# Estensimetri elettrici a resistenza: nozioni di base

## La deformazione

Su un provino di lunghezza $L_0$ applichiamo una forza di trazione F. Per effetto della forza il provino si allunga e sia $\Delta L$ la variazione di lunghezza (*Figura 1*). Il rapporto tra la variazione di lunghezza $\Delta L$ e la lunghezza iniziale $L_0$ è nota come deformazione meccanica e viene indicata con la lettera greca ε.

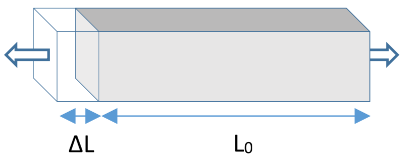



*Figura 1.*

$$\frac{\Delta L}{L} = \varepsilon \qquad \left[\frac{m}{m}\right]$$

Essendo il rapporto tra due lunghezze la deformazione ε è una quantità adimensionale. Essendo la ε una quantità piccola si preferisce usare un sottomultiplo del metro e cioè il $\mu m = 10^{-6}$ m. Per cui la deformazione viene espressa in µm/m. È ormai diventato di uso comune esprimere questa quantità in µε. Spesso la deformazione si trova anche espressa in %. Così è del tutto equivalente scrivere:

$$200 \cdot 10^{-6}\,\frac{m}{m} = 200\,\frac{\mu m}{m} = 200\ \mu\varepsilon = 0{,}02\%$$

## L'estensimetro

*Ma come misuriamo la deformazione?*

La deformazione viene misurata usando gli estensimetri. L'estensimetro è un dispositivo che, incollato sulla superfice di una qualsiasi struttura (*Figura 2*), è in grado di misurarne la deformazione quando sottoposta a delle forze.

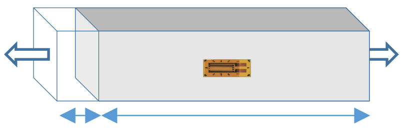
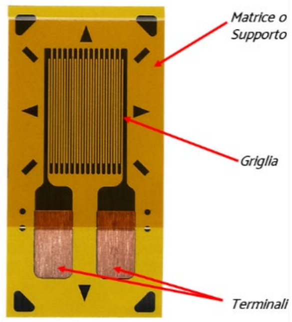


*Figura 2.*




Gli elementi principali di un estensimetro sono la matrice e la griglia. I materiali più comuni con cui si realizzano le griglie sono riportati nella *Tabella 1*.

| Tipo di lega | Composizione % |
|---|---|
| Costantana | 45Ni, 55Cu |
| Karma | 74 Ni, 20 Cr, 3 Fe, 3 Al |
| Isoelastica | 36 Ni, 55,5 Fe, 8 Cr, 0,5 Mo |
| Platino Tungsteno | 92 Pt, 8 W |
| Nicromo | 80 Ni, 20 Cr |
| Kanthal | 30 Cr, 30 Fe, 7,5 Al, 32,5 Co |

Tabella 1.

Le griglie sono disponibili in lunghezze che variano da 0,2 mm a 120 mm.
Le matrici (dette anche supporto) vengono realizzate con delle resine anche rinforzate con fibra di vetro per migliorarne le prestazioni alle alte temperature (*Tabella 2*).

| Tipi di Resine | Temperatura di Utilizzo |
|---|---|
| Resina Epossidica | da -50 a 100 °C |
| Resina Fenolica | da -200 a 250 °C |
| Resina Poliammidica | da -200 a 200 °C |
| Resina Epossidica + Fibra di vetro | da -269 a 230 °C |
| Resina Fenolica + Fibra di vetro | da -200 a 300 °C |
| Resina Epossidica Fenolica + Fibra di vetro | da -269 a 300 °C |
| Piastrina metallica | da -269 a 300 °C |

*Tabella 2.*

La piastrina metallica è il supporto tipico degli estensimetri saldabili. Questi vengono applicati alle superfici con una saldatura per punti.

## Resistenza degli estensimetri

Gli estensimetri sono disponibili con resistenze da 120, 350 e 1000 Ohm. Per le classiche misure di stress analysis possono essere usate sia i 120 che i 350 Ohm (questi ultimi soprattutto su materiali cattivi conduttori di calore). Per realizzare i trasduttori estensimetrici si usano sia i 350 che i 1000 Ohm.

## Il coefficiente di compensazione termica

Un altro importante fattore per la scelta di un estensimetro è il Coefficiente di compensazione termica da scegliere in funzione del materiale su cui l'estensimetro viene applicato. Di seguito (*Tabella 3*) i valori più tipici espressi in Parte Per Milione su grado centigrado.

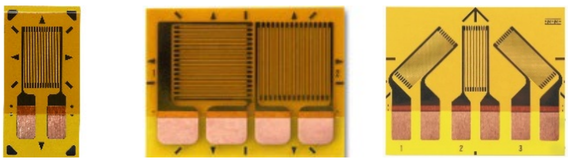
| Materiale | Coefficiente di compensazione termica [ppm/°C] |
|---|---|
| Titanio | 8,6 |
| Tungsteno | 4,3 |
| Acciaio 4340 | 11,3 |
| Acciaio INOX AISI 304 | 17,3 |
| Alluminio 2024-T4 | 23,2 |
| Rame | 16,5 |
| Vetro | 9,2 |
| Bronzo | 18,4 |
| Lega di Magnesio | 26,1 |

*Tabella 3.*

## Tipologie di estensimetri

Gli estensimetri a seconda del numero di griglie vengono distinti in:

- Estensimetro singolo nel caso di una griglia
- Rosetta nel caso di due o più griglie



*Da sinistra: estensimetro lineare, rosetta a T e rosetta rettangolare.*

## Legame deformazione variazione relativa di resistenza

*Ma come lavora l'estensimetro?*

L'estensimetro lo possiamo considerare come una resistenza il cui valore ohmico varia per effetto della deformazione. Il legame tra deformazione e variazione relativa di resistenza si esprime con la seguente relazione:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta R}{R_g}}$$

$\varepsilon$ = deformazione [$\mu\varepsilon$]
k = gage factor
$R_g$ = Resistenza iniziale dell'estensimetro [Ω]
$\Delta R$ = Variazione di Resistenza dell'estensimetro [Ω] = $R_f - R_g$
$R_f$ = Resistenza finale dell'estensimetro [Ω]

Il gage factor K (anche detto fattore di taratura o sensibilità alla deformazione) è una quantità adimensionale che viene ottenuta sperimentalmente.
I valori tipici del gage factor in funzione del tipo di griglia sono rappresentati nella *Tabella 4*.

| Tipo di Lega | Gage Factor Nominale a +24°C |
|---|---|
| Costantana | 2.0 |
| Karma | 2.1 |
| Isoelastica | 3.2 |
| Nicromo | 2.0 |
| Platino Tungsteno | 4.0 |
| Kanthal | 2.4 |

*Tabella 4.*

## Il Ponte di Wheatstone

*Ma come misuriamo questa variazione di resistenza?*
Abbiamo visto che la variazione di resistenza è una quantità molto piccola e per poterla misurare viene usato il circuito a ponte di Wheatstone rappresentato nella *Figura 3*:

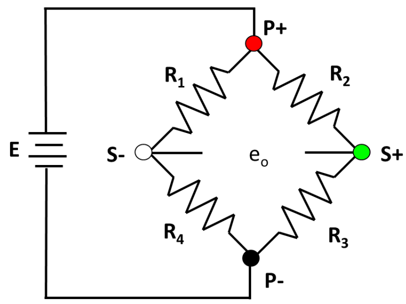
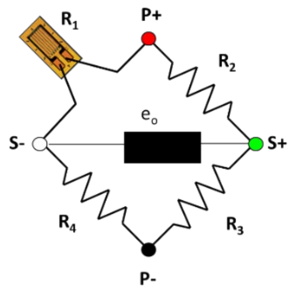



*Figura 3.*

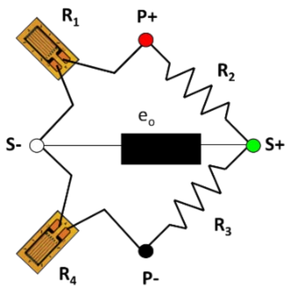
E = tensione di alimentazione del ponte,
$e_o$ = tensione di uscita,
$R_1$, $R_2$, $R_3$ e $R_4$ = resistenze
P+ P- = diagonale di alimentazione (P = Power)
S+ S- = diagonale di uscita (S = Signal)
P+S-, S-P-, P-S+ e S+P+ = rami del ponte. (Per definizione rami adiacenti hanno segno opposto, rami opposti segni uguali).

Sostituendo una o più resistenze con altrettanti estensimetri otteniamo i seguenti circuiti di misura:

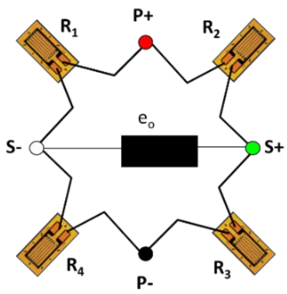
- **Quarto di Ponte**. Quando una sola resistenza è sostituita con un solo estensimetro. È la tipica configurazione usata nelle misure di stress analysis.



- **Mezzo ponte**. Quando due resistenze sono sostituite da altrettanti estensimetri. È la tipica configurazione usata ad esempio per realizzare il mezzo ponte di flessione.




- **Ponte intero**. Quando tutte e quattro le resistenze sono sostituite da altrettanti estensimetri. È la tipica configurazione usata per realizzare i trasduttori estensimetrici.




È da notare che le resistenze che vengono usate per completare il ponte, nel caso delle configurazioni a quarto di ponte e a mezzo ponte, non sono delle resistenze commerciali, ma bensì resistenze di precisione con un coefficiente di temperatura di ± 1 ppm/°C (per quelle commerciali il coefficiente è pari a ± 400 ppm/°C).

## Uscita del ponte di Wheatstone

La tensione di uscita $e_0$ del ponte di Wheatstone viene calcolata attraverso la formula:

$$e_o = E\left(\frac{R_1}{R_1 + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3}\right)$$

Dove E è la tensione di alimentazione del ponte. Il rapporto tra la tensione di uscita $e_0$ e la tensione di alimentazione E è detto sensibilità del ponte di Wheatstone ed è espressa in mV/V ed è data dalla seguente formula.

$$\frac{e_0}{E} = \frac{R_1}{R_1 + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

## Sbilanciamento e bilanciamento del Ponte di Wheatstone

Quando colleghiamo un estensimetro al ponte di Wheatstone la tensione di uscita non è zero. Si dice che il ponte è sbilanciato. Azzerando opportunamente la tensione di uscita si dice che il ponte è bilanciato.

**Ma quando si verifica il bilanciamento del ponte?**

Applichiamo la formula che ci dà la sensibilità del ponte e poniamola uguale a zero.

Il rapporto è zero quando tutte e quattro le resistenze sono uguali o quando i rapporti fra le resistenze dei rami adiacenti sono uguali.

a) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$

b) $R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4 = 0 \rightarrow \frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}$

## Collegamento a due e a tre fili

Colleghiamo un estensimetro al ponte di Wheatstone con due fili (*Figura 5*).

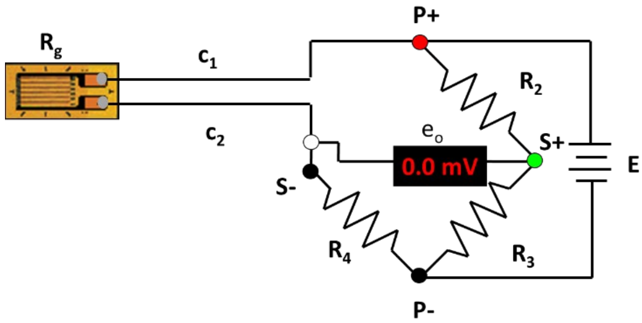



*Figura 5.*

Come si può vedere essendo la resistenza $R_g$ dell'estensimetro e le resistenze $R_{c1}$ e $R_{c2}$ dei due cavi tutte sullo stesso ramo del ponte, si può affermare che il ponte è sempre sbilanciato in quanto non è verificata l'uguaglianza b).

$$\frac{R_g + R_{c1} + R_{c2}}{R_4} \neq \frac{R_2}{R_3}$$

Colleghiamo invece l'estensimetro al ponte di Wheatstone con tre fili (*Figura 6*).

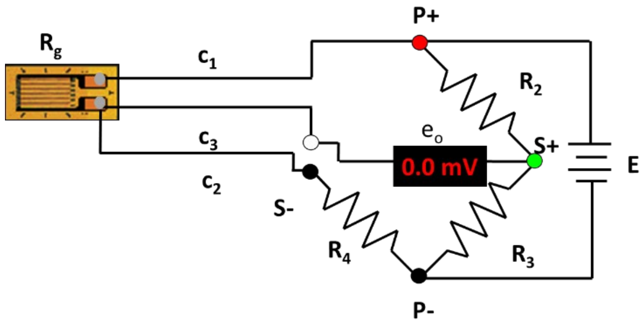


*Figura 6.*

In questo caso sul ramo 1 del ponte insistono la resistenza $R_g$ dell'estensimetro e la resistenza $R_{c1}$ del cavo 1, mentre sul ramo 4 la resistenza $R_4$ e la resistenza $R_{c2}$ del cavo 2. In questo caso l'uguaglianza b) è soddisfatta ed il ponte è bilanciato.

$$\frac{R_g + R_{c1}}{R_4 + R_{c2}} = \frac{R_2}{R_3}$$

Le due precedenti considerazioni persistono anche nel caso in cui abbiamo una variazione di resistenza dei cavi dovuta alla temperatura.
Quanto detto ci permette di affermare che il circuito a due fili non deve essere usato e che l'estensimetro deve essere collegato al ponte con tre fili.

## Errori

Durante una misura estensimetrica si possono commettere degli errori che devono essere in qualche modo corretti. Gli errori più comuni sono dovuti:

- Alla temperatura
- Alla lunghezza dei cavi.

## Correzione dell'errore dovute alla temperatura

Se durante una misura estensimetrica si verifica una variazione di temperatura la deformazione misurata sarà influenzata da una deformazione che per distinguerla da quella prodotta da una forza, chiameremo termica $\varepsilon_T$. Noi dobbiamo eliminare o correggere questo errore. Possiamo farlo in due modi:

- usando l'estensimetro compensatore detto anche il morto o il dummy,
- usando la curva della deformazione termica apparente che viene riportata nella confezione degli estensimetri.

## Uso dell'estensimetro compensatore

Si tratta di realizzare un mezzo ponte con due estensimetri presi dallo stesso lotto di produzione. Un estensimetro sarà incollato su un provino che sarà sottoposto sia alla deformazione meccanica che quella termica mentre il secondo estensimetro (il compensatore) sarà posto su un provino sottoposto alla sola deformazione termica. I due estensimetri saranno collegati a mezzo ponte su rami adiacenti. Così facendo la deformazione termica si annullerà (*Figura 7*):

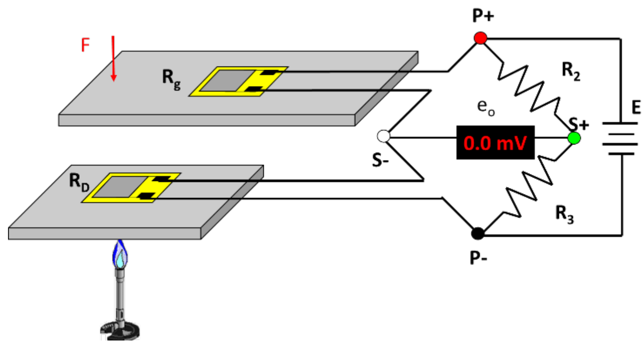



*Figura 7.*

## Uso della curva della deformazione termica apparente

Nelle confezioni di estensimetri viene riportata una curva (*Figura* 8) che rappresenta la variazione della deformazione dell'estensimetro con la temperatura. È un polinomio del 4° d'ordine del tipo:

$$\varepsilon_{app} = a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2 + a_3 \cdot T^3 + a_4 \cdot T^4$$

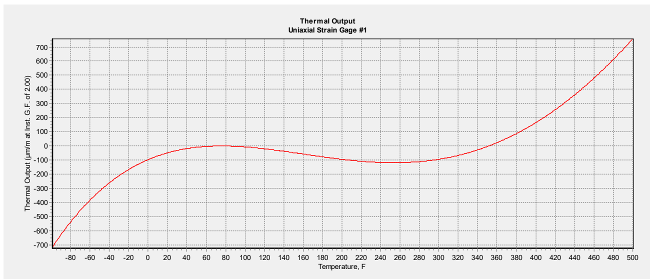



*Figura 8.*

dove i coefficienti $a_0$, $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$ sono riportati sulla scheda tecnica riportata sulla confezione di estensimetri.
Misurando la temperatura $T_1$ del provino durante la prova ed entrando nel grafico, possiamo ricavarci la deformazione corrispondente $\varepsilon T1$ con cui correggeremo il valore misurato:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m + \varepsilon_{t1}$$

## Correzione della lunghezza dei cavi

Altro errore molto comune è quello dovuto alla lunghezza dei cavi di collegamento dell'estensimetro al ponte di Wheatstone. Più i cavi sono lunghi più abbiamo una perdita del segnale che comporterà una misura non corretta della deformazione.
Possiamo correggere o eliminare questo errore in due modi:

- Misurando la resistenza del cavo
- Usando la resistenza di shunt

## Correzione con la misura della resistenza del cavo

In questo caso la correzione avviene applicando delle formule una volta noto la resistenza del cavo. Nel caso di un estensimetro collegato a tre fili la formula è:

$$\varepsilon_c = \frac{R_g + R_c}{R_g} \cdot \varepsilon_m$$

## Correzione con la resistenza di shunt

È un metodo molto efficace che consiste nel mettere in parallelo all'estensimetro una resistenza con un ben preciso valore ohmico. Nella realtà questa resistenza non è in parallelo all'estensimetro ma bensì al ramo del ponte adiacente ad esso (*Figura 9*).

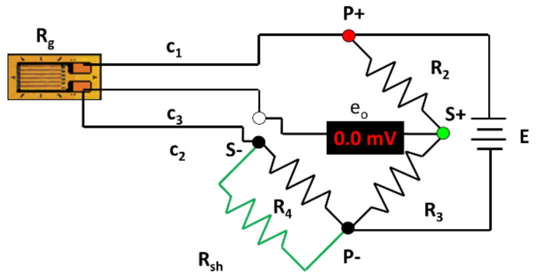



*Figura 9.*

Questa resistenza permette di simulare un preciso valore di deformazione. Se la deformazione letta dal ponte è minore di quella applicata dalla resistenza di shunt, viene calcolato un coefficiente che ne corregge il valore. La resistenza di shunt per un dato valore di deformazione simulata, è funzione della resistenza dell'estensimetro. Così ad esempio se voglio simulare una deformazione di 10000 με si avrà (*Tabella 5*):

| Deformazione simulata [με] | Resistenza dell'estensimetro [Ω] | Resistenza di Shunt [Ω] |
|---|---|---|
| 10000 | 120 | 5880 |
| 10000 | 350 | 17150 |
| 10000 | 1000 | 49000 |

*Tabella 5.*

La resistenza di shunt si calcola tramite la formula:

$$R_{sh} = \frac{R_g + 10^6}{k \cdot \varepsilon_s} \cdot R_g$$

Ricordiamo che:
- $R_{sh}$ = resistenza di shunt,
- $R_g$ = resistenza del ramo del ponte da shuntare,
- k = gage factor,
- $\varepsilon_s$ = deformazione simulata in με.

## Uso delle Rosette estensimetriche

Gli estensimetri singoli vengono usati nel caso in cui è noto lo stato di deformazione cioè sono note le direzioni principali di deformazione (come nel caso di una trave soggetta a sforzo normale oppure a flessione pura o anche a torsione).
Nel caso di strutture complesse, non conoscendo a priori lo stato di deformazione cioè non sono note le direzioni principali, dobbiamo usare le rosette a tre griglie (rettangolari o delta).
Nel piano, conoscere lo stato di deformazione di una struttura significa conoscere le deformazioni $\varepsilon_x$, $\varepsilon_y$ e $\gamma_{xy}$. Sperimentalmente possiamo misurare solo le $\varepsilon_x$, $\varepsilon_y$. Per conoscere anche la e $\gamma_{xy}$ dobbiamo usare le rosette estensimetriche.

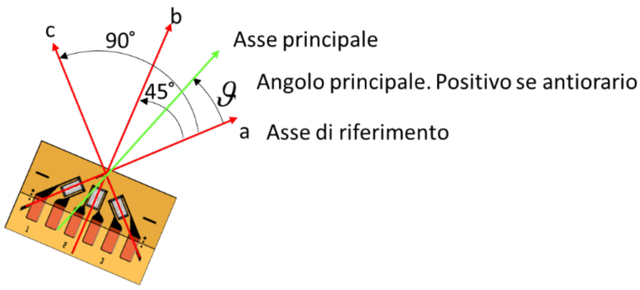



*Figura 10.*

Con le rosette misuriamo le deformazioni lette dalle tre griglie $\varepsilon_a$, $\varepsilon_b$, $\varepsilon_c$ e da queste calcoliamo le deformazioni principali $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$ e la direzione principale di deformazione θ tramite le formule:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \cdot \varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c)}{(\varepsilon_a + \varepsilon_c)}$$

*Perché è importante conoscere le deformazioni principali?*
Perché da esse possiamo calcolarci le tensioni principali che vengono usate nei criteri di resistenza per calcolarci la σ equivalente. Le tensioni principali sono calcolate dalle formule:

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{2} \cdot \left( \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{1 - v} \pm \frac{\sqrt{2}}{1 + v} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2} \right)$$

Mentre la σ equivalente nel caso del criterio di Henky Von Mises è data da:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2)}$$

## Misure di Sforzo Normale, Flessione, Torsione e Taglio

L’estensimetro, oltre nelle misure di Stress Analysis, viene anche usato per strumentare parti di strutture per misurarne uno sforzo normale (di trazione e/o compressione), una flessione, una torsione e un taglio.

- **Sforzo Normale**. Per misurare uno Sforzo Normale N (di Trazione e/o Compressione) viene usata la configurazione a ponte intero con due estensimetri longitudinali e due estensimetri trasversali (detti anche alla Poisson) così come rappresentato nella *figura 11:*

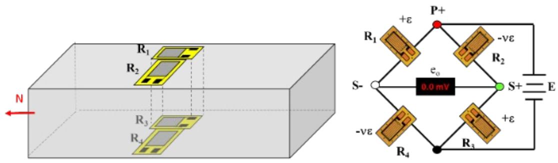


*Figura 11.*

- **Flessione.** Per misurare il momento flettente Mf possiamo usare sia una configurazione a mezzo ponte con due estensimetri longitudinali uno che misura le fibre tese e l’atro che misura le fibre compresse e collegati su rami adiacenti del ponte di Wheatstone, come riportato nella *figura 12*, che un ponte intero con 4 estensimetri tutti longitudinali ma due che misurano e fibre tese e due che misurano le fibre compresse come nella *figura 13,* o con due estensimetri longitudinali uno per le fibre tese e due per quelle compresse ed gli altri due alla Poisson come nella *figura 14*.

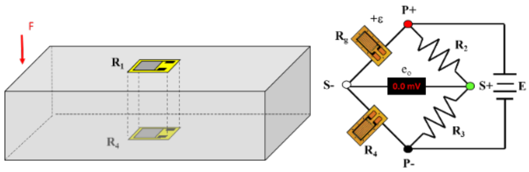


*Figura 12.*

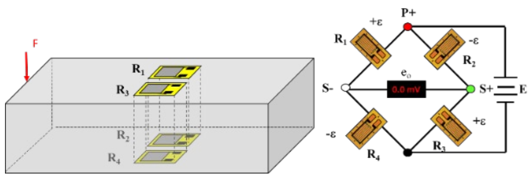


*Figura 13.*

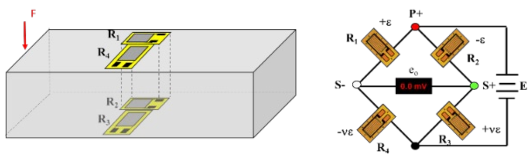


*Figura 14.*

- **Torsione.** La deformazione di una struttura soggetta ad una coppia torcente $M_t$ ha una direzione a 45° rispetto l’asse longitudinale della struttura stessa. Per misurare la coppia torcente viene usata una configurazione a ponte intero con gli estensimetri disposti a 45° rispetto l’asse longitudinale come riportato nella figura 15:

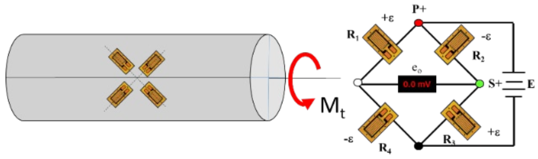


*Figura 15.*

Per una questione di praticità invece di usare 4 estensimetri semplici si preferisce usare due rosette a due griglie dette comunemente a spina di pesce ognuna delle quali è un mezzo ponte di Wheatstone come in figura 16:

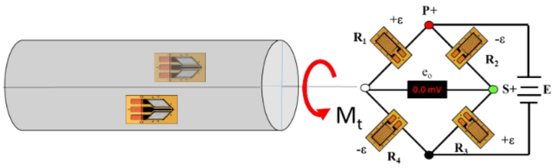


*Figura 16.*

Altra soluzione è usare la rosetta a 4 griglie inclinate di 45°. Rosetta che rappresenta un ponte intero di Wheatstone (*figura 17*).

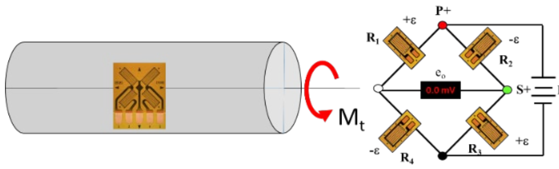


*Figura 17.*

- **Taglio.** Per il taglio si fa un discorso analogo a quello fatto per la torsione e le configurazioni da usare nella sua misura sono identiche.

Luchsinger è il distributore di Micro-Measurements, brand di Vishay Precision Group, azienda specializzata nella progettazione e realizzazione di estensimetri per stress analysis e per la realizzazione di trasduttori di misura.
Visita il nostro sito e richiedi maggiori informazioni.
www.luchsinger.it