicare nel disegno solo una ruota dentata di tipo elicoidale. Automaticamente, se è accoppiata ad altre, queste dovranno per forza essere anch'esse elicoidali. La rappresentazione in vista in direzione assiale di un ingranaggio costituito indifferentemente da ruote dentate elicoidali o con denti dritti è identica. Quindi, per capire da un disegno tecnico se un ingranaggio è realizzato con ruote a denti dritti o elicoidali non è sufficiente la sola rappresentazione in vista. Occorre necessariamente indicare la proiezione laterale caratterizzata dalla presenza dei tre segmenti obliqui, come illustrato nella Fig. 8.2b.

Per quanto concerne la rappresentazione unificata del componente ruota dentata cilindrica a denti elicoidali, le UNI 7462 forniscono le prescrizioni dettagliate per eseguirne il disegno tecnico. Nella Fig. 9.2 vengono illustrate le modalità da seguire. In particolare si osserva che le suddette modalità sono analoghe a quelle previste per le ruote dentate cilindriche a denti dritti. Quindi, in generale, la ruota dentata elicoidale potrà essere rappresentata in sezione assiale. In questa sezione saranno indicate esclusivamente le quote relative al corpo ruota escludendo indicazioni specifiche sulle dimensioni e sulla configurazione della dentatura. In questa rappresentazione è prevista la prescrizione della rugosità superficiale dei fianchi dei denti ed eventualmente di alcune altre superfici del corpo ruota. Le tolleranze dimensionali e geometriche andranno anch'esse eventualmente prescritte. Le caratteristiche della dentatura devono essere specificate sempre tramite una tabella posta in prossimità della suddetta sezione. In questa tabella saranno riportati i parametri indicati in Fig. 9.2, analoghi a quelli delle ruote a denti dritti. A differenza del caso della dentatura dritta, nella Fig. 9.2, a titolo d'esempio, sono riportati anche alcuni valori numerici relativi ai denti elicoidali.



## Forze mutue scambiate tra due ruote dentate cilindriche a denti elicoidali

Esaminiamo anche in questo caso le forze che due ruote dentate cilindriche a denti elicoidali si scambiano in corrispondenza del contatto tra i fianchi di due denti ingranati. Supponiamo, per semplicità, come nel caso dei denti dritti, che solo una coppia di denti sia a contatto durante la trasmissione del momento torcente dalla ruota motrice a quella mossa. Con riferimento alla forza  $F$  applicata da un dente della ruota motrice al dente corrispondente della ruota mossa immaginiamo, sempre per semplicità, di fissare l'origine di tale forza nel punto  $B$  della circonferenza primitiva della ruota motrice. In particolare scegliamo la circonferenza primitiva appartenente al piano di mezzeria della ruota dentata. Quindi il punto  $B$  precedentemente citato è proprio quello indicato anche nella Fig. 7.2. In Fig. 10.2 è indicata quindi la forza  $F$  che è un vettore perpendicolare al piano tangente al fianco del dente in corrispondenza al punto  $B$ . Il dente, nel disegno, è stato sezionato circolarmente in modo da rendere ben visibile questo punto. La forza  $F$  può quindi essere scomposta nelle sue tre componenti assiale  $F_a$ , radiale  $F_r$  e tangenziale  $F_t$ . Queste componenti sono definibili quantitativamente in funzione degli angoli di pressione tangenziale  $\alpha_t$ , normale  $\alpha_n$  e d'elica  $\beta$  illustrati in precedenza. La forza assiale  $F_a$  tende a far traslare assialmente la ruota coniugata non rappresentata in Fig. 10.2. La forza radiale  $F_r$  tende invece a spostare radialmente tale

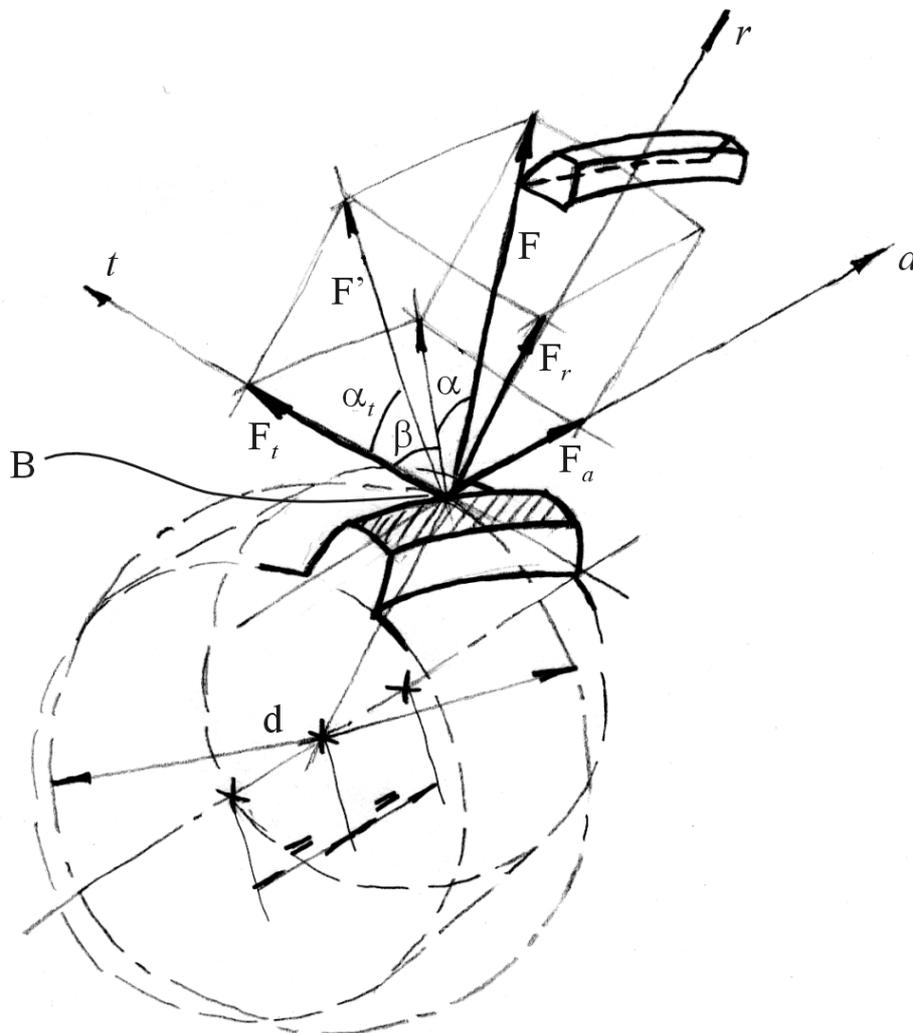


Fig. 10.2 – Forze applicate da una ruota dentata cilindrica a denti elicoidali alla rispettiva ruota dentata coniugata.

ruota. Infine, la forza tangenziale  $F_t$  applicata alla circonferenza primitiva della ruota coniugata tende a farla ruotare e determina quindi la trasmissione del momento torcente dalla ruota motrice (indicata in Fig. 10.2) a quella mossa (la ruota coniugata), non rappresentata.

In base a quanto esposto risulta anche

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\beta &= \frac{F_a}{F_t} \quad , \\ F_t &= \frac{2M_t}{d} \quad , \end{aligned}$$

in cui con  $M_t$  rappresenta il momento torcente applicato alla ruota motrice per esempio tramite un opportuno calettamento su di un albero non illustrato in Fig. 10.2. Pertanto, le forze che riceve la ruota mossa da quella motrice sono  $F_a$ ,  $F_r$  e  $F_t$ . Queste, a loro volta, si scaricano sull'albero su cui è calettata la ruota mossa. L'albero scarica tali forze sui relativi cuscinetti e supporti che devono essere adeguatamente scelti e proporzionati in funzione dei valori assunti da  $F_a$ ,  $F_r$  e  $F_t$  tenendo conto delle relative direzioni e versi lungo i quali le medesime componenti spirano. Viceversa, la ruota motrice (quella illustrata in Fig. 10.2) riceve le componenti  $F_a$ ,  $F_r$  e  $F_t$ , però cambiate di verso, cioè  $-F_a$ ,  $-F_r$  e  $-F_t$ . Quindi, anche in questo caso, le forze si trasmettono all'albero, ai supporti e ai cuscinetti relativi alla ruota motrice. Conoscendo queste forze è quindi possibile, come nel caso della ruota mossa, scegliere e proporzionare i suddetti organi. A questo proposito si osserva che a differenza delle ruote dentate cilindriche a denti dritti, nel caso delle ruote a denti elicoidali è presente la componente assiale  $F_a$  che tende a far scorrere assialmente la ruota lungo l'asse dell'albero su cui è calettata. Per impedire che avvenga questa traslazione con conseguente disinserimento proprio in direzione assiale delle ruote accoppiate, occorre predisporre opportuni spallamenti tra la ruota e l'albero. Inoltre anche l'albero che in questo modo riceve la spinta assiale non deve traslare, per cui i cuscinetti che lo supportano dovranno essere in grado di contrastare tale forza. I cuscinetti, a loro volta, dovranno essere ospitati in sedi adeguate che ne impediscano la traslazione orizzontale. Per impedire la rotazione relativa ruota-albero potrà essere utilizzata, nella maggior parte dei casi, la solita linguetta.

### **Dimensionamento del corpo ruota**

Si può far riferimento a quanto indicato in relazione alle ruote dentate cilindriche a denti dritti.

### 3. Ruote dentate coniche a denti dritti



Le ruote dentate coniche a denti dritti sono caratterizzate da assi di rotazione che concorrono in un punto. Inoltre, tali assi formano angoli che possono variare per esempio da  $30^\circ$  fino a più di  $90^\circ$ . Di regola questo tipo di ruote dentate viene quindi utilizzato per realizzare trasmissioni del moto rotatorio con alberi non paralleli e incidenti. Nei casi in cui due ruote dentate coniche di diverso diametro siano ingranate per formare un ingranaggio, la ruota dentata di diametro minore è denominata pignone.

### **Evolvente sferica e generazione geometrica dei fianchi dei denti di una ruota dentata conica a denti dritti**

Consideriamo una sfera di centro V (vedi Fig. 1.3). Su questa sfera individuiamo la circonferenza massima, ovvero quella circonferenza il cui centro coincide sempre con il centro V della sfera suddetta. Tale circonferenza, che è una geodetica della sfera, appartiene ad un piano che possiamo immaginare incernierato con una cerniera sferica proprio nel punto V. Questo piano quindi può ruotare attorno a V. Conseguentemente la circonferenza massima che giace sul piano, è libera di assumere qualunque posizione, però sempre mantenendosi appartenente alla superficie sferica. Introduciamo ora un'ulteriore circonferenza, denominata circonferenza di base, sul mantello sferico. Il centro O di questa nuova circonferenza si trova all'interno della sfera. La circonferenza di base è fissa. Poniamo quindi a contatto, in tangenza, la circonferenza massima e la circonferenza di base. La circonferenza massima è sempre vincolata al relativo centro V però, come detto, può ruotare attorno ad esso. Consideriamo quindi una posizione iniziale della circonferenza massima tangente alla circonferenza di base. Ulteriormente, consideriamo un punto A della circonferenza massima. Questo punto sia il punto di contatto tra la suddetta circonferenza e quella di base nella posizione iniziale. Ruotiamo ora la circonferenza massima attorno al centro V mantenendola sempre tangente alla circonferenza di base. Osserviamo quindi la traiettoria descritta da A sulla sfera: si tratta di una curva che appartiene sempre al mantello sferico durante tutta la rotazione della circonferenza massima. Questa curva prende il nome di evolvente sferica. Nella Fig. 1.3 sono tracciati due rami di evolventi sferiche. Un primo ramo ha origine nel punto A' appartenente alla circonferenza di base. Questo ramo termina nel punto A'' della circonferenza massima. La seconda evolvente sferica ha inizio nel punto B' della circonferenza di base. Il punto B'' rappresenta l'estremo finale di tale evolvente. Pertanto, in base a quanto illustrato, possiamo introdurre varie evolventi sferiche a partire dalla medesima circonferenza di base. Con riferimento alla Fig. 2.3 si può quindi introdurre un'ulteriore circonferenza appartenente alla sfera. Questa circonferenza ha il centro O' posto su un raggio che congiunge il centro O della circonferenza di base col centro V della medesima sfera. Questa nuova circonferenza tronca ad una certa altezza vari rami di evolvente sferica. Possiamo quindi procedere alla proiezione al centro V della sfera dei singoli rami di evolvente sferica troncati. Le superfici che si ottengono costituiscono i fianchi dei denti della ruota dentata conica.

### **Ruota dentata ideale associata alla ruota dentata conica a denti dritti**

A questo punto possiamo definire in modo più quantitativo la generazione geometrica della dentatura conica. In particolare, osservando la Fig. 3.3, consideriamo un punto C appartenente ad un ramo di evolvente sferica. Sono dunque definiti i tre punti O, C e V. Per questi tre punti passa un solo piano. Consideriamo ora la proiezione degli elementi illustrati nella Fig. 2.3 su questo piano. Nel disegno riportato nella Fig. 4.3, la sfera appare come un arco di circonferenza di centro V e la circonferenza di base è un segmento verticale passante per il punto O. Possiamo ora introdurre ulteriori elementi geometrici sul piano di rappresentazione appena citato. In particolare tracciamo il segmento che congiunge i punti C e V. Questo segmento è inclinato dell'angolo  $\delta$  rispetto all'orizzontale. Inoltre, consideriamo per il punto C un segmento verticale perpendicolare all'asse della circonferenza di base. Questo segmento interseca tale asse nel punto D e rappresenta un

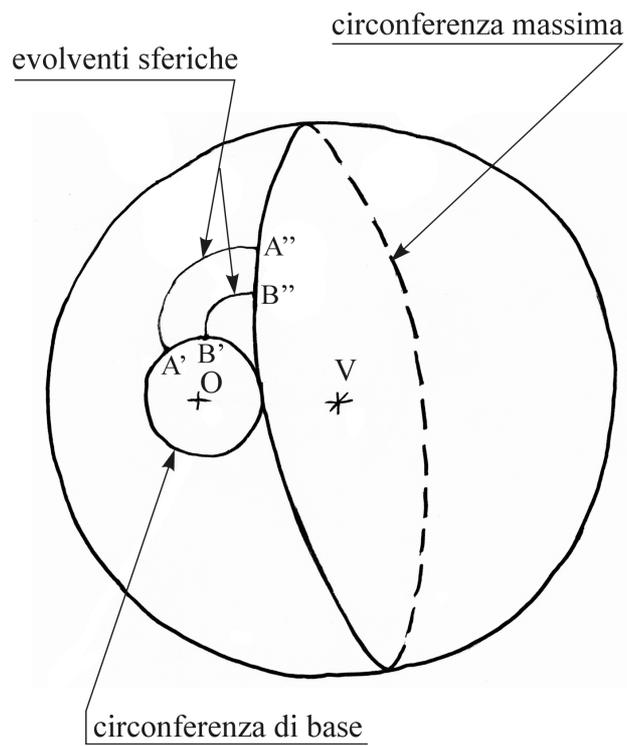


Fig. 1.3 – Generazione di evolventi sferiche.

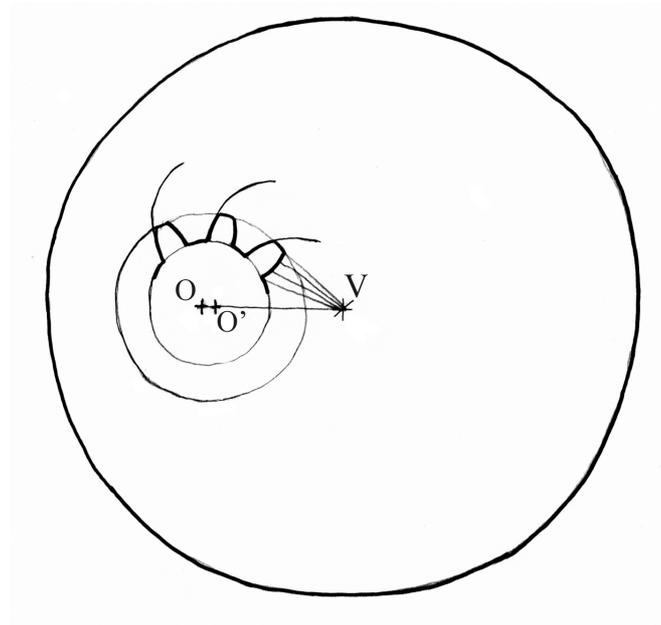


Fig. 2.3 – Troncamento delle evolventi sferiche.

ulteriore circonferenza appartenente alla sfera, coassiale con la circonferenza di base. Questa nuova circonferenza è denominata circonferenza primitiva della ruota dentata conica (questa circonferenza non è illustrata nella Fig. 3.3). Immaginiamo ora un cono circolare retto con vertice  $V_c$  ed apertura angolare tale per cui risulti tangente alla sfera proprio nel punto C. Le generatrici contrapposte a  $180^\circ$  di questo cono sono indicate nella Fig. 4.3 dal segmento  $V_cC$  e da quello corrispondente disposto simmetricamente rispetto all'asse orizzontale e passante per i punti  $V_c$  e V. Questo cono è denominato cono complementare della ruota dentata conica a denti dritti. Procediamo ulteriormente

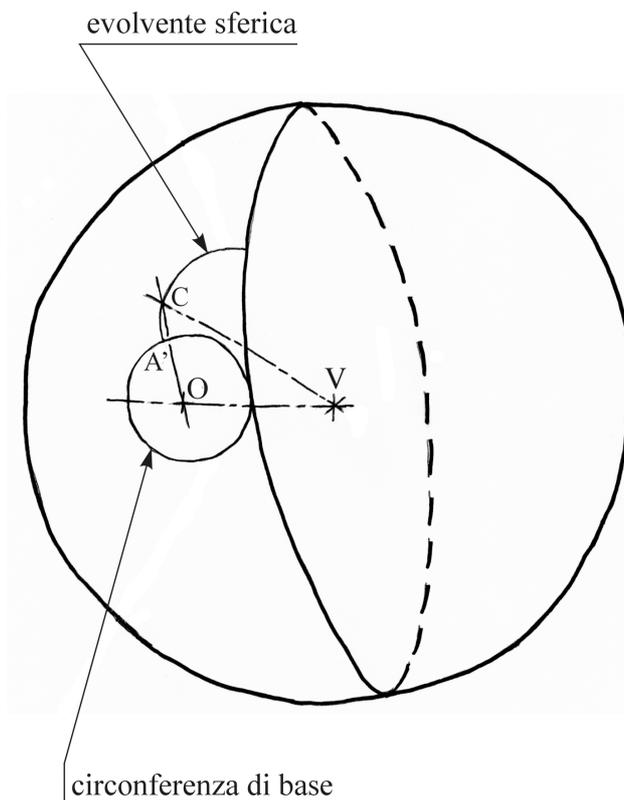


Fig. 3.3 – Tre punti caratteristici O, C e V.

sviluppando nel piano il suddetto cono. Tale sviluppo è rappresentato dall'arco di circonferenza di raggio  $R$  e centro  $V_c$  rappresentata con la linea tratto-trattino nella Fig. 5.3. Introduciamo ora due ulteriori archi di circonferenza concentrici con l'arco di circonferenza tratto-trattino precedentemente introdotto. Definiamo i raggi questi due archi di circonferenza in modo tale che distino radialmente dalla suddetta circonferenza delle quantità  $h_a$  e  $h_f$ . I punti K e L rappresentano quindi le origini dei due nuovi archi di circonferenza concentrici. La configurazione grafica così ottenuta è molto simile a quella che si definisce per il tracciamento dei normali denti dritti delle ruote dentate cilindriche. Pertanto, potremmo introdurre un'ulteriore circonferenza concentrica alle tre circonferenze appena definite. Il diametro di tale circonferenza è indicato nella Fig. 6.3 con  $d_b$ . La circonferenza tratto-trattino, nel contesto della suddetta figura, rappresenta una circonferenza denominata circonferenza primitiva della cosiddetta ruota dentata ideale associata alla ruota dentata conica a denti dritti. Il diametro di questa circonferenza, indicato con  $d_{id}$ , è pari a  $2R$  (vedi Fig. 5.3). Possiamo quindi introdurre anche l'indicazione del diametro  $d_f$  che definisce la circonferenza di fondo della ruota dentata ideale. Analogamente possiamo quotare il diametro della circonferenza più esterna con  $d_a$ . Questa circonferenza è la circonferenza di testa della ruota dentata ideale. Abbiamo ora tutti gli elementi per poter tracciare i fianchi di denti ad evolvente di circonferenza la cui circonferenza di base ha il diametro  $d_b$ . Si osserva che tale circonferenza di base relativa alla

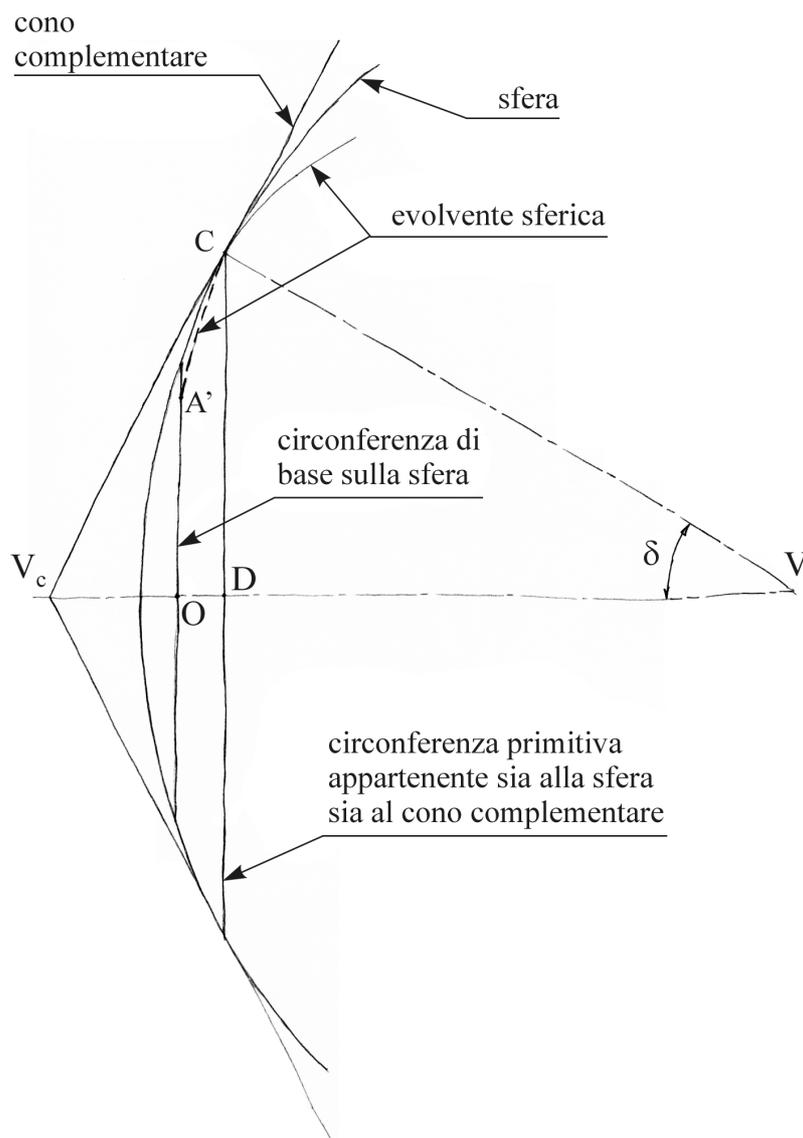


Fig. 4.3 – Proiezione degli elementi illustrati nelle Figg. 2.3 e 3.3 sul piano passante per O, V e C .

ruota dentata ideale evidentemente è diversa dalla circonferenza di base che apparteneva alla sfera (quest'ultima circonferenza appartiene alla sfera e non al cono complementare e serve per generare solo l'evolvente sferica). Nella Fig. 6.3 si è supposto che questa circonferenza di diametro  $d_b$  abbia un diametro minore di quella di fondo, ma come già illustrato per il caso delle ruote dentate cilindriche a denti dritti, questo diametro potrebbe essere anche maggiore o uguale a quello di fondo. Infine, osserviamo nella Fig. 6.3 l'indicazione del passo  $p$  della dentatura ideale. In base a quanto illustrato, la ruota dentata ideale in esame è una ruota priva di spessore, non ha in generale numero di denti intero ed è geometricamente analoga alla ruota dentata ideale associata alle ruote dentate cilindriche a denti elicoidali. Notiamo ancora che l'altezza del dente è data dalla somma delle due quantità  $h_a$  e  $h_f$  che rappresentano rispettivamente l'altezza di addendum e l'altezza di dedendum. Il valore di queste altezze viene fissato in funzione del modulo  $m$ , con criteri analoghi a quelli adottati per le ruote dentate a denti dritti. I valori numerici da adottare per  $m$ , soprattutto per costruzioni metriche nel settore della meccanica pesante, sono indicati nella tabella UNI 6586:1969 (Ruote dentate cilindriche e coniche. Serie dei moduli).

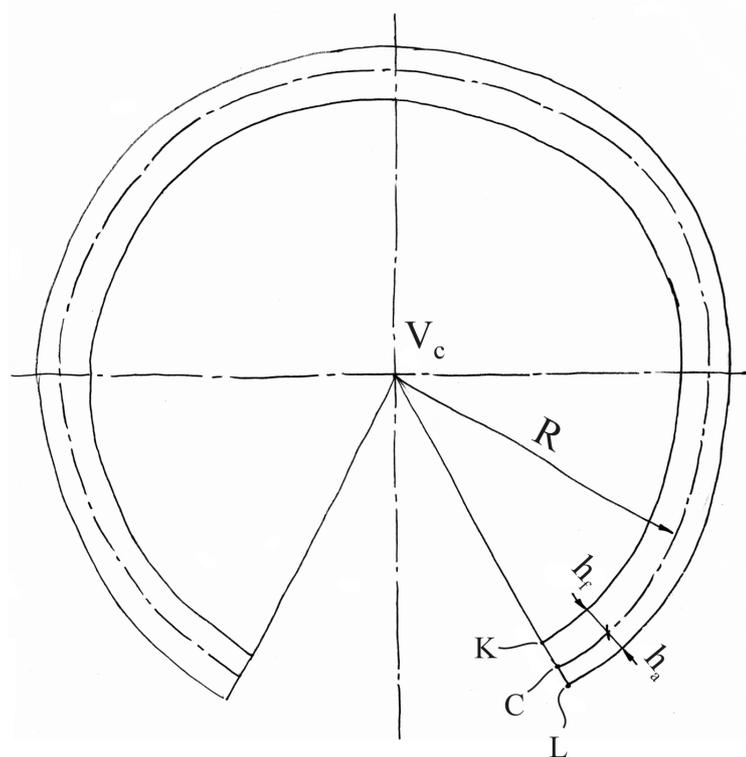


Fig. 5.3 – Sviluppo del cono complementare.

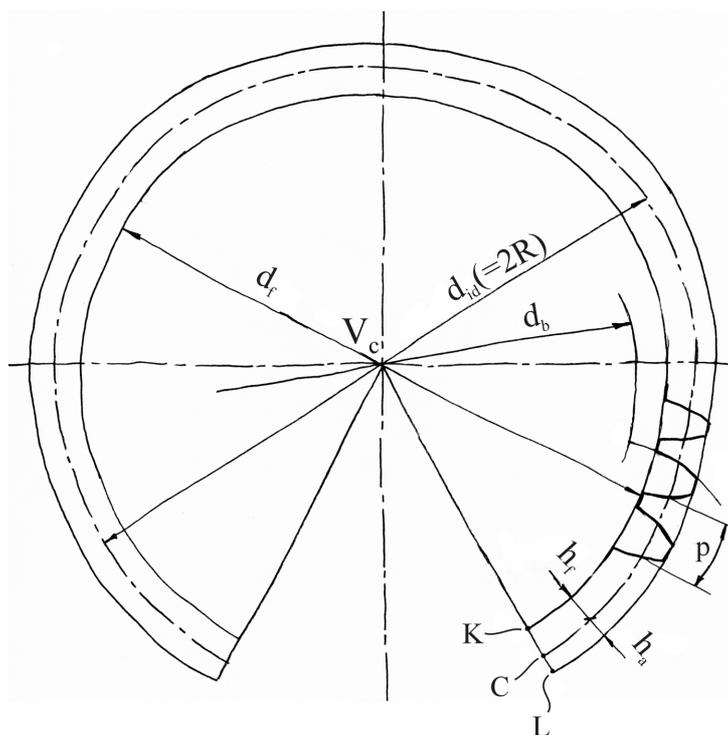


Fig. 6.3 – Definizione della ruota dentata ideale associata alla ruota dentata conica a denti dritti.

## Generazione geometrica di una ruota dentata conica denti dritti basata sulla ruota ideale ed approssimazione di Tredgold

In base a quanto illustrato finora, la ruota dentata ideale appartiene al cono complementare introdotto in Fig. 4.3 e sviluppato nel piano. Possiamo immaginare di riavvolgere tale cono sviluppato in modo da riottenerlo nelle sue tre dimensioni. In pratica potremo pensare di ricollegare le due generatrici uscenti dal vertice  $V_c$  del cono in modo da sovrapporle completamente. Procedendo in questo modo anche la ruota dentata ideale che era stata disegnata sul mantello conico sviluppato nel piano assume una disposizione in tre dimensioni (il cono è una superficie sviluppabile, per cui le distanze di punti del profilo dei denti appartenenti al cono stesso si mantengono inalterate anche quando viene ricomposto tridimensionalmente). Il cono così ottenuto, con la relativa ruota dentata ideale disegnata sulla sua superficie, viene quindi riposizionato sulla sfera di centro  $V$  esattamente nella posizione in cui si trovava prima di svilupparlo. Sempre con riferimento alla rappresentazione nel piano  $OVC$ , la Fig. 7.3 illustra la nuova configurazione ottenuta. In particolare osservano i punti  $K$ ,  $L$  e i relativi segmenti  $KV$  e  $LW$ . Allora possiamo effettuare una proiezione dei profili dei denti della ruota dentata ideale posta sul cono complementare adottando come centro di proiezione il punto  $V$ . Questa proiezione genera delle superfici che approssimano le superfici dei fianchi dei denti che avevamo ottenuto proiettando i

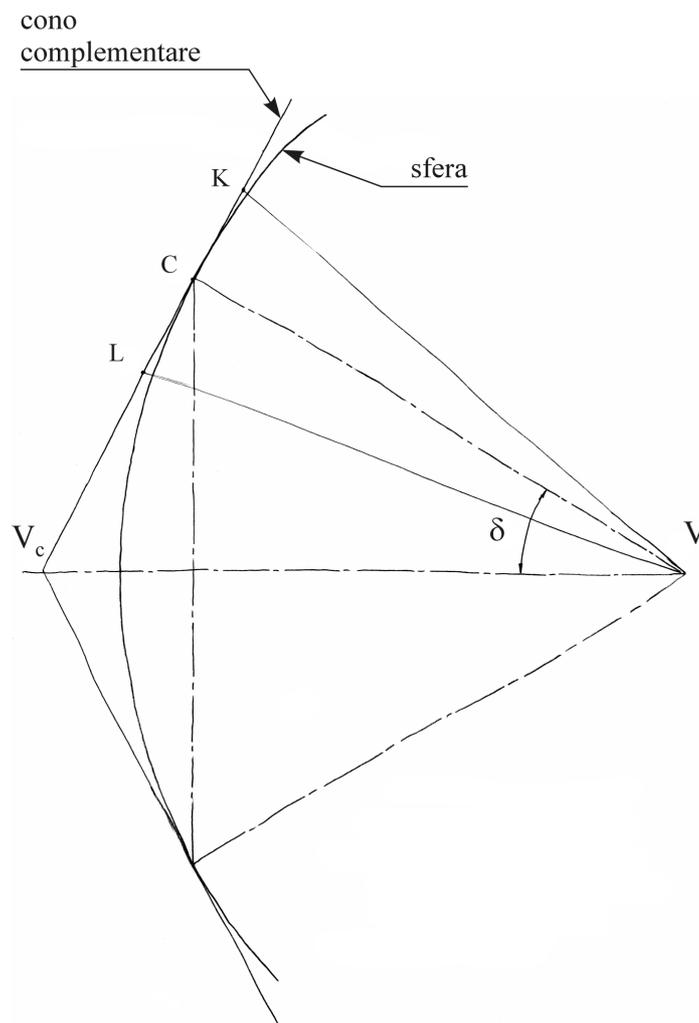


Fig. 7.3 – Approssimazione di Tredgold.

rami di evolvente sferica sempre al centro V. I nuovi fianchi dei denti così ottenuti approssimano quelli ricavati proiettando le evolventi sferiche in misura tanto migliore quanto più i punti K e L sono trovati vicini al punto C. In pratica, minore è l'altezza dei denti migliore è l'approssimazione citata. Questa approssimazione prende il nome di approssimazione di Tredgold. Quindi, anche nel caso delle ruote dentate coniche a denti dritti, con questa approssimazione, risulta possibile ricondurre il dimensionamento geometrico dei relativi denti a quello dei denti di una ruota dentata cilindrica a denti dritti, senza spessore, cioè alla corrispondente ruota dentata ideale associata. In questo modo è possibile semplificare la descrizione geometrica della ruota riconducendola al caso più semplice delle ruote dentate a denti dritti. Naturalmente, si potrebbero dimensionare i denti delle ruote dentate coniche a denti dritti adottando fianchi ottenuti con le proiezioni dei rami di evolvente sferica al centro V, ma tutta la trattazione analitico-geometrica risulterebbe molto più complessa. Anche dal punto di vista della valutazione del numero minimo di denti adottabile per le ruote coniche sussisterebbero complicazioni. Invece, ancora una volta, la valutazione del numero minimo di denti per le suddette ruote può essere svolta vantaggiosamente con riferimento all'accoppiamento tra le due corrispondenti ruote dentate ideali associate alle relative ruote dentate coniche a denti dritti ingranate tra loro, con un criterio analogo a quello adottato nel caso delle ruote dentate cilindriche a denti elicoidali.

### Grandezze caratteristiche di una ruota dentata conica a denti dritti

L'approssimazione di Tredgold appena illustrata consente un'agevole generazione geometrica delle ruote dentate coniche a denti dritti. Nella Fig. 8.3 è riportata una sezione di una ruota dentata di questo tipo con l'indicazione della corrispondente ruota dentata ideale associata. Da tale figura si rileva l'indicazione delle grandezze principali che caratterizzano la ruota. In particolare osserviamo la lunghezza  $l$  della generatrice del cosiddetto cono di testa, il diametro della ruota dentata ideale  $d_{id}$ , l'altezza di addendum e di dedendum  $h_a$  e  $h_f$  dei denti della ruota conica (vedi anche la Fig. 6.3),

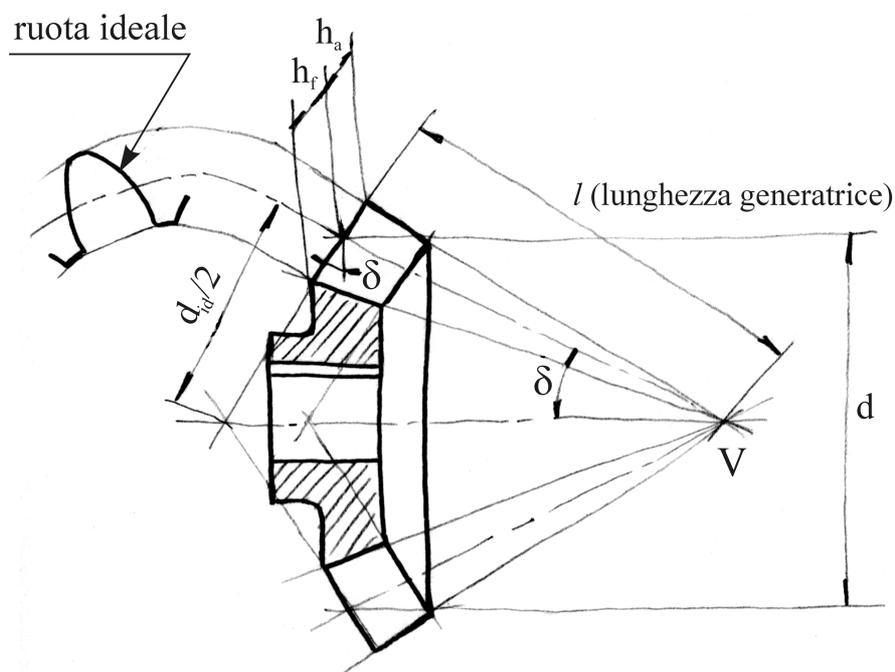


Fig. 8.3 – Ruota dentata conica a denti dritti e ruota ideale corrispondente.

il diametro primitivo  $d$  della ruota conica, l'angolo primitivo  $\delta$  del corrispondente cono primitivo e il vertice  $V$  del cono primitivo stesso. Nel disegno riportato nella Fig. 8.3 sono state seguite le regole di rappresentazione previste dalle norme UNI per il disegno delle ruote dentate coniche a denti dritti in sezione. Pertanto i denti non sono sezionati anche se sono attraversati dal piano di sezione. Nella Fig. 9.3 è riportata una descrizione dettagliata degli enti geometrici, in parte già citati, che caratterizzano la geometria della ruota dentata in esame. In particolare sono indicate le generatrici del cono di testa, del cono di piede, del cono primitivo, del cono complementare, del cono complementare interno e del cono complementare medio.

La generatrice del cono primitivo è rappresentata con una linea tratto-trattino, in accordo con la normativa unificata di rappresentazione. Il cono complementare interno ha le generatrici parallele a quelle del cono complementare esterno e definisce la lunghezza del dente. Osserviamo ancora che le generatrici del cono primitivo sono sempre perpendicolari alle generatrici dei tre coni complementari (esterno, o semplicemente complementare, medio e interno). Nella Fig. 10.3 sono indicati gli ulteriori angoli caratteristici di addendum  $\theta_a$  e dedendum  $\theta_f$  che sono misurati tra la generatrice del cono primitivo e quelle dei coni di testa e di piede. Questi angoli corrispondono alle relative altezze di addendum  $h_a$  e dedendum  $h_f$  del dente. L'altezza complessiva del dente è stata indicata con  $h$ . Nella Fig. 11.3 sono riportate delle ulteriori quote che fissano la geometria della ruota conica. Per quanto concerne gli angoli sono indicati gli angoli di piede  $\delta_f$ , primitivo  $\delta$  (già definito in precedenza) e di testa  $\delta_a$ . Questi angoli sono tutti misurati dall'asse di rotazione della ruota conica e identificano l'inclinazione delle relative generatrici dei coni di testa, primitivo e di piede. Per quanto concerne diametri, è riportata indicazione dei diametri di piede  $d_f$ , primitivo  $d$  (già definito) e di testa  $d_a$ . Inoltre nella Fig. 11.3 la larghezza di dentatura (lunghezza del dente) è indicata con  $b$ . La generatrice  $R$  del cono primitivo, come già illustrato inizialmente, rappresenta il raggio della sfera di centro di centro  $V$  (vedi Fig. 1.3 e successive).

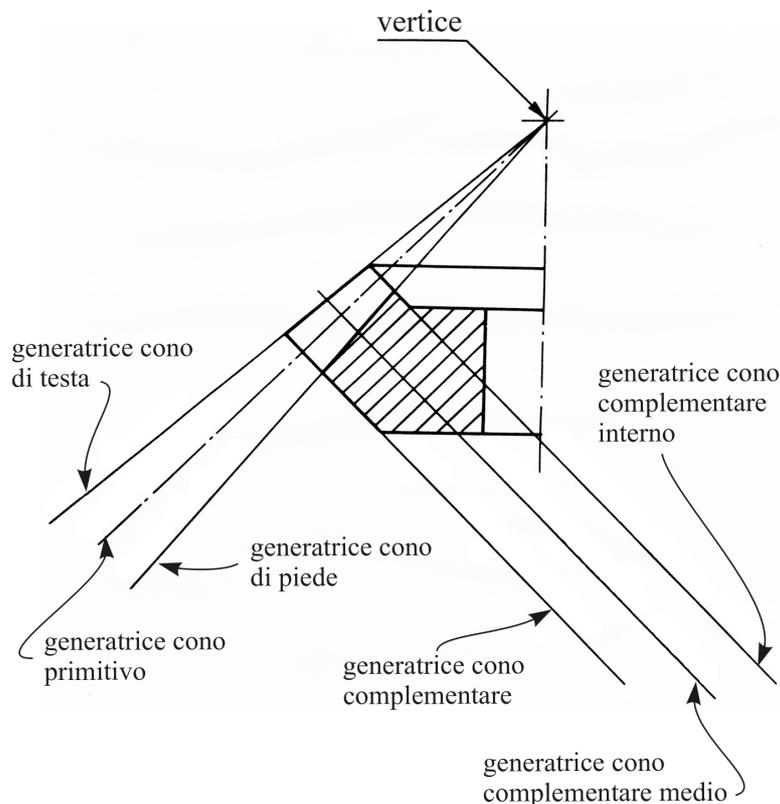


Fig. 9.3 – Elementi geometrici caratteristici di una ruota dentata conica a denti dritti.

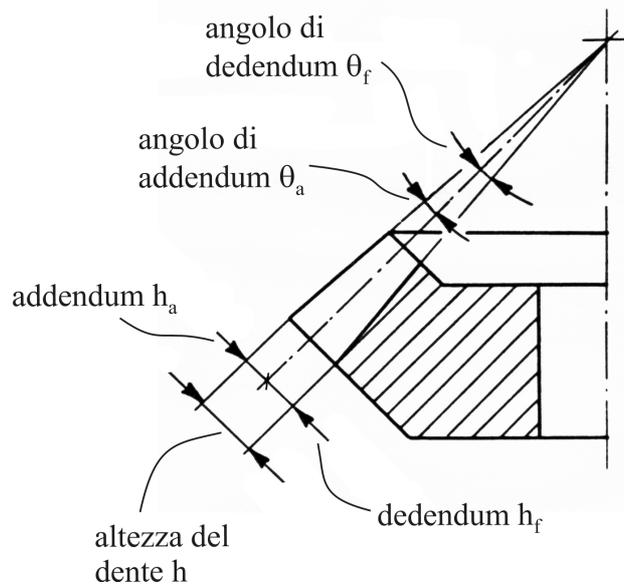


Fig. 10.3 – Angoli caratteristici di una ruota dentata conica a denti dritti.

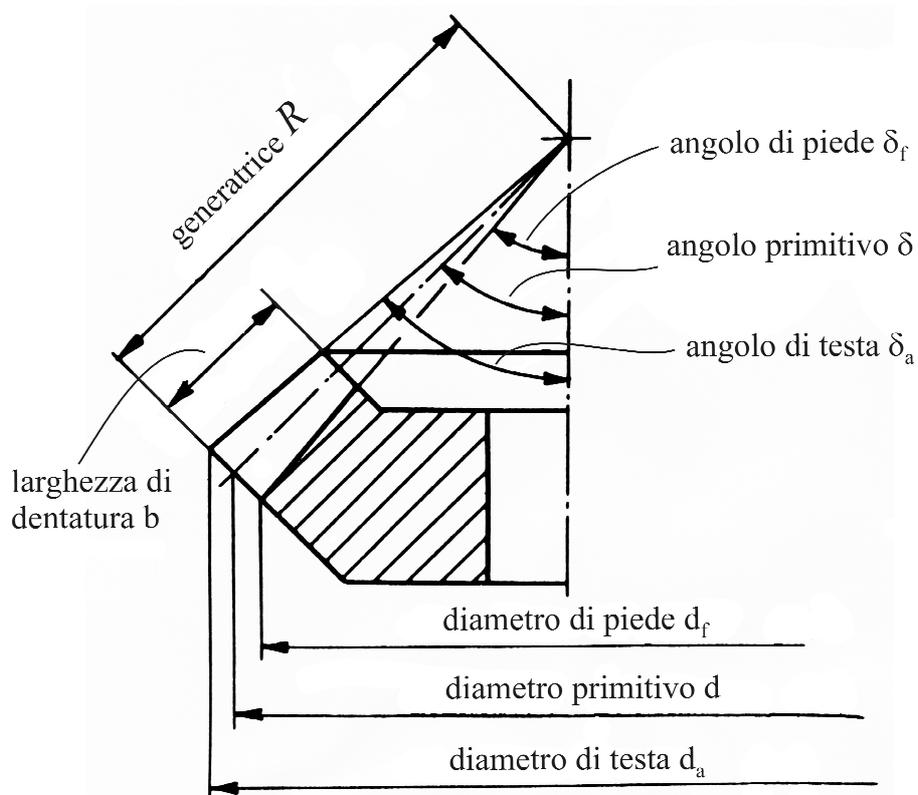


Fig. 11.3 – Diametri di una ruota dentata conica a denti dritti ed ulteriori grandezze caratteristiche.

## Alcune relazioni quantitative tra i parametri geometrici delle ruote dentate coniche a denti dritti

La Fig. 12.3 rappresenta due ruote dentate coniche a denti dritti 1 e 2 ingranate tra loro nella posizione corretta in modo da poter trasmettere il moto da una ruota all'altra. Si osserva che i vertici  $V_1$  e  $V_2$  dei coni primitivi delle due ruote devono coincidere. Quindi, i coni primitivi delle due ruote devono essere sempre posti a contatto in tangenza lungo una generatrice comune.  $\delta_1$  e  $\delta_2$  rappresentano gli angoli primitivi delle due rispettive ruote 1 e 2. L'angolo  $\Sigma$  è definito dalla somma di  $\delta_1$  e  $\delta_2$ :

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 \quad .$$

Nel caso delle ruote coniche a denti dritti il rapporto di trasmissione  $u$  è definito dalle seguenti relazioni

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\text{sen } \delta_2}{\text{sen } \delta_1} \quad ,$$

in cui  $d_1$  e  $d_2$  sono rispettivamente i diametri primitivi della ruota 1 e 2 (vedi anche Fig. 11.3).

Il diametro primitivo  $d_{id}$ , della ruota dentata ideale associata alla ruota dentata conica a denti dritti (vedi Fig. 8.3) è legato al numero di denti  $z_{id}$  della ruota ideale stessa tramite il relativo modulo  $m$ :

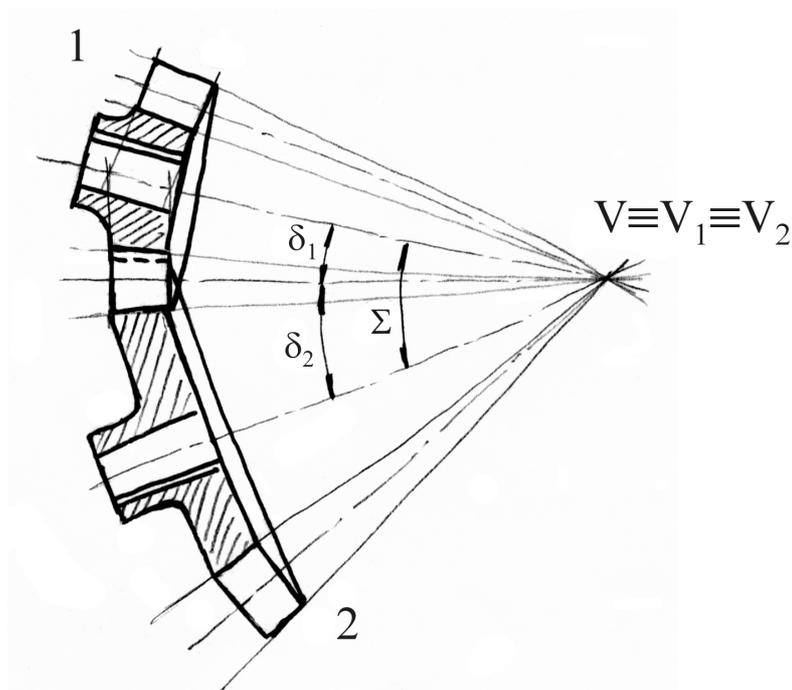


Fig. 12.3 – Vista in sezione di due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate.

$$d_{id} = m z_{id} \quad .$$

Si noti che  $m$  è il modulo della ruota ideale e, in relazione alla generazione geometrica della dentatura fin qui descritta, rappresenta pure il modulo della ruota dentata conica.

Si può inoltre dimostrare che il numero di denti  $z$  e il diametro primitivo  $d$  della ruota conica si ricavano dalle corrispondenti grandezze della ruota ideale associata con le ulteriori relazioni

$$z = z_{id} \cos \delta$$

e

$$d = d_{id} \cos \delta \quad .$$

Per quanto concerne il fenomeno dell'interferenza dei denti tra due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate (aventi ovviamente lo stesso modulo), il controllo avviene, come nel caso delle ruote cilindriche a denti elicoidali, con riferimento alle ruote dentate ideali associate. Quindi, se non c'è interferenza tra le ruote dentate ideali ingranate tra loro, non vi sarà interferenza tra i denti delle due corrispondenti ruote dentate coniche. Pertanto si calcola il numero minimo di denti della ruota dentata ideale (più piccola)  $z_{minid}$  con l'equazione

$$z_{minid} = \frac{2k\tau_{id}}{1 - \sqrt{1 - \tau_{id}(2 - \tau_{id})} \sin^2 \alpha}$$

che deriva da considerazioni geometriche analoghe a quelle considerate per valutare il numero minimo di denti relativo alle ruote dentate cilindriche a denti dritti. In particolare, nella suddetta relazione  $\tau_{id}$  è il reciproco del rapporto di trasmissione ideale  $u_{id}$ :

$$\tau_{id} = \frac{1}{u_{id}} \quad ,$$

$$u_{id} = \frac{d_{2id}}{d_{1id}} \quad ,$$

in cui  $d_{1id}$  e  $d_{2id}$  sono i diametri primitivi delle due ruote dentate ideali 1 e 2 associate alle rispettive ruote coniche 1 e 2. Con  $k$  è stato indicato il cosiddetto coefficiente di addendum (di solito pari a 1). La Fig. 13.3 illustra un esempio di due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate con assi di rotazione a  $90^\circ$ , con l'indicazione della corrispondente coppia di ruote ideali anch'esse ingranate e di raggi primitivi  $d_{1id}/2$  e  $d_{2id}/2$ . Nella Fig. 13.3 si riporta anche il dettaglio del gioco di testa  $c$  tra due denti ingranati. Si osservi che  $c$  è misurato come distanza tra la coppia di generatrici di fondo e di testa del fianco dei due denti in corrispondenza ai due coni complementari interni (sulle generatrici sovrapposte) delle dentature (è la distanza tra i punti  $P_1$  e  $P_2$ ).

La Tab. 1.3 riassume le grandezze caratteristiche che definiscono la geometria di una generica ruota dentata cilindrica conica a denti dritti.

Infine, per quel che concerne la definizione della ruota dentata ideale della ruota conica, nella Fig. 14.3 è riportata una dentiera di riferimento (ruota dentata con raggio primitivo di valore infinito) specifica proprio per ruote dentate coniche a dentatura dritta (secondo UNI 6588: 1969 - Ruote dentate coniche a dentatura diritta. Dentiera di riferimento). In tale proporzionamento si osserva

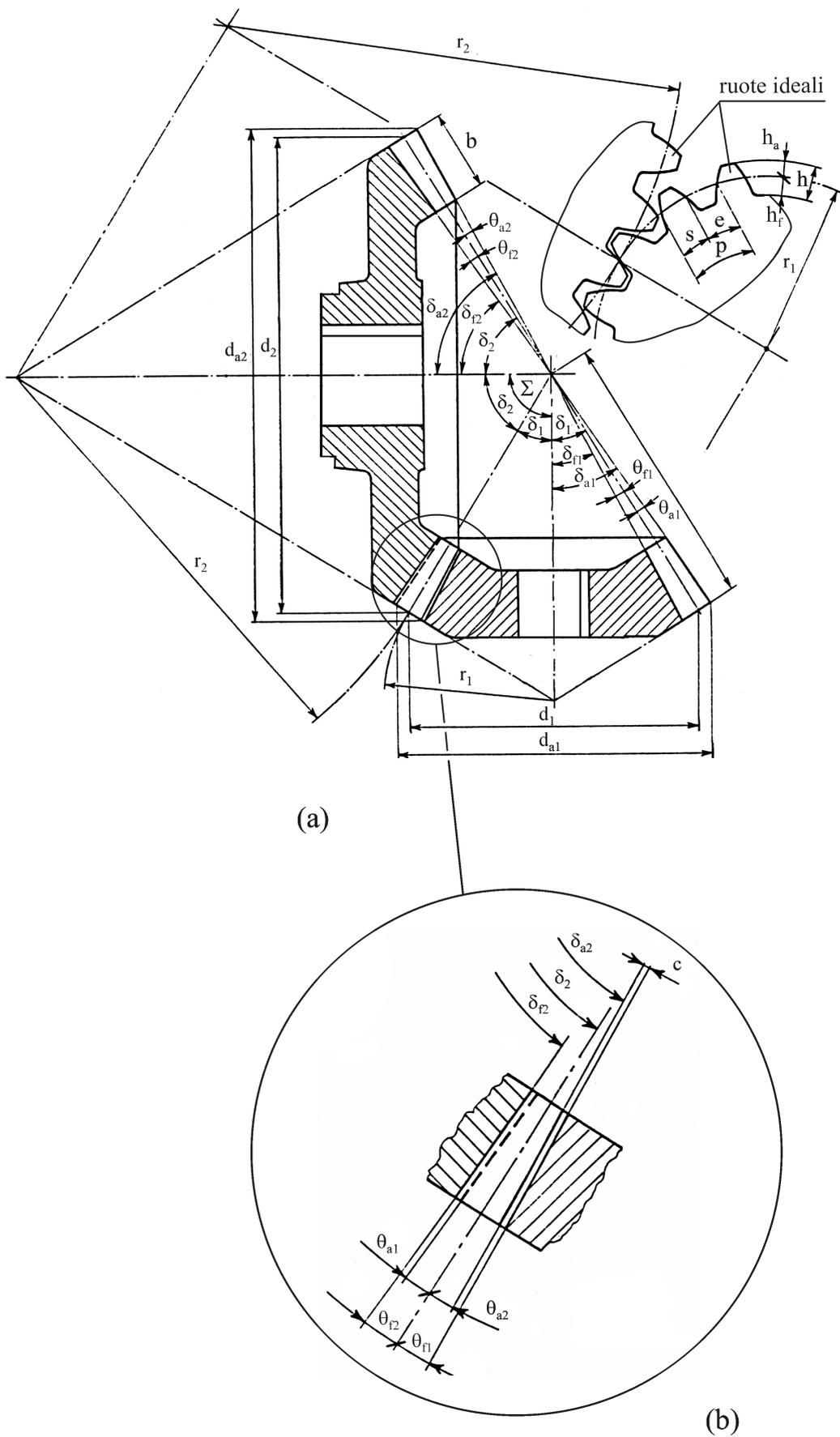


Fig. 13.3 – (a) Due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate con assi di rotazione a  $90^\circ$  e corrispondente coppia di ruote ideali; (b) dettaglio dei denti ingranati.

Tab. 1.3 – Ingranaggi conici a denti dritti: grandezze caratteristiche della dentatura.

Simbolo	Denominazione	pignone	ruota
$z$	numero di denti	$z_1 = d_1/m$	$z_2 = d_2/m$
$m$	modulo	$m = d_1 / z_1$	$m = d_2 / z_2$
$d$	diametro primitivo	$d_1 = m z_1$	$d_2 = m z_2$
$\Sigma$	angolo tra gli assi	$\Sigma = \delta_1 + \delta_2$	
$\delta$	semiangolo cono primitivo	$\text{tg}\delta_1 = d_1 / d_2 = z_1 / z_2$	$\text{tg}\delta_2 = d_2 / d_1 = z_2 / z_1$
$h_a$	addendum	$h_a = m$	
$h_f$	dedendum	$h_f = 1.20 m$	
$d_a$	diametro esterno	$d_{a1} = d_1 + 2h_a \cos \delta_1$	$d_{a2} = d_2 + 2h_a \cos \delta_2$
$R$	lunghezza della generatrice	$R_1 = m z_1 / 2 \text{ sen} \delta_1$	$R_2 = m z_2 / 2 \text{ sen} \delta_2$
$r$	raggio primitivo del cono complementare	$r_1 = d_1 / 2 \cos \delta_1$	$r_2 = d_2 / 2 \cos \delta_2$
$h$	altezza del dente	$h = h_a + h_f$	
$\theta_a$	angolo di addendum	$\text{tg}\theta_{a1} = 2 \text{ sen} \delta_1 / z_1$	$\text{tg}\theta_{a2} = 2 \text{ sen} \delta_2 / z_2$
$\theta_f$	angolo di dedendum	$\text{tg}\theta_{f1} = 2 \times 1.20 \text{ sen} \delta_1 / z_1$	$\text{tg}\theta_{f2} = 2 \times 1.20 \text{ sen} \delta_2 / z_2$
$\delta_a$	angolo di testa <sup>(1)</sup>	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}$ <sup>(1)</sup>	$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}$ <sup>(1)</sup>
$\delta_f$	angolo di piede	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}$	$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}$
$\alpha$	angolo di pressione	$\alpha = 20^\circ$	
$b$	larghezza del dente	$b = 5 \div 8 m$	
$u$	rapporto d'ingranaggio	$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\text{sen} \delta_2}{\text{sen} \delta_1}$ ( per $\Sigma = 90^\circ \Rightarrow u = \text{tg} \delta_2$ )	
(1) Frequentemente si costruiscono gli ingranaggi conici a denti dritti con un gioco $c$ di testa costante per tutta la larghezza $b$ del dente. Questa scelta facilita il taglio del dente e riduce il pericolo di interferenza dovuto a piccoli errori di montaggio che avvicinino le ruote al vertice O.			

che, a differenza di quanto riportato nella Fig. 6.3, il dedendum  $h_f$  dei denti non vale 1.25  $m$ , ma 1.20  $m$ .

### Rappresentazioni unificate delle ruote dentate coniche a denti dritti

La rappresentazione unificata delle ruote dentate coniche a denti dritti, in base a quanto stabilito dalle tabelle UNI EN ISO 2203:1999 (Disegni tecnici - Rappresentazione convenzionale degli ingranaggi), prevede regole simili a quelle relative alle ruote dentate cilindriche. Nella Fig. 15.3 è illustrata la rappresentazione in vista e in sezione di due ruote dentate coniche ingranate con assi a  $90^\circ$ . Si osserva che per la rappresentazione in vista non è prevista alcuna rappresentazione dei singoli denti. Per la vista in sezione si riporta il singolo dente non sezionato. In particolare, nella rappresentazione in sezione, si rileva la cresta del dente nascosto della ruota dentata inferiore. Questa cresta (un segmento rettilineo) deve essere rappresentato con una linea tratteggiata, come indicato in figura. Si evidenziano quindi i giochi sul fondo del vano tra due denti adiacenti di una ruota e il dente dell'altra inserito tra tale vano. In Fig. 16.3 è indicata una ruota dentata conica

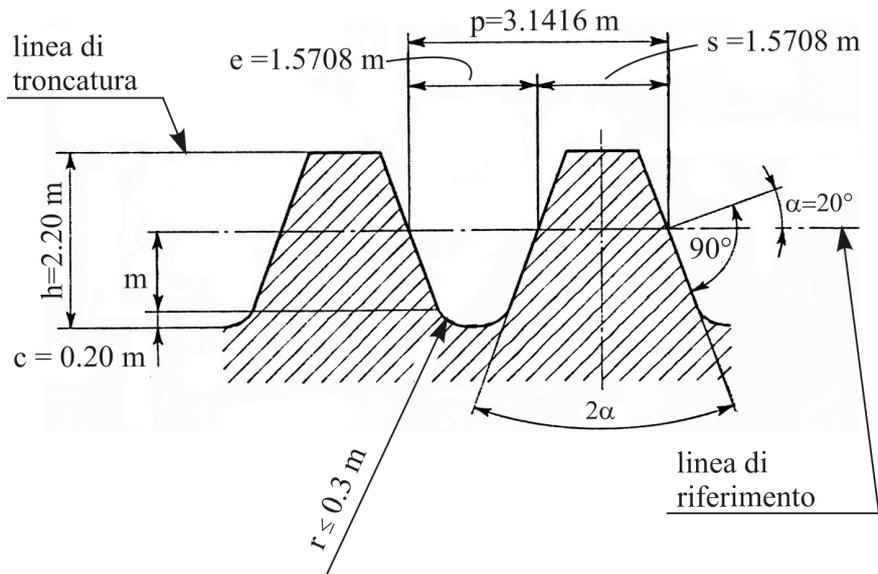


Fig. 14.3 – Dentiera di riferimento per le ruote dentate coniche a denti dritti (UNI 6588: 1969).

simmetrica in corrispondenza al mozzo. Conseguentemente ne viene data una rappresentazione unificata in vista disegnando solo metà ruota, con le due coppie di trattini sottili disposti a  $90^\circ$  rispetto alla traccia del piano di simmetria verticale della ruota. L'illustrazione posta a destra nella medesima figura riporta una semisezione della stessa ruota. Si osserva, al solito, che il dente non viene sezionato anche se attraversato dal piano di sezione, mentre il mozzo e la corona vengono adeguatamente tratteggiati. Nelle Figg. 17.3-19.3 è riportata una serie di rappresentazioni unificate di coppie di ruote dentate coniche ingranate con differenti angoli  $\Sigma$  tra gli assi di rotazione.

Per quanto concerne la rappresentazione unificata del componente ruota dentata conica a denti dritti, le UNI 7463: 1975 (Ruote dentate coniche a dentatura diritta. Dati da indicare sui disegni) forniscono le prescrizioni dettagliate per eseguirne il disegno tecnico. Nella Fig. 20.3 vengono illustrate le modalità da seguire. In particolare si osserva che le suddette modalità sono analoghe a quelle previste per le ruote dentate cilindriche a denti dritti. Quindi, in generale, la ruota dentata conica potrà essere rappresentata in sezione assiale. In questa sezione saranno indicate esclusivamente le quote relative al corpo ruota escludendo indicazioni specifiche sulle dimensioni e sulla configurazione della dentatura. La rappresentazione prevede la prescrizione della rugosità superficiale dei fianchi dei denti ed eventualmente di alcune altre superfici del corpo ruota. Le tolleranze dimensionali e geometriche andranno anch'esse eventualmente prescritte. Le caratteristiche della dentatura devono essere specificate sempre tramite una tabella posta in prossimità della suddetta sezione. Nella tabella saranno riportati i parametri indicati in Fig. 20.3 (modulo, numero di denti, dentiera di riferimento, ecc.), analoghi a quelli delle ruote a denti dritti. A differenza del caso della dentatura dritta, nella stessa tabella, a titolo d'esempio, sono riportati anche alcuni valori numerici relativi ad una certa dentatura conica. Si evidenzia infine che anche le ruote dentate coniche a denti dritti possono essere corrette con vari criteri, al pari delle ruote dentate cilindriche a denti dritti ed elicoidali. I parametri della correzione devono quindi essere riportati nella suddetta tabella. A questo proposito, nella tabella illustrata in Fig. 20.3, a titolo di esempio è stato considerato il parametro "coefficiente di spostamento x" che quantifica una correzione della dentatura con riferimento alla ruota dentata ideale associata alla ruota dentata conica a denti dritti considerata. Si osserva infine che con il termine "portate", indicato nella tabella in relazione a prescrizioni di diametri e di tolleranze dimensionali/geometriche, si intende quella parte della ruota denominata comunemente mozzo o corpo del mozzo.

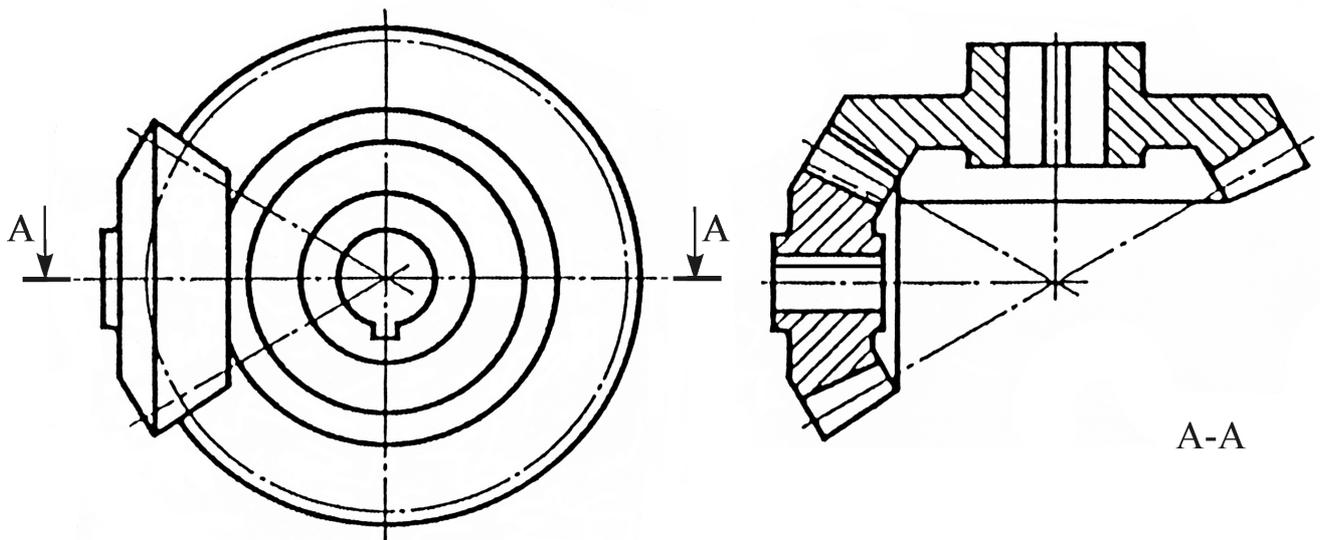


Fig. 15.3 – Rappresentazione convenzionale unificata (UNI EN ISO 2203:1999) in vista e in sezione di due ruote dentate coniche ingranate con assi a 90°.

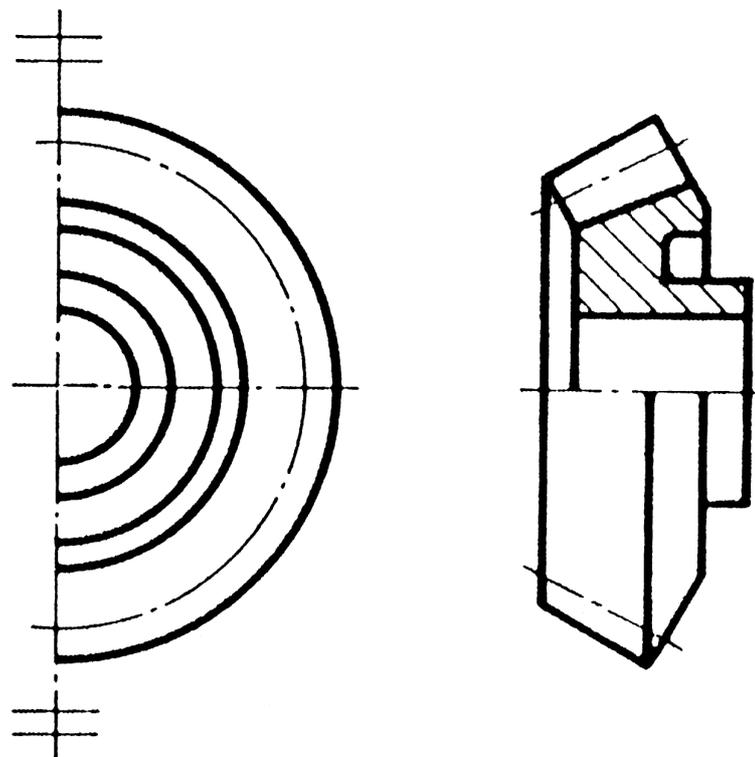


Fig. 16.3 – Rappresentazione convenzionale unificata (UNI EN ISO 2203:1999) in vista e in sezione parziale di una ruota dentata conica.

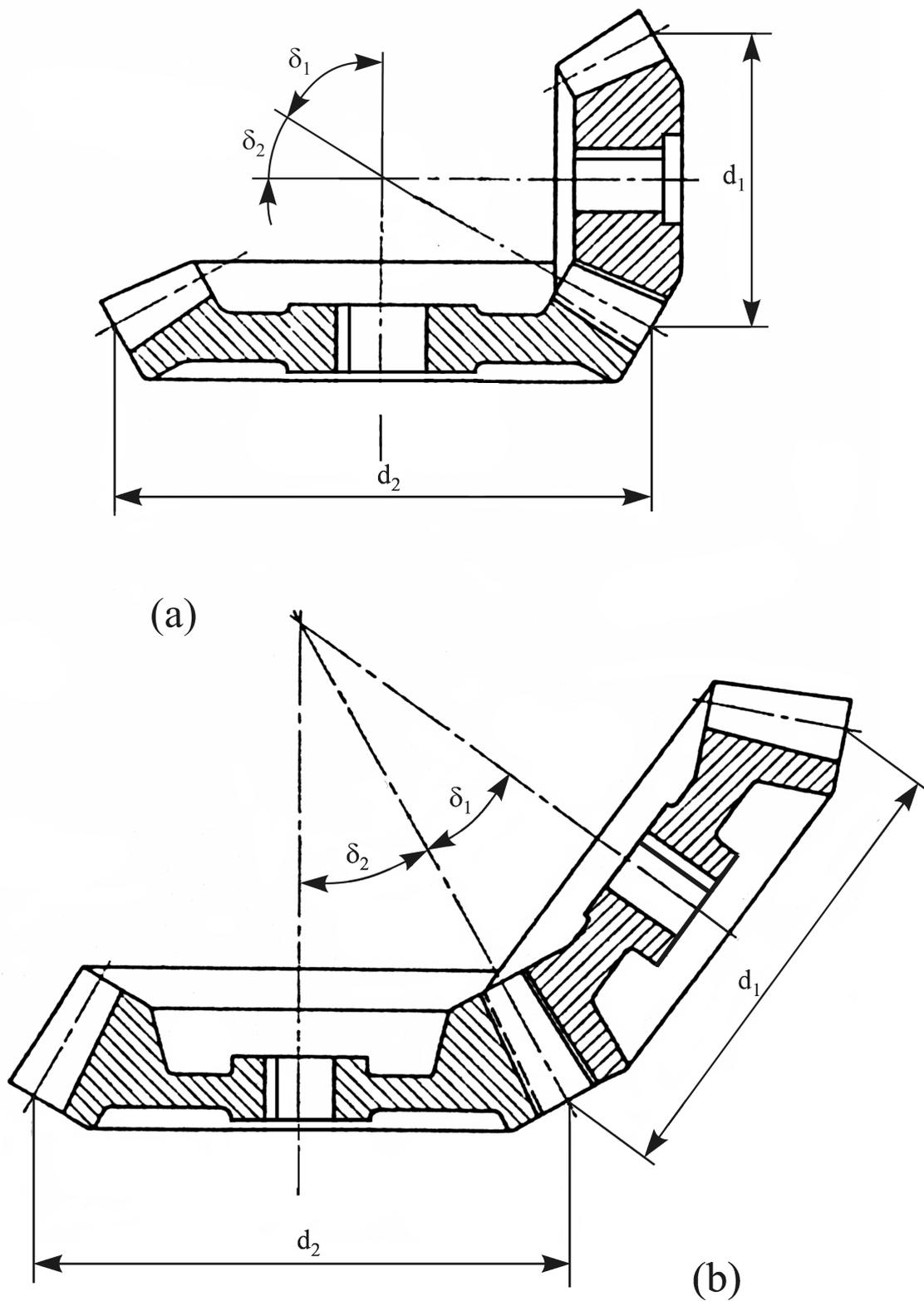


Fig. 17.3 – Rappresentazione convenzionale unificata (UNI EN ISO 2203:1999) di due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate e sezionate, con  $\delta_1 < 90^\circ$  e  $\delta_2 < 90^\circ$  e angolo tra gli assi (a)  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$  e (b)  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 < 90^\circ$ .

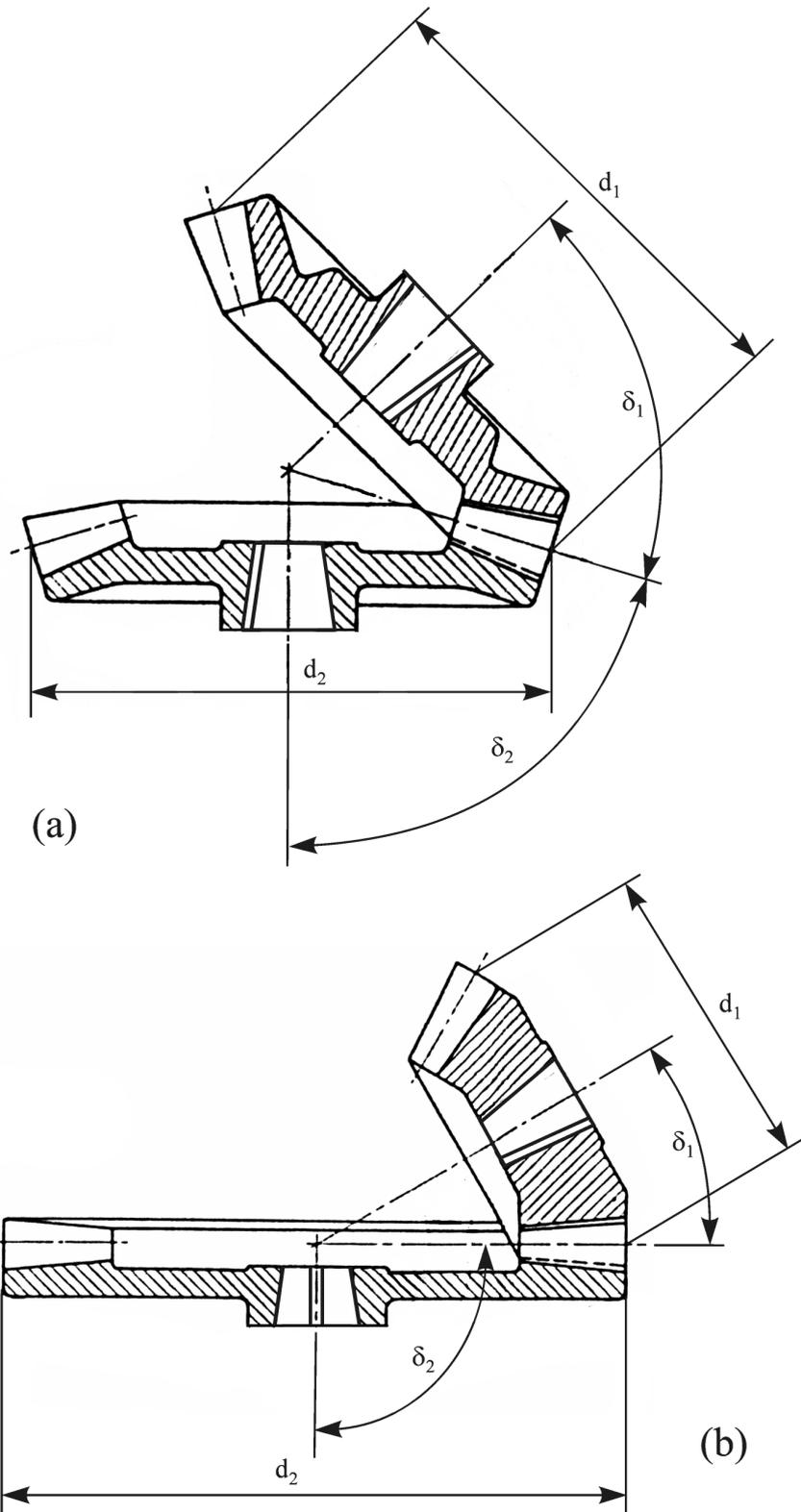


Fig. 18.3 – Rappresentazione convenzionale unificata (UNI EN ISO 2203:1999) di due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate e sezionate, con angolo tra gli assi  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 > 90^\circ$  e (a)  $\delta_1 < 90^\circ$ ,  $\delta_2 < 90^\circ$  e (b)  $\delta_1 < 90^\circ$ ,  $\delta_2 = 90^\circ$ .

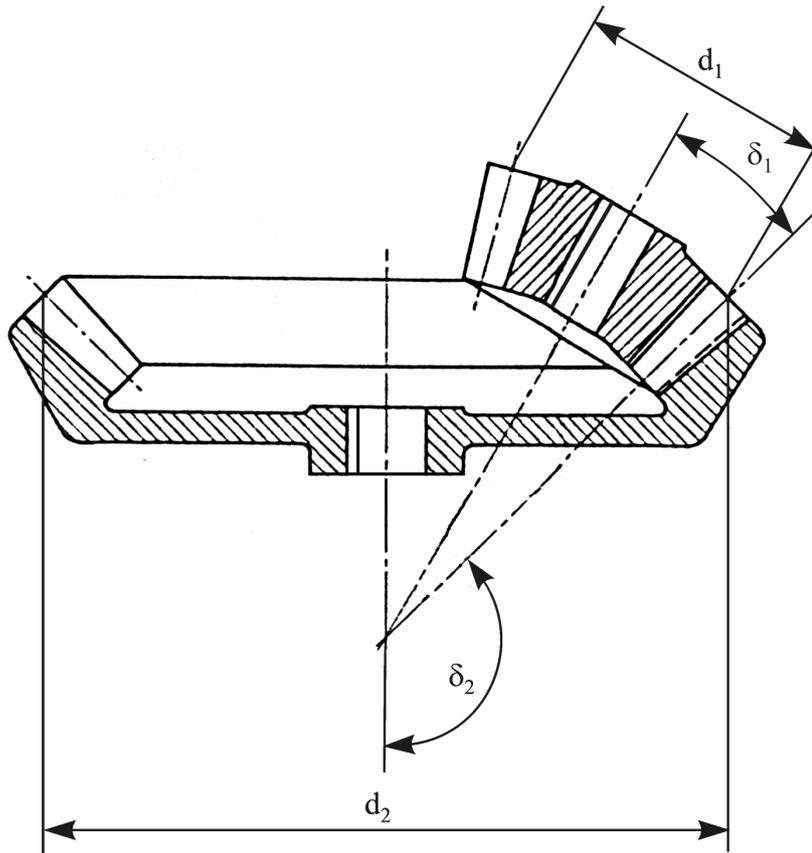


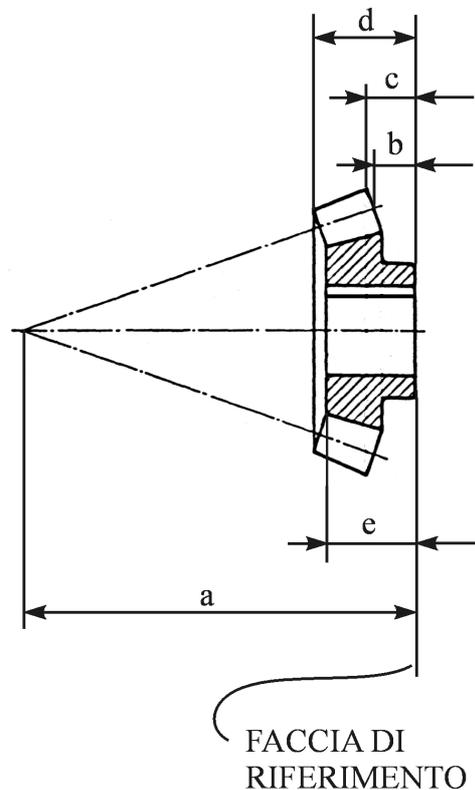
Fig. 19.3 – Rappresentazione convenzionale unificata (UNI EN ISO 2203:1999) di due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate e sezionate, con angolo tra gli assi  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 > 90^\circ$ ,  $\delta_1 < 90^\circ$  e  $\delta_2 > 90^\circ$ .

### Modalità di funzionamento delle ruote dentate coniche a denti dritti

La trasmissione del moto tra due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate avviene con le stesse modalità che caratterizzano il funzionamento di due ruote dentate cilindriche a denti dritti. Il contatto tra i fianchi di due denti ingranati si verifica nominalmente lungo un segmento, cioè lungo la generatrice comune dei fianchi dei due denti. Pertanto lo scambio mutuo della forza tra i due denti è definito attraverso un contatto teorico di linea. Durante il periodo in cui un dente si trova nel vano tra due denti adiacenti della ruota ingranata (fase di accesso e di recesso di un dente) questo segmento si sposta radialmente “percorrendo” entrambi i fianchi a contatto dei due denti. Al fine di poter prevedere correttamente le modalità di calettamento (estremità d'albero, superfici di battuta, spallamenti, vincolamento assiale, ecc.) di una ruota conica a denti dritti è utile conoscere almeno la direzione e il verso delle forze che il fianco del dente di tale ruota applica al corrispondente fianco della ruota ingranata. A questo proposito si osserva che per garantire la continuità della trasmissione del moto rotatorio è necessario che poco prima della conclusione del contatto tra una coppia di denti sia già iniziato il contatto tra la coppia di denti successivi. Questo fatto implica che due coppie di denti sono contemporaneamente in presa, almeno per un certo periodo di tempo. Trascorso tale periodo il contatto è caratterizzato da una sola coppia di denti in presa e con riferimento a questa situazione particolare si può far riferimento per definire, in modo semplificato, direzione e verso delle forze che un fianco del dente applica all'altro. In particolare, sempre per semplificare, si può immaginare che il punto di applicazione delle suddette

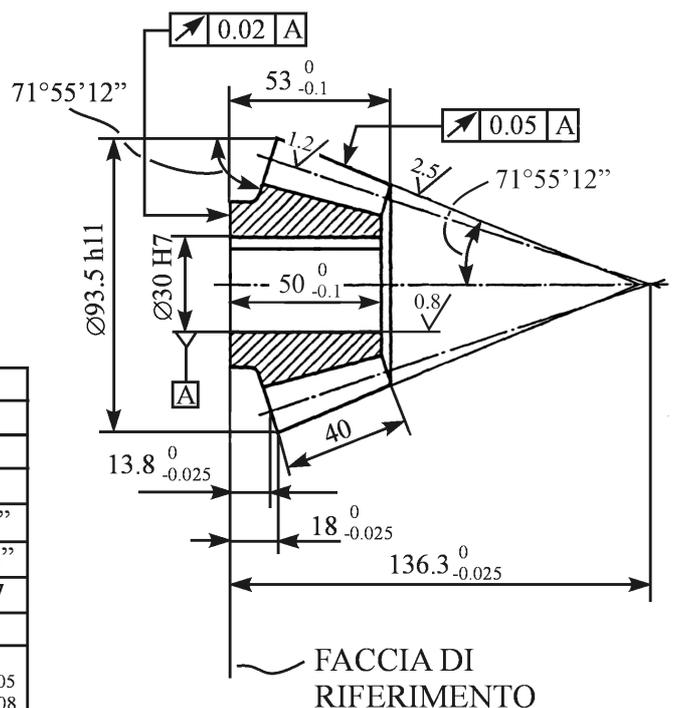
## Dati da indicare sul disegno (dalla UNI 7463):

- Diametro del foro e relative tolleranze (dimensionali e geometriche); oppure diametri delle portate e relative tolleranze (dimensionali e geometriche).
- Diametro di testa e relativa zona di tolleranza.
- Larghezza di dentatura.
- Angolo di testa.
- Angolo del cono complementare esterno (ed eventualmente interno).
- Tolleranza di oscillazione radiale della superficie di testa, tolleranza di oscillazione assiale della faccia di riferimento. È richiesta nei casi specifici l'indicazione della faccia di riferimento.
- Distanze della faccia di riferimento: a) dal vertice del cono primitivo (distanza di riferimento) e relativa zona di tolleranza; b) dal piano del cerchio primitivo; c) dal piano del cerchio di testa (distanza di testa) e relativa zona di tolleranza; d) dal piano del cerchio di testa del cono complementare interno; e) dalla faccia di serraggio.
- Rugosità delle superfici nei fianchi della dentatura ed, eventualmente, della superficie di piede e dei raccordi. L'indicazione della rugosità dei fianchi della dentatura deve essere posta sulla linea del cono primitivo di riferimento non quotato.



### Caratteristiche della dentatura

Modulo	m	5
Numero di denti	z	16
Dentiera di riferimento	UNI	6588
Diametro primitivo	d	80
Angolo primitivo	$\delta$	18°4'48"
Angolo di piede	$\delta_r$	18°4'48"
Lunghezza della generatrice	R	128.87
Coefficiente di spostamento*	x	0.42
Spessore del dente:		
- corda	$\bar{s}$	8.54 <sup>-0.05</sup> <sub>-0.08</sub>
- altezza sulla corda	$\bar{h}_a$	5.95
Grado di precisione**	....	
Numero di denti della ruota coniugata (disegno n. ...)		
	z	49
Angolo tra gli assi dell'ingranaggio	$\Sigma$	90°
Gioco normale dell'ingranaggio		0.10÷0.16



\* In relazione ai metodi diversi utilizzati per la correzione della dentatura riportare eventualmente i relativi parametri caratteristici.

\*\* Vedi UNI ISO 1328:2000.

Fig. 20.3 – Disegno di particolare di una ruota dentata conica a denti dritti.

forze si trovi al centro del segmento di contatto dei fianchi denti. Con questa ipotesi, sufficientemente approssimata per calcoli di resistenza dei denti delle ruote dentate, in particolare coniche a denti dritti (e anche cilindriche a denti dritti) è possibile schematizzare, in modo semplice, le forze che la ruota dentata conica motrice applica alla corrispondente ruota mossa. Nella Fig. 21.3 sono rappresentate queste forze. In tale figura la forza risultante  $F$  è applicata dalla ruota illustrata tramite un solo dente al relativo dente in presa (non illustrato) ed ha come punto di applicazione  $P$ , il centro del fianco del dente, in corrispondenza al segmento generatore del cono primitivo della ruota. Questa forza  $F$  può quindi essere scomposta nelle sue tre caratteristiche componenti:

i) la componente tangenziale  $T$  che si ottiene dalla conoscenza del momento torcente  $M_t$  che la ruota applica e dal diametro  $d_m$  della circonferenza a cui appartiene il punto di applicazione di  $F$ , con la relazione

$$T = \frac{2M_t}{d_m} \quad ,$$

ii) la componente radiale  $R$ , orientata in direzione perpendicolare all'asse di rotazione della ruota.  $R$

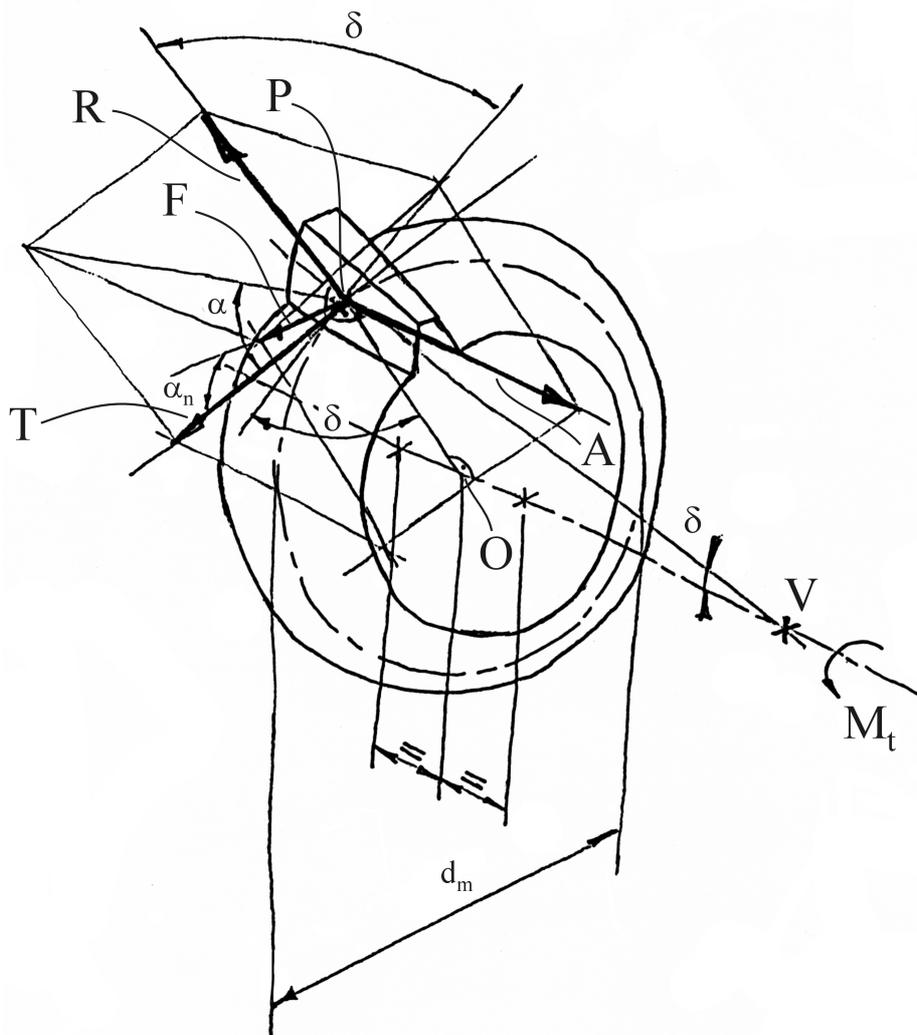


Fig. 21.3 – Forze applicate da una ruota dentata conica a denti dritti alla corrispondente ruota ingranata.

si ricava in funzione dell'angolo primitivo  $\delta$  e dell'angolo di pressione normale  $\alpha_n$  (vedi la Fig. 21.3) con la relazione

$$R = T \operatorname{tg} \alpha_n \cos \delta \quad ,$$

iii) la componente assiale A, orientata in direzione parallela all'asse di rotazione della ruota. A si ricava nuovamente in funzione di  $\delta$  e di  $\alpha_n$  (vedi la Fig. 21.3), con la relazione

$$A = T \operatorname{tg} \alpha_n \operatorname{sen} \delta \quad .$$

La componente tangenziale T di F determina quindi la rotazione della ruota dentata ingranata con quella illustrata nella Fig. 21.3. La componente R sollecita radialmente la medesima ruota ingranata. La componente A genera una reazione sulla ruota illustrata uguale e contraria ad A stessa. Questa reazione (-A) tende quindi a far allontanare, in direzione assiale, la ruota dentata indicata in Fig. 21.3. A questo proposito si osservi anche la Fig. 22.3 che riporta i due coni primitivi

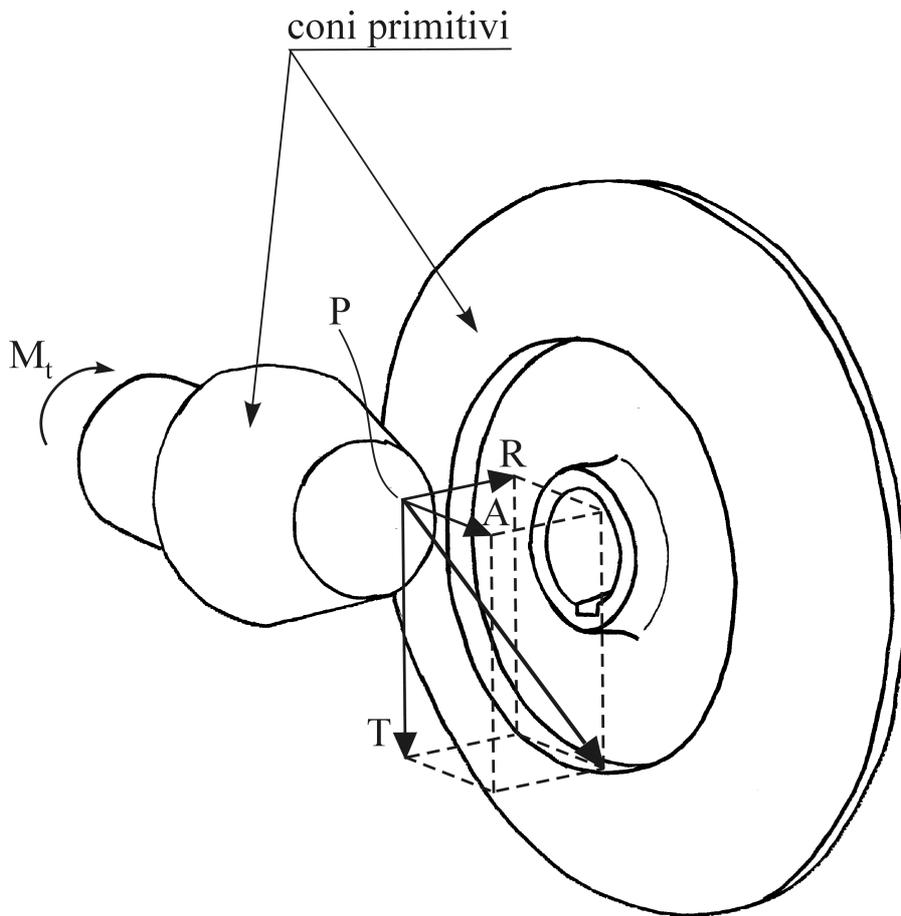


Fig. 22.3 – Coni primitivi di due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate e forze applicate dal pignone all'altra ruota.

di un ipotetico ingranamento tra la ruota dentata schematizzata in Fig. 21.3 e quella accoppiata. In questa figura il cono primitivo di dimensioni più piccole è quello della ruota indicata in Fig. 21.3. Si evidenzia quindi che la componente radiale  $R$  tende a spingere lontano la ruota dentata conica più grande, in particolare lungo la direzione dell'asse della stessa ruota. Ne deriva che due ruote dentate coniche a denti dritti ingranate tra loro, in presenza di un momento torcente trasmesso, per effetto delle componenti  $-A$  e  $R$ , tendono ad allontanarsi dal centro  $V$  che rappresenta il vertice comune dei due coni primitivi delle due ruote stesse che rotolano senza strisciare. Pertanto, affinché tale fenomeno non avvenga, è indispensabile vincolare assialmente le due ruote, con appositi cuscinetti reggispinga calettati sugli alberi su cui sono fissate le ruote. Il collegamento tra le ruote e gli alberi dovrà quindi prevedere adeguate superfici di battuta affinché  $-A$  e  $R$  siano opportunamente trasferite agli alberi stessi i quali, a loro volta, le trasmetteranno ai cuscinetti reggispinga fissati sul telaio del sistema. In tal modo si consentirà il corretto funzionamento delle ruote dentate ingranate evitando lo "sfilamento" delle stesse lungo i rispettivi assi di rotazione. Naturalmente, oltre alla funzione di reggispinga (assiale), i cuscinetti che sorreggono gli alberi dovranno essere in grado di resistere adeguatamente agli sforzi radiali generati dalle componenti  $R$  e  $T$ , come nel caso delle ruote dentate cilindriche a denti dritti ed elicoidali.

### **Dimensionamento del corpo ruota**

Il corpo ruota delle ruote dentate coniche a denti dritti di regola è di tipo pieno, come illustrato nelle Figg. 13.3, 15.3-21.3. Tale comune configurazione deriva dal fatto che le ruote dentate in esame non raggiungono mai diametri elevati (nelle comuni applicazioni meccaniche raramente superano o raggiungono i 200 mm), per cui esigenze di economicità e di resistenza strutturale ben si accordano con strutture relativamente massicce senza incorrere in problemi di massa eccessiva.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] D.W.Dudley, J. Sprengers, D.Schröder, H. Yamashina, *Gear Motor Handbook*, Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [2] A. Stokes, *Manual Gearbox Design*, Butterworth-Heinemann Ltd, Oxford OX2 8DP, 1992.
- [3] G. Henriot, *Ingranaggi, trattato teorico e pratico*, Vol.1 e 2, Tecniche Nuove, Milano, 1977.
- [4] D. W. Duddley, *Gear Handbook*, McGrawHill Book Company, Inc., New York, 1962.
- [5] B. A. Shtipelman, *Design and Manufacture of Hypoid Gears*, John Wiley&Sons, New York, 1978.
- [6] Tesi di laurea in ingegneria industriale curriculum meccanica, *Confronto di metodologie di calcolo della capacità di carico di ingranaggi ad assi paralleli*, Laureando: Marco Onofri, Relatore: Prof. Roberto Muscia, A.A. 2007/2008, Dipartimento di Ingegneria e Architettura, Università di Trieste.
- [7] Tabelle UNI 6586:1969 - *Ruote dentate cilindriche e coniche. Serie dei moduli*, UNI 6587, UNI 6588: 1969 - *Ruote dentate coniche a dentatura diritta. Dentiera di riferimento*, UNI 7462: 1975 - *Ruote dentate cilindriche. Dati da indicare sui disegni*, UNI EN ISO 2203:1999 - *Disegni tecnici - Rappresentazione convenzionale degli ingranaggi*, UNI 7463: 1975 - *Ruote dentate coniche a dentatura diritta. Dati da indicare sui disegni*.
- [8] G. Manfè, R. Pozza, G. Scarato, *Disegno Meccanico*, Principato Editore, Milano, 1991.