

Cinghie

(PARTE II)

PROSEGUIAMO CON L'APPROFONDIMENTO RIGUARDANTE IL MONDO DELLE CINGHIE DI TRASMISSIONE. SI È MOSTRATO CON DEGLI ESEMPI PRATICI COME SCEGLIERE E CALCOLARE UNA TRASMISSIONE A CINGHIA. GLI ASPETTI DA TENERE IN CONSIDERAZIONE SONO MOLTI E VANNO DALLA LUNGHEZZA NECESSARIA, ALLA POTENZA TRASMISSIBILE. SOLITAMENTE, DEFINITE TUTTE QUESTE GRANDEZZE, L'ULTIMO PARAMETRO DA SELEZIONARE È LA LARGHEZZA DELLA CINGHIA.



Dimensionamento di una trasmissione a cinghia

Il rapporto tra le velocità dei due alberi su cui sono montate le pulegge risulterà inversamente proporzionale al rapporto tra i diametri delle pulegge secondo la formula

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

Volendo, per essere più precisi, considerare anche lo spessore della cinghia, la formula diventa

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1 + t}{d_2 + t}$$

Scorrimento specifico

Sebbene fino ad ora si sia fatta l'ipotesi di contatto perfetto senza scorrimento tra cinghia e puleggia, nella realtà l'attrito spesso non è sufficiente ad impedire che vi sia dello scorrimento tra cinghia e pulegge. Lo scorrimento viene espresso con la lettera s ed espresso in percentuale.

$s_1\%$ - scorrimento tra puleggia motrice e cinghia

$s_2\%$ - scorrimento tra puleggia condotta e cinghia

La velocità della cinghia in prossimità della ruota motrice risulterà

$$v = \frac{\pi d_1 N_1}{60} \left(1 - \frac{s_1}{100}\right)$$

Mentre in prossimità della puleggia condotta si avrà

$$\frac{\pi d_2 N_2}{60} = v \left(1 - \frac{s_2}{100}\right)$$

Da cui

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1 + t}{d_2 + t} \left(1 - \frac{s_1 + s_2}{100}\right)$$

Effetto "creep"

Quando la cinghia si avvolge attorno alle pulegge, le fibre esterne tendono ad allungarsi mentre quelle interne, a contatto con la puleggia stessa, tendono a comprimersi. Queste variazioni di lunghezza comportano movimenti relativi tra cinghia e puleggia che si ripercuotono sulla velocità della cinghia.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{E + \sqrt{\sigma_2}}{E + \sqrt{\sigma_1}}$$

In cui

σ_1 e σ_2 sono gli sforzi nel lato teso ed in quello compresso della cinghia mentre E è il modulo elastico del materiale.

ESEMPIO

Si abbia un motore che operi a 150 rpm. Il diametro della puleggia motrice è pari a 750 mm. La puleggia condotta ha un diametro pari a 450 mm. Una seconda puleggia di diametro 900 mm è montata sullo stesso albero di quella da 450 mm. La puleggia finale ha diametro 150 mm ed è collegata ad una dinamo. Si calcoli la velocità dell'albero d'uscita in assenza di scorrimento e con uno scorrimento pari al 2%.

In assenza di scorrimento,
$$N_4 = \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{d_3}{d_4} \cdot N_1 = \frac{750}{450} \cdot \frac{900}{150} \cdot 150 = 1500 \text{ rpm}$$

In presenza di scorrimento
$$(2\%) \quad N_4 = \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{d_3}{d_4} \left(1 - \frac{s_1}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{s_2}{100}\right) \cdot N_1 = 1440 \text{ rpm}$$

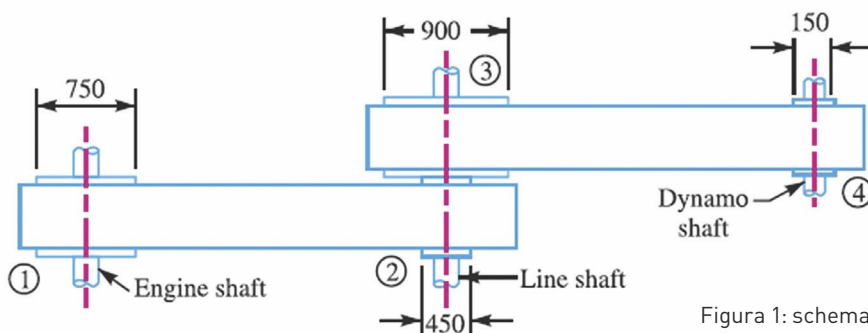


Figura 1: schema del sistema in analisi

Lunghezza della cinghia

La lunghezza della cinghia è un parametro da scegliere con cura. Guardando figura 2, con delle semplici considerazioni geometriche è possibile osservare che la lunghezza di una cinghia con montaggio semplice risulta pari a

$$L = \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + 2x + \frac{(d_1 - d_2)^2}{4x}$$

In cui x è l'interasse tra le due pulegge.

Nel caso la cinghia fosse montata in modo incrociato, la lunghezza risulterebbe

$$L = \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + 2x + \frac{(d_1 + d_2)^2}{4x}$$

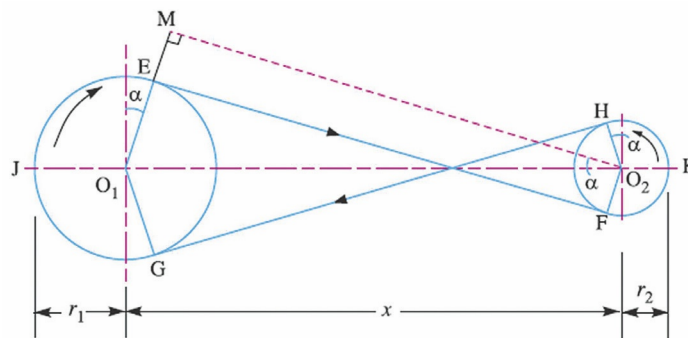
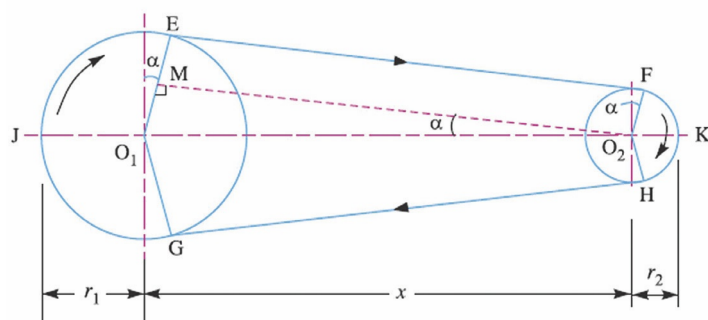


Figura 2: calcolo della lunghezza della cinghia

Potenza trasmissibile

Per calcolare la potenza trasmissibile con una cinghia, è necessario andare dapprima a calcolare la tensione nei due rami. La differenza dipenderà dalla capacità della combinazione puleggia + cinghia (diametro, angolo di contatto θ , coefficiente di attrito μ) a trasmettere il carico.

$$\log_e \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \mu \theta$$

Questa può essere scritta come

$$2.3 \log \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \mu \theta$$

Effetto centrifugo

Vi è infine da considerare che per elevate velocità di rotazione gli effetti centrifughi non sono trascurabili. Questi tendono a fare aumentare la tensione nei due rami della cinghia. In particolare l'aumento di tensione va quantificato in

$$T_c = m \cdot v^2$$

In cui m è la massa per unità di lunghezza della cinghia. Le tensioni "totali" sui due rami risulteranno

$$T_{t1} = T_1 + T_c$$

$$T_{t2} = T_2 + T_c$$

L'effetto centrifugo però, non ha effetto sulla potenza trasmissibile dato che il termine T_c entra con lo stesso segno per entrambe le tensioni. Nota T_{t1} , ovvero la massima tensione nella cinghia, sarà necessario verificare che questa non porti a rottura la cinghia.

ESEMPIO

Si abbiano due pulegge di diametro 450 mm e 200 mm montate su alberi paralleli distanti 1.95 m. Assumendo di avere un coefficiente di attrito pari a 0.25, una velocità di rotazione della puleggia motrice pari a 200 rpm ed una tensione massima trasmissibile pari a 1kN, si calcoli la potenza trasmissibile.

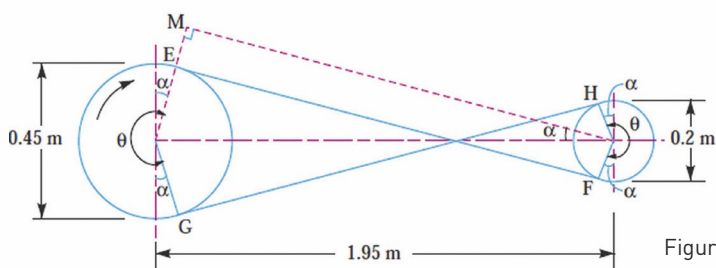


Figura 3: schema del sistema in analisi

La lunghezza della cinghia risulta essere

$$L = \frac{\pi}{2} (d_1 + d_2) + 2x + \frac{(d_1 + d_2)^2}{4x} = \frac{\pi}{2} (0.45 + 0.2) + 2 \cdot 1.95 + \frac{(0.45 + 0.2)^2}{4 \cdot 1.95} = 4.974 \text{ m}$$

L'arco di contatto risulta

$$\theta = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 2 \cdot \arcsin \frac{r_1 + r_2}{x} = 180^\circ - \arcsin \frac{0.225 + 0.1}{1.95} = 3.477 \text{ rad}$$

La tensione nel ramo 2 essere calcolata a partire da

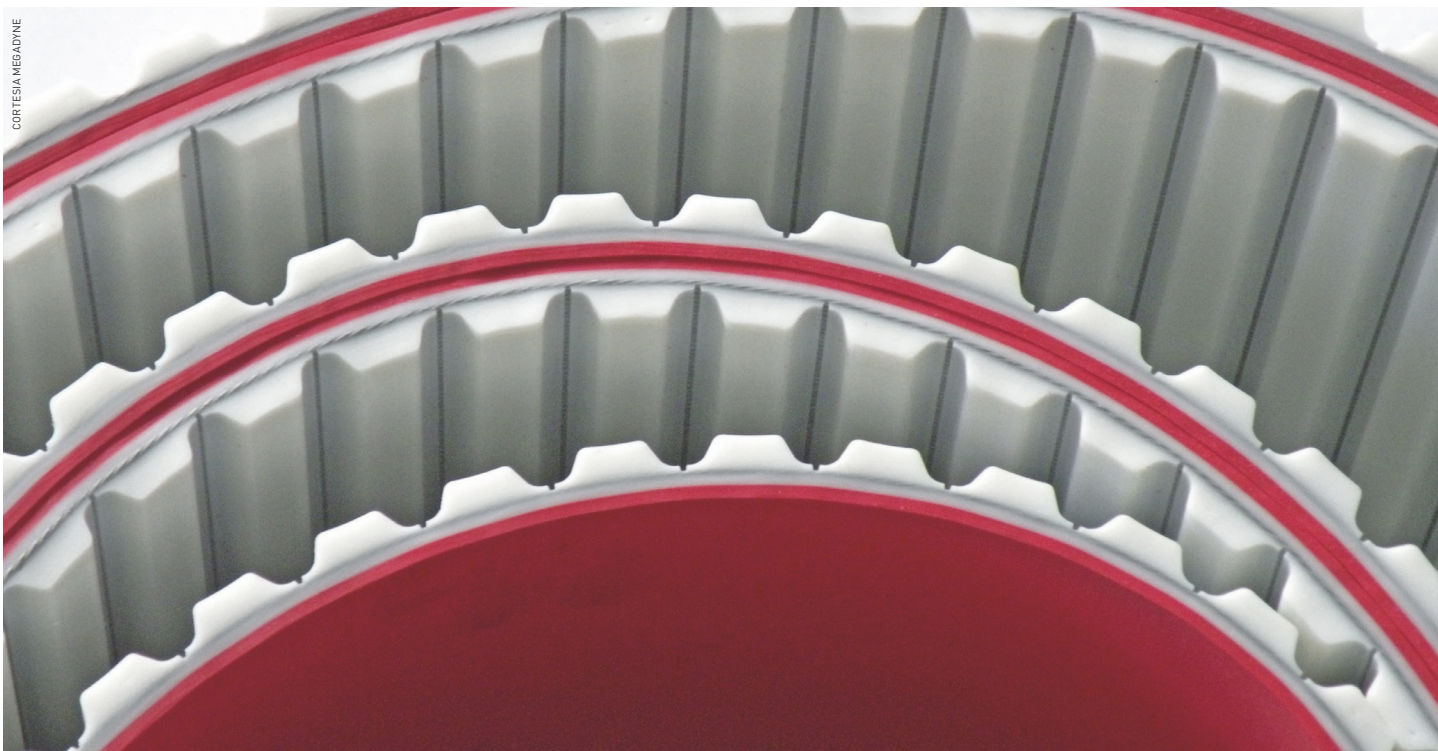
$$2.3 \log \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \mu \theta = 2.3 \log \left(\frac{1000}{T_2} \right) = 0.25 \cdot 3.477$$

Da cui

$$T_2 = 419 \text{ N}$$

Di conseguenza la potenza trasmissibile risulta

$$P = (T_1 - T_2) \frac{\pi d_1 N_1}{60} = (1000 - 419) \frac{\pi \cdot 0.45 \cdot 200}{60} = 2.738 \text{ kW}$$



ESEMPIO

Si selezioni la cinghia appropriata per trasmettere 20 kW a 2250 rpm ad una dinamo con una puleggia pari a 200 m. Si assuma l'efficienza della dinamo pari all'85%.

Il massimo sforzo trasmissibile dalla cinghia risulta pari a 2.1 MPa. La densità della gomma pari a $\rho = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$, 1000 lm n=, il coefficiente di attrito $\mu = 0.3$ e l'angolo di contatto $\theta = 165^\circ$. Spessore cinghia $t = 10$ mm.

La velocità della cinghia risulta pari a

$$v = \frac{\pi d N}{60} = \pi \cdot 0.2 \cdot \frac{2250}{60} = 23.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nota la potenza da trasmettere è possibile calcolare le tensioni nei due rami della cinghia

$$P = (T_1 - T_2) \frac{\pi d N}{60} \rightarrow (T_1 - T_2) = 995 \text{ N}$$

$$2.3 \log \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \mu \theta \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2.375$$

Le tensioni risultano quindi

$$T_1 = 1719 \text{ N}$$

$$T_2 = 724 \text{ N}$$

La sezione della cinghia può essere calcolata in funzione della sua larghezza b come

$$A = b \cdot t$$

La massa per unità di lunghezza risulta

$$m = A \cdot L \cdot \rho = b \cdot t \cdot L \cdot \rho = 10b \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$$

La tensione centrifuga vale pertanto

$$T_c = m \cdot v^2 = 10b \cdot 23.6^2 = 5570b \text{ N}$$

Sapendo che la massima tensione ammissibile è pari a 2.1 MPa, si può trovare b

$$T_t < \sigma b t = 2.1 \text{E}6 \cdot b \cdot 0.01 = 21000b \text{ N}$$

$$T_1 = 1719 = T_t - T_c = 21000b - 5570b = 15430b \text{ N}$$

$$b = 111.4 \text{ mm}$$

Conclusioni

In questa puntata si è mostrato con degli esempi pratici come scegliere e calcolare una trasmissione a cinghia. Gli aspetti da tenere in considerazione sono molti e vanno dalla lunghezza necessaria, alla potenza trasmissibile. Solitamente, definite tutte queste grandez-

ze, l'ultimo parametro da selezionare è la larghezza della cinghia.

Bibliografia

Khurmi R.S., Gupta J.K., A Textbook of Machine Design, Eurasia Publishing House (PVT.) LTD.