

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

1.1. Introduzione

Il presente corso intende fornire informazioni di base sui principali tipi di macchine a fluido motrici e operatrici e sugli impianti per la produzione di energia elettrica, ed i componenti che li costituiscono. Lo scopo è quello di dotare lo studente degli strumenti necessari alla scelta della tipologia di macchine e all'analisi del loro funzionamento e del funzionamento degli impianti in cui esse si inseriscono.

Il corso considera come acquisite dallo studente nozioni riguardanti le proprietà termodinamiche dei fluidi, concetti che già hanno visto nel corso di Fisica Tecnica, oltre che quanto trattato nel corso di Fluidodinamica. Il filo logico seguito nell'affrontare lo studio delle macchine è quello di partire dall'esterno, considerando dapprima la macchina come una scatola nera, senza porsi il problema su come effettivamente la trasformazione venga realizzata. Il passo successivo consiste nell'andare a vedere come tale trasformazione viene realizzata all'interno della macchina. In entrambi gli approcci, così come anche nello studio successivo dei cicli di potenza, l'analisi verrà dapprima condotta considerando una situazione ideale, per poi introdurre nei vari processi i diversi tipi di perdite che rendono invece i processi reali.

1.2. Classificazione delle Macchine e degli Impianti

Per *Macchina* si intende un sistema che converte energia primaria (ad es. energia idraulica, da combustibile fossile) in una forma più comodamente utilizzabile (energia meccanica). In una *macchina a fluido* in particolare tale conversione viene realizzata utilizzando un fluido, ad esempio aria, acqua o vapore. Tale fluido subisce una trasformazione all'interno della macchina, con un conseguente trasferimento di energia tra gli organi mobili della macchina (rotore) ed il fluido stesso.

Il fluido a contatto con gli organi di una macchina scambia con questi delle forze. Si sottolinea come tali forze compiono lavoro solo se gli organi sono in movimento.

Una prima classificazione viene fatta a seconda del senso del trasferimento di energia, cioè a seconda che il lavoro venga compiuto dalla macchina sul fluido (*macchina operatrice*) con un conseguente assorbimento di potenza, o dal fluido sulla macchina (*macchina motrice*), con una erogazione di potenza all'albero della macchina. Esempi di macchine operatrici sono i compressori (figure 1.2, 1.10), i ventilatori (figura 1.9) e le pompe (figura 1.1 e 1.3). Esempi di macchine motrici sono le turbine idrauliche (figure 1.5 – 1.7), quelle a gas o a vapore (figure 1.11 – 1.13), e i motori a combustione interna, Diesel e a Ciclo Otto (figura 1.4).

Una seconda classificazione si basa sulla natura del fluido evolvente. Si chiamano macchine *idrauliche* quelle che lavorano con fluidi incompressibili (figure 1.5 – 1.8); prendono invece il nome di macchine *termiche* quelle che usano fluidi comprimibili (figure 1.10 – 1.13). Per un fluido incompressibile la sua storia meccanica è separata da quella termica, che è peraltro ininfluyente. Per un fluido comprimibile invece le due cose sono intimamente legate. Se esercito una pressione su un fluido comprimibile, cambia la sua densità e si scalda; con un fluido incompressibile ciò non accade.

Si ha quindi energia termica che si converte in energia meccanica, e ciò si verifica solo in macchine a fluido comprimibile.

Si ha poi una classificazione che riguarda gli organi che scambiano energia, cioè quelli che interagiscono con il fluido: si distingue tra macchina **rotativa** e **alternativa** a seconda che l'organo mobile segua un moto rotatorio (ad es. turbine, compressori, pompe) o alternato (motori a combustione interna). Esempi di pompe rotative sono quella ad ingranaggi riportata in figura 1.1, il compressore a lobi tipo Roots e quello ad alette di figura 1.2.

Si distingue poi tra macchine **dinamiche** e **volumetriche** a seconda dell'andamento del flusso. Nelle macchine dinamiche, il flusso attraverso la macchina è continuo. Nelle macchine volumetriche il flusso è invece periodico: la macchina preleva ciclicamente una certa quantità di fluido, le fa compiere la trasformazione, e quindi la scarica. Esempi di macchine volumetriche sono i compressori rotativi tipo Roots e ad alette (figura 1.2). Le macchine alternative possono essere solo volumetriche, mentre quelle rotative possono essere sia volumetriche sia dinamiche.

Un'ultima classificazione riguarda unicamente le macchine dinamiche: a seconda della direzione del flusso all'interno della macchina si distingue tra macchine **assiali**, in cui il fluido procede prevalentemente in direzione parallela all'asse di rotazione della macchina, e macchine **radiali**, dove il fluido procede invece prevalentemente in direzione perpendicolare all'asse di rotazione della macchina. Esempi di macchine assiali sono il ventilatore assiale di figura 1.9, il compressore assiale di figura 1.10 e le turbine a vapore riportate in figura 1.11 – 1.13. La pompa centrifuga di figura 1.3 è invece un esempio di macchina radiale. La Tabella 1.1 riassume tutte le classificazioni viste, mentre le Tabelle 1.2 e 1.3 riportano i principali tipi rispettivamente di macchine operatrici e di quelle motrici. Di queste ultime, nella realtà solo quelle sottolineate trovano applicazione. Nel corso verranno descritte tutte le turbomacchine, sia motrici sia operatrici, in quanto di comune utilizzo negli impianti di produzione di energia elettrica e in svariati settori industriali.

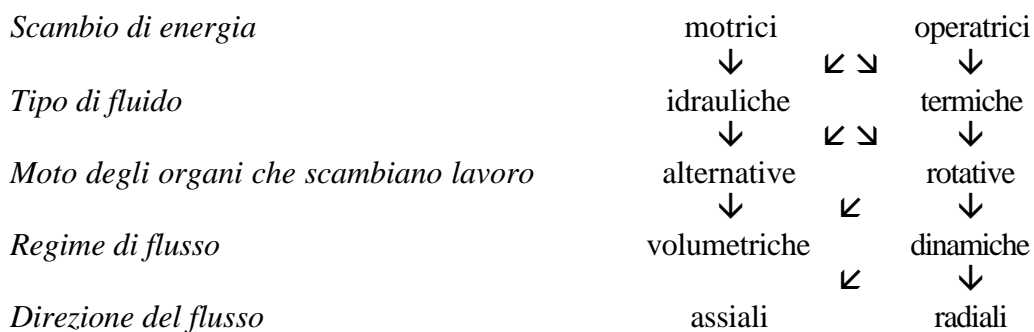


Tabella 1.1 Classificazione delle Macchine a Fluido

Fluido motore	Movimento organo motore	Tipi di funzionamento	
		Macchine volumetriche	Macchine dinamiche (turbomacchine)
Liquido	Alternativo	Pompe alternative	-
	Rotativo	Pompe a ingranaggi, a palette, a eccentrici ecc.	Pompe (assiali, miste, radiali)
Gas	Alternativo	Compressori a stantuffo e a membrana	-
	Rotativo	Compressori Roost, a palette, a eccentrico	Compressori (assiali, misti, radiali)

Tabella 1.2 Classificazione delle Macchine Operatrici

Fluido motore	Movimento organo motore	Tipi di funzionamento	
		Macchine volumetriche	Macchine dinamiche (turbomacchine)
Liquido	Alternativo	Macchine idrauliche a revolver, stellari ecc.	-
	Rotativo	Macchine idrauliche a ingranaggi, a palette, a eccentrici ecc.	<u>Turbine idrauliche</u> (Pelton, Francis, Kaplan e eliche)
Vapore	Alternativo	Macchine alternative a vapore	-
	Rotativo	-	<u>Turbine a vapore</u> (assiali, radiali)
Gas	Alternativo	<u>Motori alternativi a combustione interna, ad accensione comandata, Diesel</u> a combustione esterna,	-
	Rotativo	Motori rotativi a combustione interna ecc.	<u>Turbine a gas</u> (assiali, radiali)

Tabella 1.3 Classificazione delle Macchine Motrici

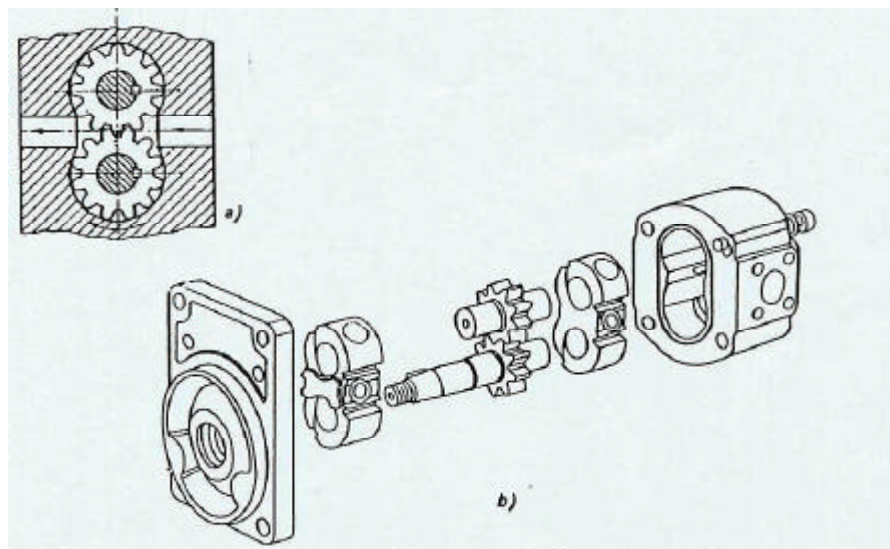


Figura 1.1 – Sezione dei rotori di un motore-pompa idraulico rotativo, con vista esplosa.

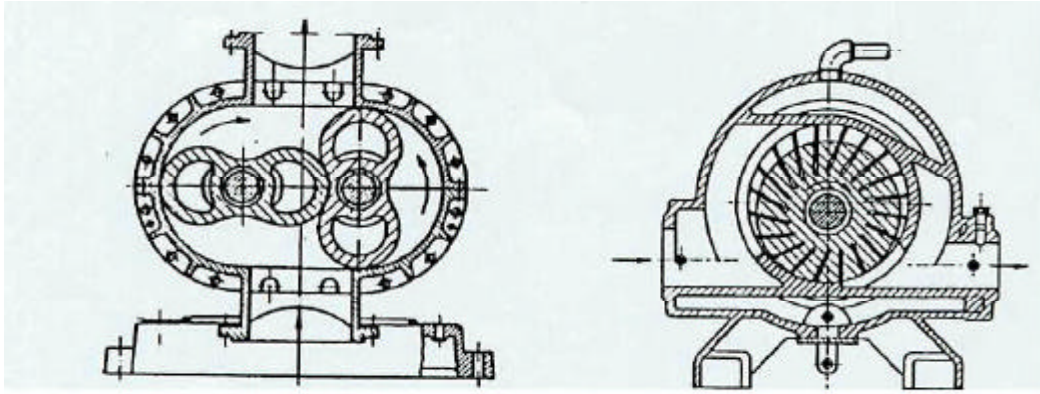


Figura 1.2 – Sezione trasversale di a) un compressore tipo Roots; b) un compressore rotativo a palette.

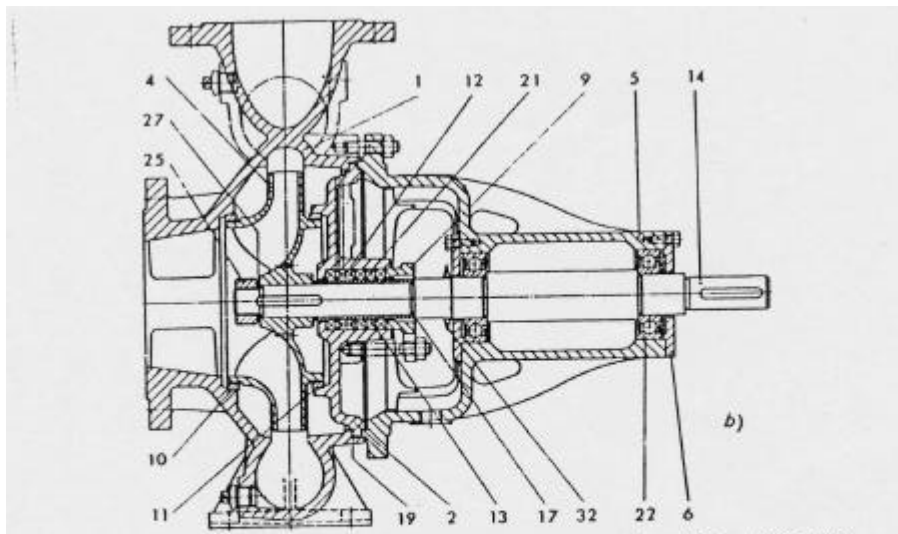


Figura 1.3 – Sezione longitudinale di una pompa centrifuga (1. cassa, 4. girante, 14, albero).

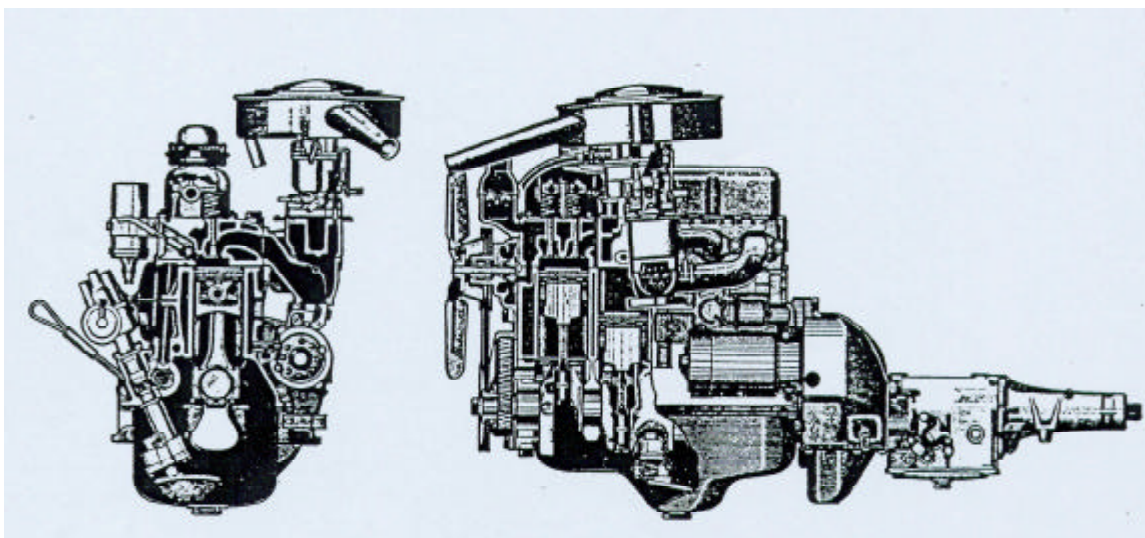


Figura 1.4 – Sezioni trasversale e longitudinale di un motore ad accensione comandata a carburazione, a quattro cilindri, quattro tempi per autotrazione raffreddato ad acqua (Opel, cilindrata 1680 cm³, potenza 63.3 kW a 4300 giri/min).

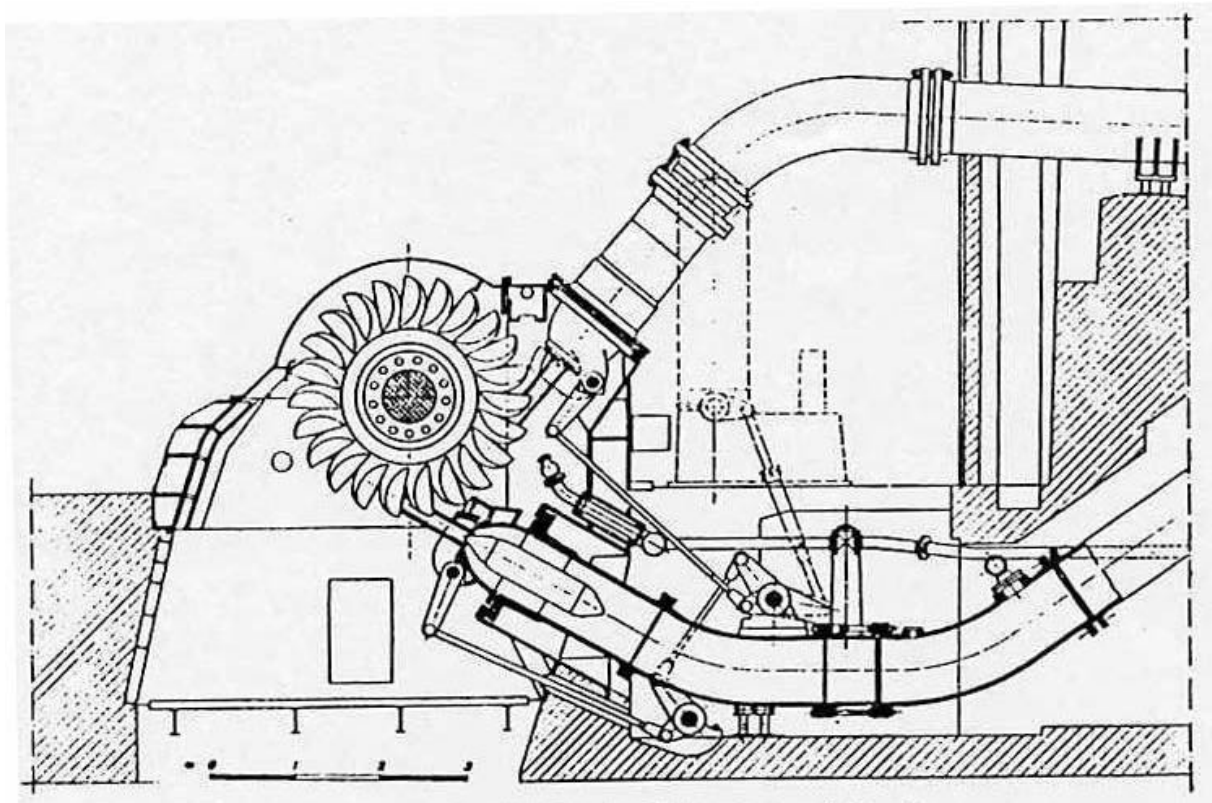


Figura 1.5 – Ruota Pelton dell’impianto di S. Massenza e sezione trasversale dell’impianto idroelettrico (Franco Tosi).
 (caduta 590 m; portata 14.8 m³/s; potenza 75 MW, velocità di rotazione 428 giri/min)

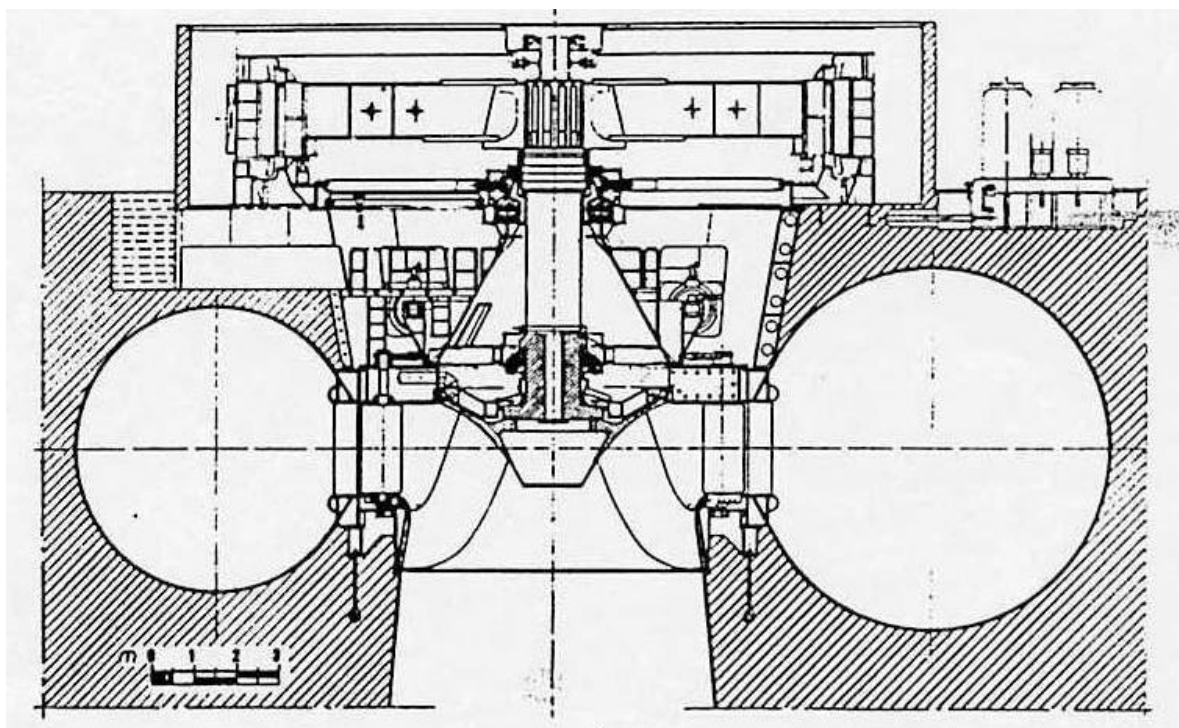


Figura 1.6 – Sezione trasversale di una turbina Francis dell’impianto di Ilha Solteira (Brasile)
 (Consorzio Voith, Neyrpic, Sfac, Escherwiss, Riva, Ansaldo, Tosi).
 (caduta 48 m; portata 450 m³/s; potenza 194 MW, velocità di rotazione 85.7 giri/min)

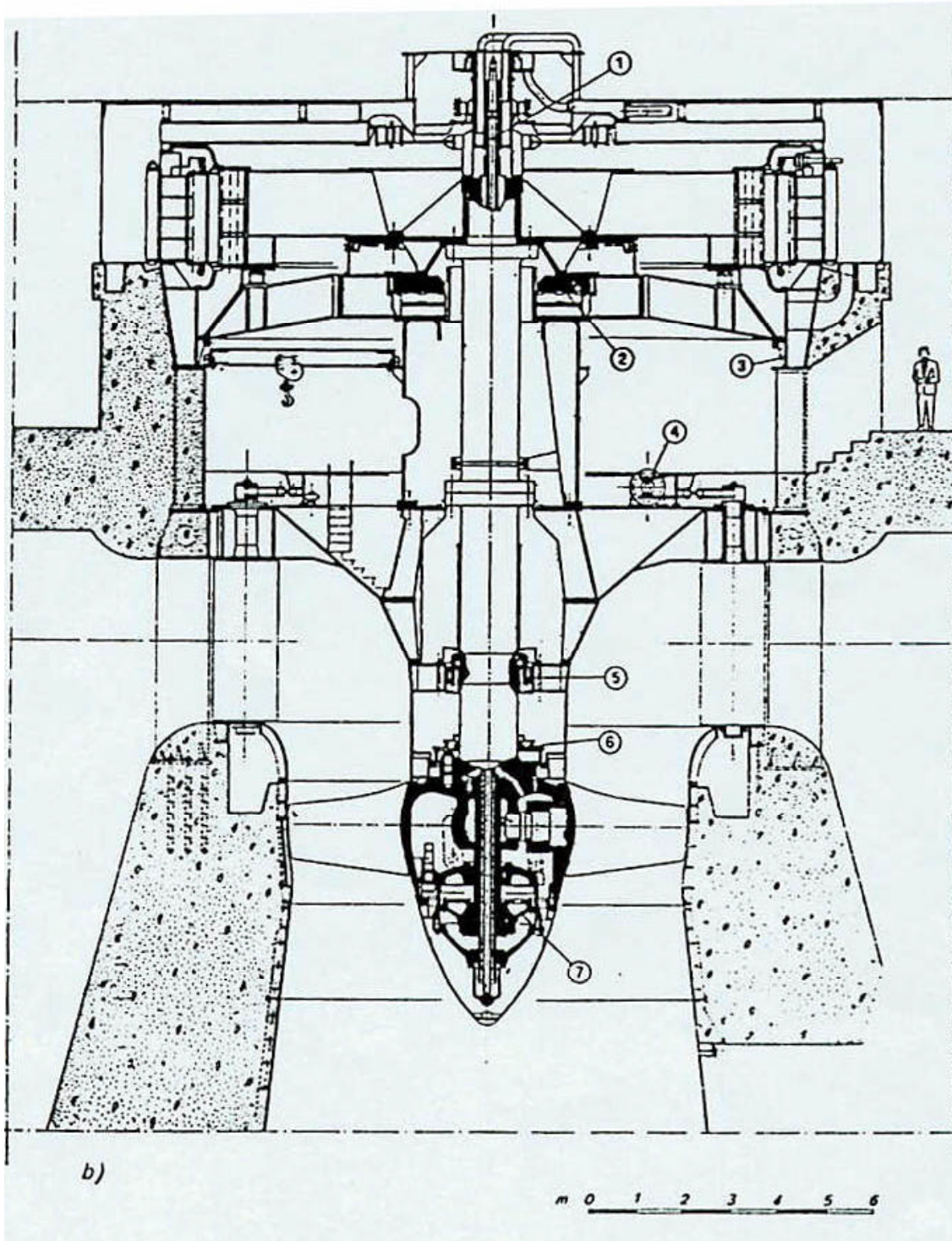


Figura 1.7 – Sezione trasversale di una turbina Kaplan dell’impianto di Jupia.

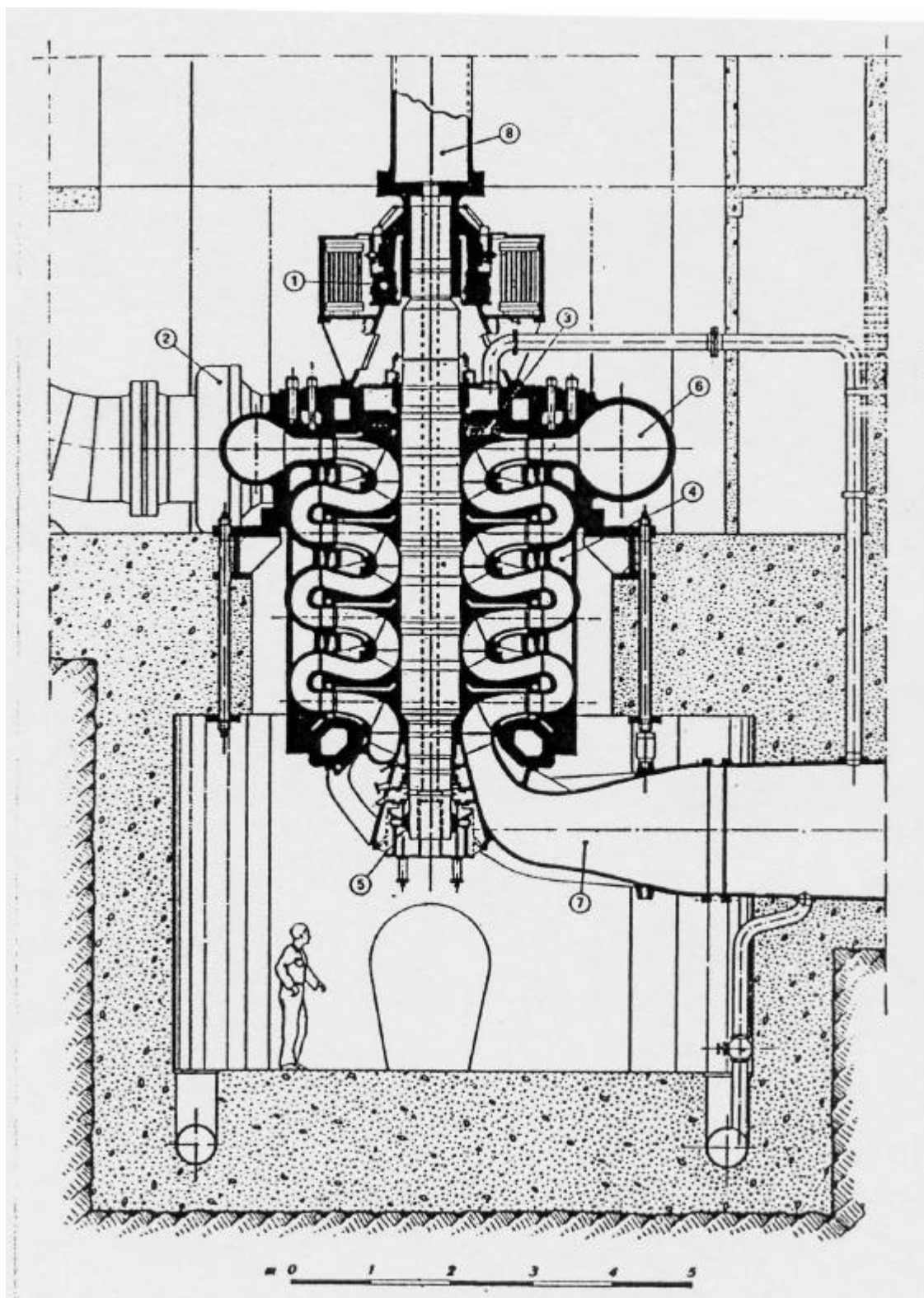


Figura 1.8– Sezione longitudinale di una pompa di accumulazione dell’impianto del Lago Delio (Asgen-Franco Tosi).

(Prevalenza 698 m; portata 11.83 m³/s; potenza 90.15 MW, velocità di rotazione 500 giri/min)

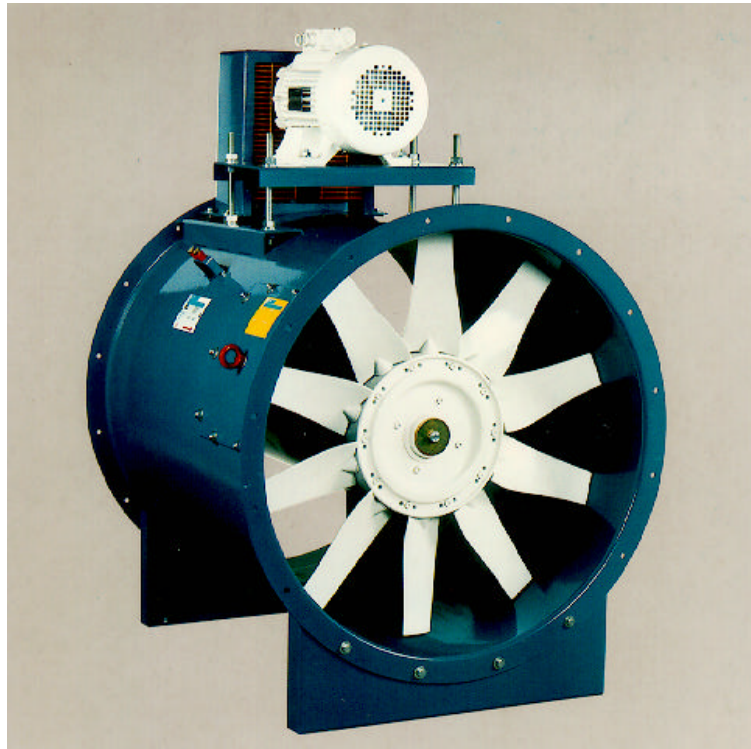


Figura 1.9- Ventilatore assiale.

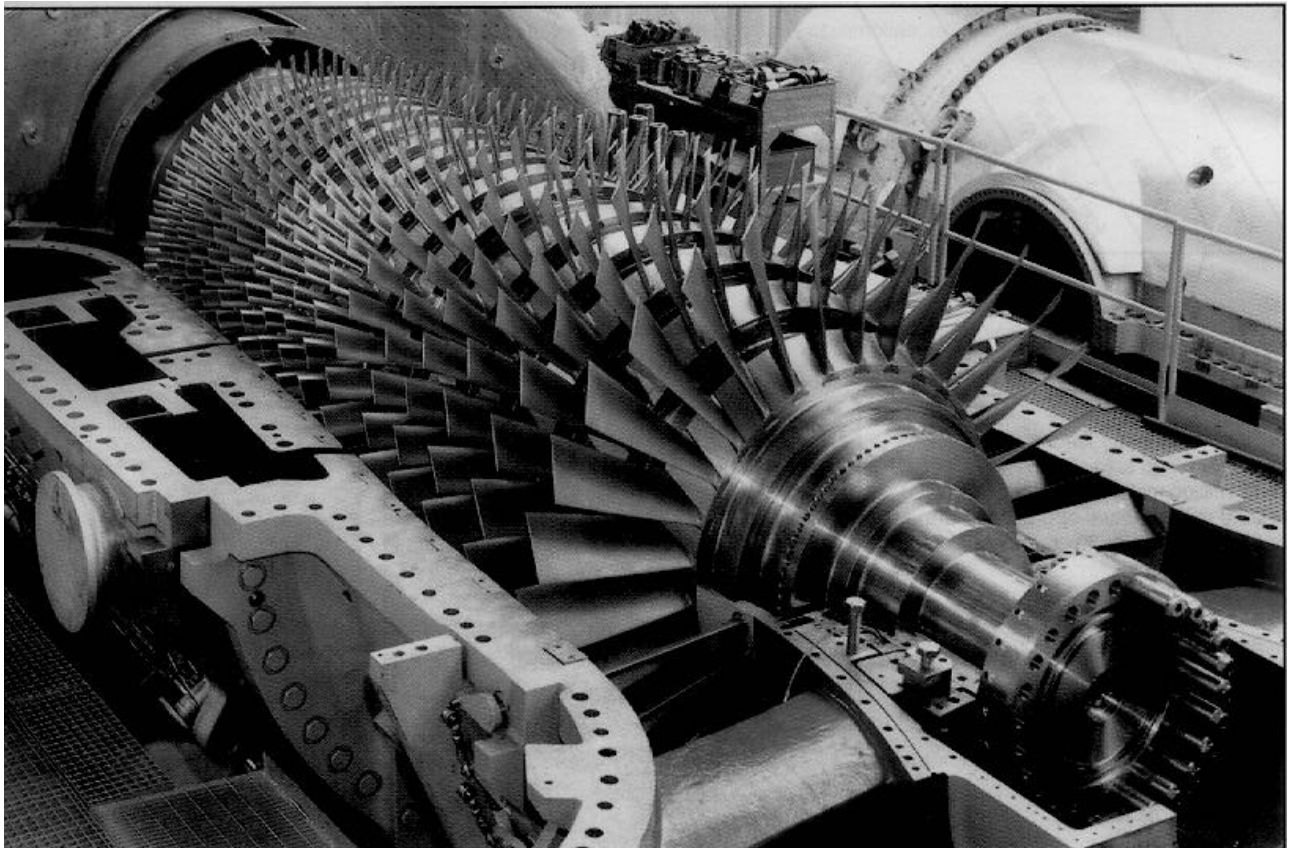


Figura 1.10- Compressore assiale.

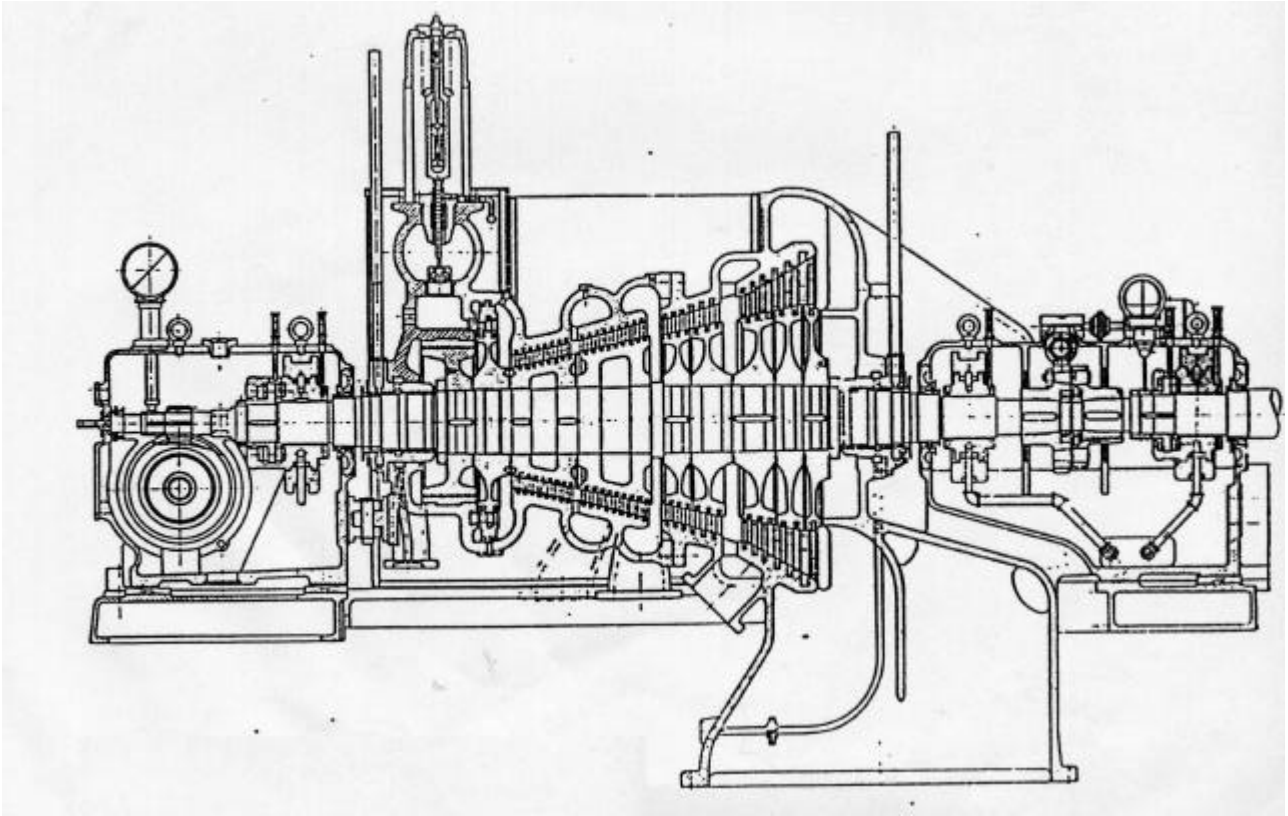


Figura 1.11- Turbina a vapore.

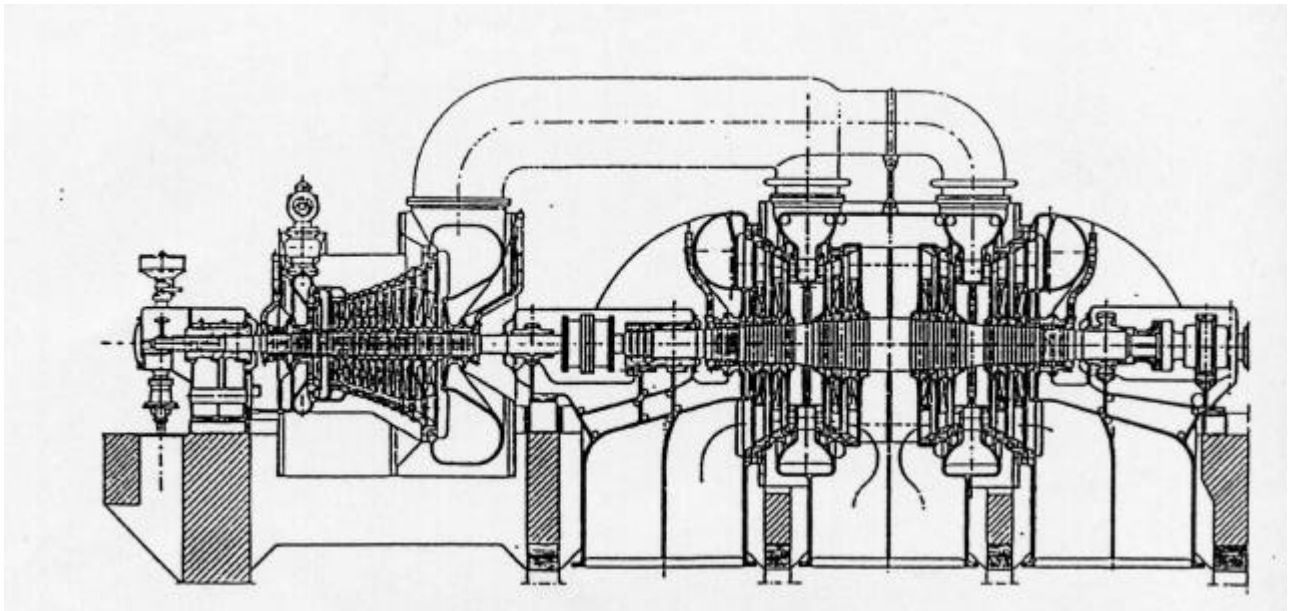


Figura 1.12- Turbina a vapore

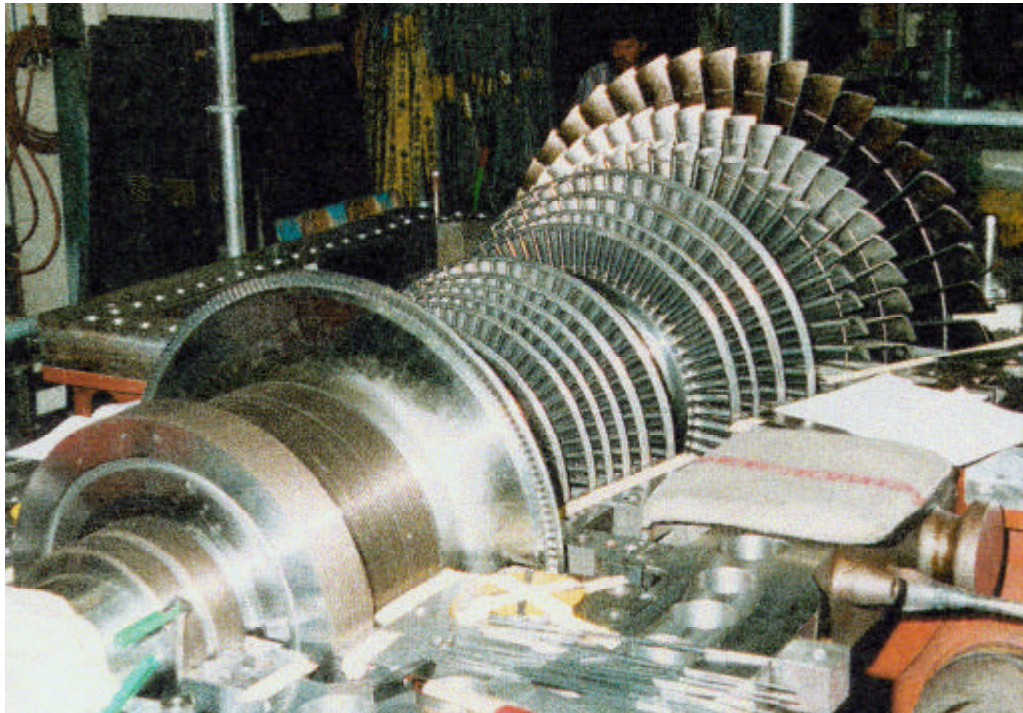


Figura 1.13– Rotore di una turbina a vapore

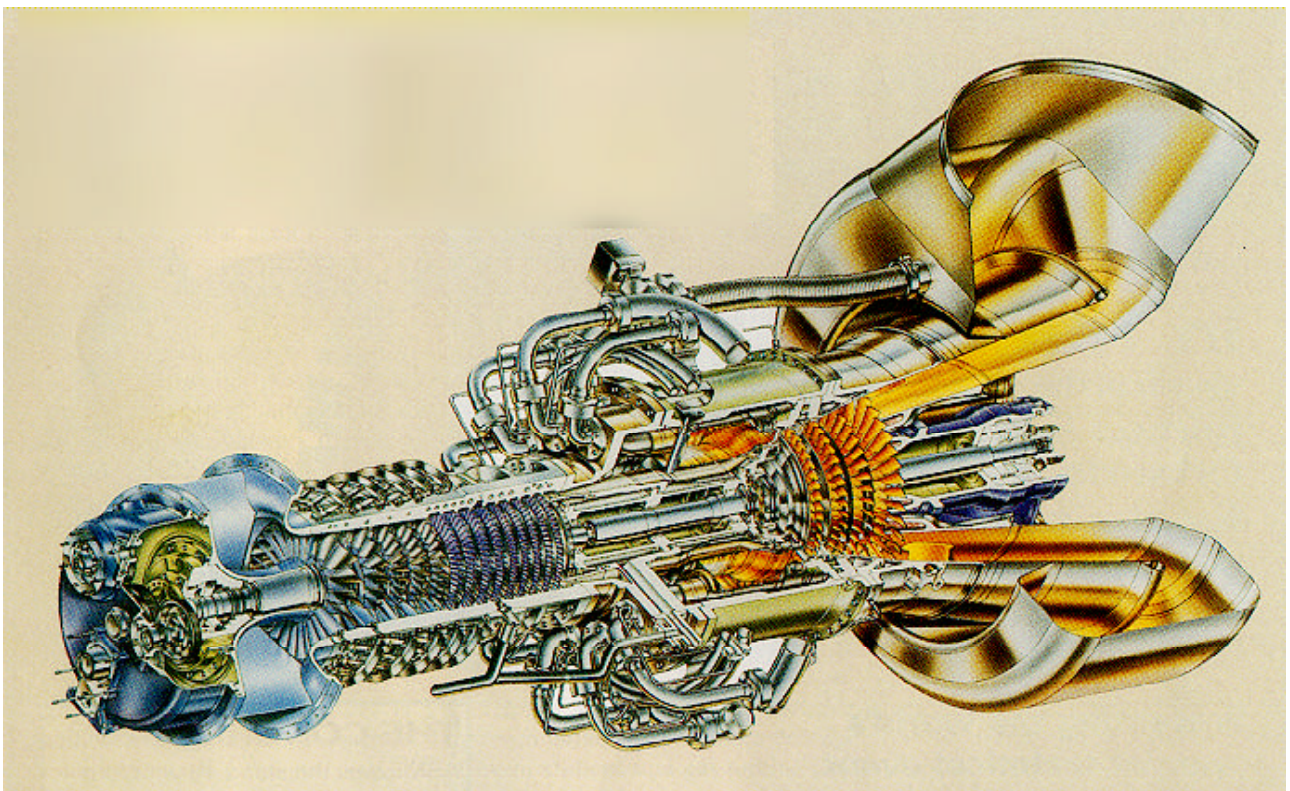


Figura 1.14–Turbogas bialbero aeroderivativo GE LM 1600.

Per quanto riguarda gli impianti, si distingue tra impianti a combustione interna e impianti a combustione esterna, a seconda che il processo di combustione sia una delle trasformazioni subite dal fluido di lavoro. Esempi di impianti a combustione interna sono il motore a combustione interna a iniezione comandata e Diesel (figura 1.4) e l'impianto Turbogas (figura 1.14), mentre gli impianti

a vapore sono impianti a combustione esterna. Ovviamente, gli impianti a combustione interna sono impianti che realizzano cicli termodinamici aperti, mentre quelli a combustione esterna realizzano cicli chiusi.

CAPITOLO 2

EQUAZIONI DI CONSERVAZIONE

2.1. Introduzione

In questo capitolo vengono brevemente richiamati i principi di conservazione della portata (Equazione di Continuità), della quantità di moto e dell'energia da utilizzare nello studio delle turbomacchine. Queste tre relazioni costituiscono un sistema di cinque equazioni scalari la cui risoluzione permette di calcolare le tre componenti della velocità e le proprietà termodinamiche del fluido, oltre alle forze che il fluido, considerato un continuo, scambia con eventuali superfici in movimento.

In tutta la trattazione che segue, si assume l'assenza di reazioni chimiche o nucleari, di campi magnetici, elettrici o elettromagnetici.

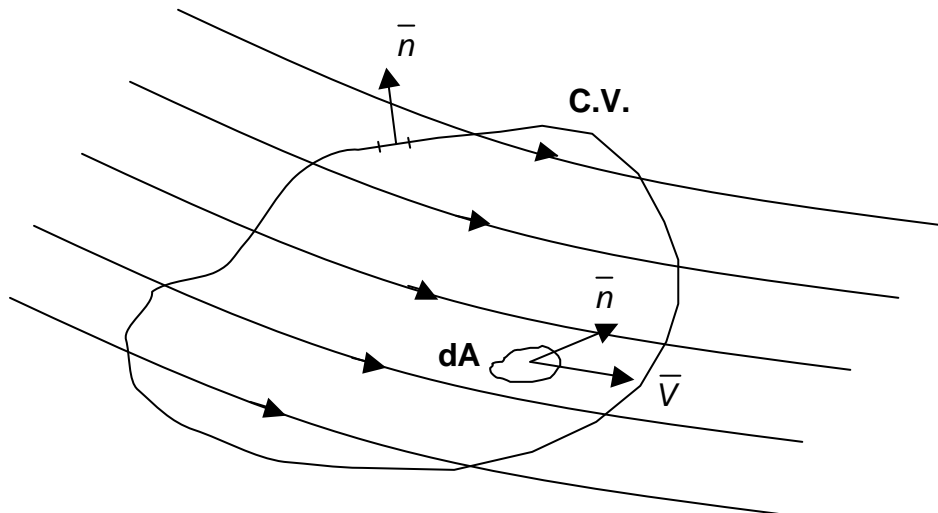


Figura 2.1

2.2. Conservazione della portata

Il principio di conservazione della portata si basa sul principio fisico che la massa non può essere né creata né distrutta. Ciò si traduce, per un sistema aperto come quello rappresentato in figura 2.1, nel fatto che il flusso di massa attraverso le superfici del sistema, più l'eventuale accumulo di portata all'interno del volume stesso, deve essere uguale a zero:

$$\int_A \rho \bar{V} \cdot \bar{n} dA + \frac{d}{dt} \left(\int_V \rho dv \right) = 0 \quad (2.1)$$

in cui ρ è la densità del fluido, \bar{V} il vettore velocità del fluido, \bar{n} il versore normale alla sezione A , positivo se orientato verso l'esterno (figura 1.1), e V il volume.

Al primo termine dell'equazione (2.1) compare il prodotto scalare tra l'elemento infinitesimo di superficie di normale \bar{n} e il vettore velocità. Quello che conta infatti è la proiezione del vettore \bar{V} lungo la normale alla superficie, oppure la proiezione dell'elemento di superficie lungo la direzione della velocità: ciò che conta è quindi la proiezione di un vettore sull'altro.

Si fa inoltre notare come si distingue tra superfici permeabili al trasporto di massa e superfici impermeabili. Attraverso le superfici impermeabili non c'è flusso di massa, per cui l'integrale di superficie che compare nell'equazione (2.1) è nullo. Un esempio di superficie impermeabile, e quindi non attraversata dal flusso di massa, è la parete di un condotto.

Nel caso in cui il moto possa essere considerato *permanente* (come in gran parte delle applicazioni che tratteremo riguardo le macchine a fluido), la relazione precedente diventa:

$$\int_A \mathbf{r} \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}} dA = 0 \quad (2.2)$$

Con le ipotesi fatte, questa equazione è indipendente da ciò che accade dentro il volume. Non è cioè più necessario conoscere la distribuzione di ρ e $\bar{\mathbf{V}}$ all'interno del volume, ma basta che siano noti i valori che tali grandezze assumono in ogni punto delle superfici permeabili al flusso di massa, e cioè quelle di ingresso ed uscita.

E' possibile semplificare ulteriormente l'equazione di conservazione della portata introducendo opportune ipotesi riguardanti la distribuzione spaziale delle diverse grandezze ($\bar{\mathbf{V}}$, ρ , $\rho \dots$) su tali superfici. Esistono diversi gradi di approssimazione; l'approccio più semplice consiste nel considerare il moto monodimensionale (1D). Ciò significa che tutte le grandezze ($\bar{\mathbf{V}}$, ρ , $\rho \dots$) sono funzione di una sola coordinata. Tale coordinata è una coordinata spaziale, ma non necessariamente una coordinata cartesiana (x , y , o z). Può ad esempio essere l'ascissa curvilinea di una traiettoria.

Se si indica con V_m la proiezione del vettore velocità nella direzione $\bar{\mathbf{n}}$, normale alla sezione di passaggio, e si considera che il flusso sia *monodimensionale* (1D), la conservazione della portata si traduce nella relazione seguente:

$$\dot{m} = \mathbf{r} \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}} A = \mathbf{r} V_m A = \text{cost} \quad (2.3)$$

dove V_m si dice essere la componente della velocità responsabile del trasporto di massa.

L'espressione trovata è estremamente semplice, e fornisce il risultato corretto indipendentemente da ciò che avviene dentro il volume: basta sapere cosa succede sulle sezioni di ingresso e uscita e si riesce ad esprimere correttamente la conservazione della massa all'interno del volume.

2.3. Conservazione della quantità di moto

Si basa sul principio fisico per cui la variazione di quantità di moto di un fluido eguaglia la sommatoria delle forze agenti su di esso. E' l'equivalente fluidodinamica della Legge di Newton:

$$\bar{\mathbf{F}} = m \bar{\mathbf{a}} = \frac{d}{dt} (m \bar{\mathbf{V}}) \quad (2.4)$$

Consideriamo ancora il sistema aperto rappresentato in figura 2.1. Applichiamo la conservazione della quantità di moto al volume di controllo tratteggiato in figura; anche in questo caso il flusso di quantità di moto attraverso la superficie, più l'eventuale accumulo all'interno del volume stesso, deve eguagliare la sommatoria delle forze agenti sul volume:

$$\int_A \mathbf{r} \bar{\mathbf{V}} (\bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}}) dA + \frac{d}{dt} \left(\int_v \mathbf{r} \bar{\mathbf{V}} dv \right) = \sum \bar{\mathbf{F}} \quad (2.5)$$

Le forze che agiscono sul volume possono essere forze di volume e forze di superficie. Le forze di superficie sono tutte quelle forze scambiate per effetto del contatto del sistema con qualcosa che sta dall'altra parte (altro fluido, un corpo solido...).

Le forze di volume sono tutte quelle forze che agiscono all'interno del volume stesso indipendentemente dal contatto superficiale. Sono le forze di campo, cioè quelle che dipendono dal fatto che il corpo si trova in una certa regione dello spazio affetta da un certo campo di forze (anche togliendo l'aria, è comunque soggetto alla forza di gravità). Esiste una forza di campo dovuta al campo di forza gravitazionale, ma esistono anche forze di campo (o di volume) che dipendono dalla non inerzialità del sistema di riferimento (forze di inerzia).

Le forze di volume sono quindi il campo gravitazionale \bar{G} , mentre le forze di superficie sono forze legate alla pressione e all'azione delle forze viscose:

$$\sum \bar{F} = \bar{G} - \int_A p \bar{n} dA + \int_A \bar{t} dA \quad (2.6)$$

La Legge di conservazione della quantità di moto si utilizza tutte le volte che si vuole calcolare la forza che si scambiano un fluido e una superficie in movimento.

Anche in questo caso, se il moto è permanente, la relazione (2.5) si semplifica:

$$\int_A \mathbf{r} \bar{V} (\bar{V} \cdot \bar{n}) dA = \sum \bar{F} \quad (2.7)$$

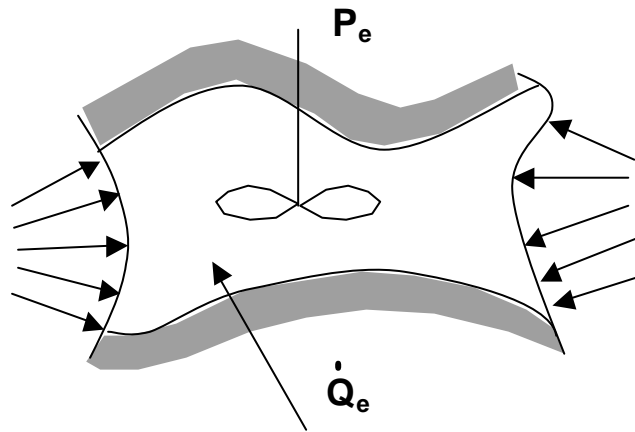


Figura 2.2

2.4. Conservazione dell'energia

Il principio di conservazione dell'energia si basa sul seguente principio fisico: l'energia non può essere né creata né distrutta, ma può solo cambiare forma. Non è altro che il 1° Principio della Termodinamica. Si utilizza quando si vogliono calcolare le proprietà termodinamiche di un fluido. Si consideri il sistema aperto al flusso di massa schematizzato in figura 2.2, che interagisce con superfici fisse e scambia lavoro L_e , e quindi potenza P_e e calore Q_e , e quindi potenza termica \dot{Q}_e , con l'esterno. La variazione di energia del sistema fluido, somma di energia interna u , energia cinetica ed energia potenziale, deve uguagliare la sommatoria delle energie scambiate con l'esterno:

$$\int_A \mathbf{r} \left(u + \frac{V^2}{2} + gz \right) (\bar{V} \cdot \bar{n}) dA + \frac{d}{dt} \left[\int_V \mathbf{r} \left(u + \frac{V^2}{2} + gz \right) dv \right] = \sum E_A \quad (2.8)$$

Queste energie scambiate sono, oltre alla potenza termica \dot{Q}_e , assunta positiva se entrante nel sistema, l'energia scambiata attraverso le eventuali superfici mobili presenti all'interno del volume. Nel caso in figura le superfici fisiche del volume fluido sono fisse, per cui il fluido non scambia lavoro con esse; può solo scambiare lavoro attraverso le superfici di ingresso e uscita, sulle quali agisce la pressione p , e con eventuali organi in movimento, come l'elica (da cui assorbe il lavoro L_e e quindi la potenza P_e):

$$\sum E_A = P_e + \dot{Q}_e - \int_A p \bar{V} \cdot \bar{n} dA \quad (2.9)$$

Il lavoro scambiato con l'esterno è considerato per convenzione positivo se entrante nel sistema.

Nel caso in cui il moto possa essere considerato *permanente*, le relazioni precedenti forniscono:

$$\int_A \mathbf{r} \left(u + \frac{V^2}{2} + gz + \frac{p}{r} \right) (\bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{n}}) dA = P_e + \dot{Q}_e \quad (2.10)$$

Nell'espressione appena scritta tutti i termini sono delle energie, e quindi vanno espressi in [W]. Si nota inoltre come, anche in questo caso, l'ipotesi di moto permanente ha permesso di ottenere una relazione che coinvolge solo ed esclusivamente grandezze calcolate sulla superficie di controllo, risultando quindi indipendente da ciò che avviene all'interno del volume.

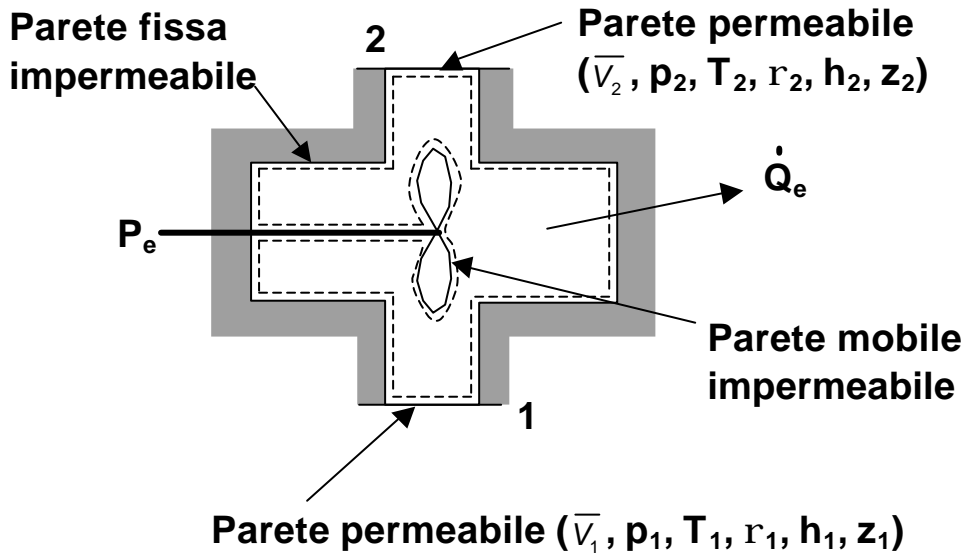


Figura 2.3

Si assumano ora le seguenti ipotesi:

- Moto monodimensionale nelle sezioni di ingresso e uscita
- Moto permanente

L'applicazione del principio di conservazione dell'energia formulato dalla (2.10) al volume tratteggiato in figura 2.3, conduce alla seguente relazione:

$$L_e + Q_e = (u_2 - u_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \left(\frac{p_2}{r_2} - \frac{p_1}{r_1} \right) \quad (2.11)$$

essendo $A_1 = A_2$ e, dalla conservazione della portata espressa dalla relazione (2.3), $r_1 V_1 = r_2 V_2$.

Per un sistema chiuso come una macchina volumetrica, la relazione precedente si riduce a:

$$L_e + Q_e = u_2 - u_1 \quad (2.12)$$

Per un sistema aperto al flusso di massa, come è il caso delle macchine dinamiche o turbomacchine, si introduce l'entalpia h , così definita:

$$h = u + pv \quad (2.13)$$

Si introduce l'entalpia h perché la massa per entrare e uscire deve scambiare lavoro, lavoro che va sotto il nome di **lavoro di pulsione**, che non viene considerato nel lavoro scambiato con l'esterno, ma inglobato nell'entalpia.

Sostituendo la definizione di entalpia nella (2.11), si ricava:

$$\boxed{L_e + Q_e = (h_2 - h_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)} \quad (2.14)$$

Nel ricavare la relazione (2.14) non è stata fatta alcuna ipotesi sul tipo di trasformazione. Ne risulta che essa è valida sia per trasformazioni reversibili sia per trasformazioni reali. Sarà direttamente

l'entalpia all'uscita a tenere implicitamente conto della presenza o meno di irreversibilità, che però non compaiono esplicitamente.

E' possibile ricavare una formulazione alternativa dell'equazione dell'energia, in cui il lavoro sia solo funzione di grandezze termodinamiche. Dalla Termodinamica è noto che:

$$Tds = du + pdv = dh - vdp \quad (2.15)$$

In un sistema aperto *reale*, come quello considerato, il calore viene generato attraverso due meccanismi: può essere scambiato con l'esterno in maniera reversibile, ma può anche essere generato internamente a causa degli attriti:

$$dQ = Tds = dQ_e + dL_w \quad (2.16)$$

essendo L_w il lavoro perso per attrito. Si ricorda che compare il simbolo δ in quanto il calore non è una variabile di stato, e quindi non dipende solo dallo stato iniziale e da quello finale di una trasformazione, ma anche dal percorso seguito. Sostituendo la (2.16) nella (2.15) e applicandola al caso in esame si ricava:

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 vdp + Q_e + L_w \quad (2.17)$$

che, sostituita infine nella (2.14), fornisce:

$$L_e - L_w = \int_1^2 vdp + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (2.18)$$

Si nota come l'espressione del lavoro appena trovata sia ora funzione del tipo di trasformazione subita dal fluido nell'attraversamento della macchina. Per poter calcolare l'integrale che compare nella (2.18) è necessario infatti conoscere la trasformazione.

Le due relazioni appena ricavate sono del tutto generali, nel senso che non sono state fatte ipotesi sul tipo di fluido né sul tipo di trasformazione che esso subisce. Quando si applicano alle macchine (turbine, compressori, pompe), è possibile in generale trascurare la variazione di quota a cavallo della macchina ($z_2 \approx z_1$). In tal caso si ricava:

$$L_e + Q_e = (h_2 - h_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \quad (2.19)$$

$$L_e - L_w = \int_1^2 \frac{dp}{r} \quad (2.20)$$

Si ricorda che le due forme dell'equazione di conservazione dell'energia appena trovate (2.19) e (2.20) valgono qualunque trasformazione avvenga tra ingresso ed uscita, purché vengano rispettate le seguenti ipotesi:

- Moto mono-dimensionale nelle sezioni di ingresso e uscita
- Assenza di reazioni chimiche o nucleari, di campi magnetici, elettrici o elettromagnetici
- Moto permanente
- Variazione di quota trascurabile fra ingresso e uscita

Si ricorda inoltre che, se si vuole utilizzare la relazione (2.20), è necessario conoscere il tipo di trasformazione che il fluido subisce nell'attraversamento della macchina, a meno che il fluido sia incompressibile ($p=\text{cost}$). In tal caso, la relazione (2.18) diventa:

$$L_e - L_w = \frac{p_2 - p_1}{r} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (2.21)$$

che va sotto il nome di *Equazione di Bernoulli*.

2.5. Definizioni varie e stato totale

Prima di applicare i principi di conservazione appena visti, introduciamo alcune definizioni di utilizzo generale.

Innanzitutto, ricordiamo che, per un **gas perfetto**, entalpia ed energia interna sono funzione unicamente della temperatura:

$$h = h(T) \quad u = u(T)$$

Ne risulta quindi che anche i calori specifici a pressione e volume costante C_p e C_v sono funzione solo della temperatura:

$$C_p = C_p(T) \quad C_v = C_v(T)$$

Vale inoltre la relazione di Mayer:

$$R = C_p - C_v \quad (2.22)$$

essendo R la costante dei gas. Un gas si dice poi **caloricamente perfetto** se C_p e C_v sono costanti.

Definiamo **velocità del suono** a :

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_s \quad (2.23)$$

è la velocità di propagazione delle piccole perturbazioni, per cui vale l'ipotesi di isentropicità.

Per un **liquido perfetto** $\partial p = 0$, quindi $a = \infty$. Per un **liquido reale** a è grande, ma non infinita.

E' noto che, per un **gas perfetto** che subisce un processo isentropico, vale:

$$p/r^g = \text{cost} \quad (2.24)$$

Essendo $g = \frac{C_p}{C_v}$, si ottiene:

$$a = \sqrt{g \frac{p}{r}} = \sqrt{gRT} \quad (2.25)$$

Per l'aria $a \cong 340$ m/s.

Si definisce **numero di Mach** di un flusso M il rapporto tra la velocità del flusso V e la velocità del suono:

$$M = \frac{V}{a} \quad (2.26)$$

Se $M < 1$ il flusso si dice subsonico, se $M > 1$ si dice supersonico. Se $M < 0.3-0.4$ il flusso è incomprimibile.

Consideriamo ora di portare un fluido dotato di una certa velocità V , temperatura T , pressione p , ecc. ad uno stato finale in cui $V = 0$, e che il processo sia isentropico, senza scambi di lavoro ($L_e = 0$). Questo stato finale ipotetico prende il nome di **stato totale**. Applichiamo la conservazione dell'energia a questa trasformazione, per calcolare le diverse grandezze (temperatura, pressione e densità) che caratterizzano questo stato:

$$h_t = h + \frac{V^2}{2} \quad (2.27)$$

dove h_t prende il nome di **entalpia totale**. Se consideriamo un gas perfetto, la relazione (2.27) diventa:

$$T_t = T + \frac{V^2}{2C_p} \quad (2.28)$$

con T_t temperatura totale. Tale trasformazione è schematizzata in figura 2.4 nel piano (h,s) . Se poi si esprime il calore specifico a pressione costante in funzione della costante R del gas attraverso la (2.22) e di γ , e ricordando la definizione del numero di Mach, si ricava:

$$T_t = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (2.29)$$

E' poi possibile calcolare pressione p_t e densità ρ_t totali del fluido utilizzando la relazione valida per trasformazioni isentropiche di un gas perfetto:

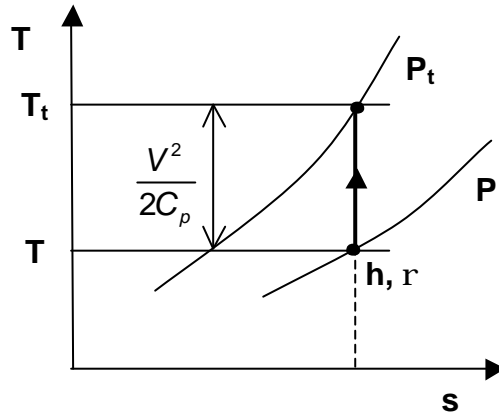


Figura 2.4

$$\frac{p_t}{\rho_t^\gamma} = \text{cost.} \quad (2.30)$$

Mentre l'utilizzo della (2.30) per il calcolo di pressione e densità totali implica l'ipotesi di isentropicità della trasformazione, l'espressione della temperatura (2.28) e dell'entalpia totali (2.29) hanno richiesto solo l'ipotesi di adiabaticità, e sono quindi più generali. Resta comunque ferma la definizione di stato totale come di quello stato ipotetico a cui giungerebbe il fluido se venisse arrestato isentropicamente.

Le relazioni viste valgono per fluido comprimibile che soddisfi le ipotesi di gas perfetto. Nel caso in cui il fluido sia incomprimibile ($M \rightarrow 0$), la temperatura coincide con quella totale, mentre la pressione totale si ricava applicando la forma dell'equazione dell'energia per fluidi incomprimibili data dalla relazione (2.21):

$$p_t = p + \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (2.31)$$

Si sottolinea che questa relazione è valida solo ed esclusivamente per fluidi *incomprimibili* sottoposti ad arresti isentropici.

Bibliografia:

Richiami di Termofluidodinamica applicata alle macchine, E. Macchi, Ed. Clup

CAPITOLO 3

INTRODUZIONE ALLE TURBOMACCHINE

3.1. Introduzione

In questo capitolo analizziamo nel dettaglio il funzionamento delle turbomacchine, partendo dalla descrizione delle trasformazioni che in esse hanno luogo. Si passerà poi alla descrizione di come nella pratica tali trasformazioni vengono realizzate, introducendo quindi il concetto di lavoro Euleriano, di stadio, di triangoli delle velocità e di grado di reazione. Questa trattazione verrà dapprima condotta considerando un fluido comprimibile, quale aria o vapore. Si passerà infine a trattare il caso delle macchine idrauliche.

3.2. Trasformazioni nelle turbomacchine a fluido comprimibile

Nel paragrafo 2.2 si sono ricavate le relazioni necessarie al calcolo del lavoro scambiato da un sistema aperto con l'esterno. In particolare, si sono ricavate le relazioni (2.19) e (2.20) che esprimono il principio di conservazione dell'energia per un sistema aperto al flusso di massa, e si è visto come la prima sia indipendente dal tipo di trasformazione, mentre la seconda, per essere utilizzata, necessita della conoscenza del tipo di trasformazione. Nel capitolo precedente è stato poi introdotto il concetto di stato totale, ed è stata fornita, tra le altre, la definizione di entalpia totale. Introducendo tale definizione nell'equazione di conservazione dell'energia per i sistemi aperti (equazione (2.19)) si ricava:

$$L_e + Q_e = (h_2 - h_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = (h_{t2} - h_{t1}) \quad (3.1)$$

Quindi, in generale, il lavoro è dato dalla variazione di entalpia totale, più il calore eventualmente scambiato con l'esterno. Inoltre, spesso è possibile trascurare la variazione di velocità tra ingresso e uscita di una macchina. E' sempre possibile infatti pensare di dimensionare i condotti di adduzione e scarico in modo tale che tale ipotesi risulti verificata. In questo caso, variazione di entalpia totale e di entalpia statica coincidono, e la relazione precedente diventa:

$$L_e + Q_e = (h_2 - h_1) \quad (3.2)$$

Si ricorda che, per convenzione, si era assunto positivo il lavoro se fatto sul sistema, e il calore positivo se entrante nel sistema. Tuttavia è più comodo operare sempre con lavori positivi, e quindi verranno cambiati i segni in maniera tale da ottenere sempre $L_e > 0$. Quindi, la relazione (3.2) diventa:

$$L_e = (h_2 - h_1) - Q_e > 0 \quad \text{per macchine operatrici } (Q_e > 0) \quad (3.3)$$

$$L_e = (h_1 - h_2) + Q_e > 0 \quad \text{per macchine motrici } (Q_e < 0) \quad (3.4)$$

Analogamente per la relazione (2.20):

$$L_e = \int_1^2 v dp + L_w \quad \text{per macchine operatrici } (L_e > 0) \quad (3.5)$$

$$L_e = -\int_1^2 v dp - L_w \quad \text{per macchine motrici } (L_e > 0) \quad (3.6)$$

Applichiamo quanto visto dapprima al caso di una macchina operatrice (compressore), e quindi di una macchina motrice (turbina).

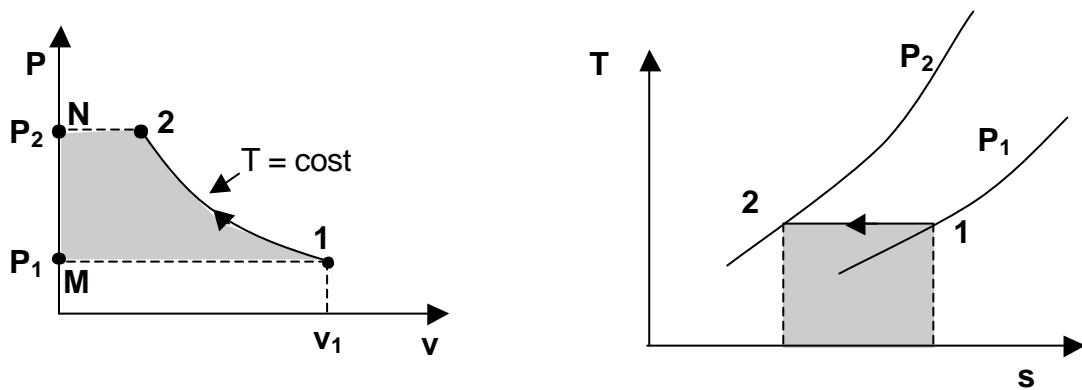


Figura 3.1: compressione ideale a Temperatura costante.

3.2.1. Compressore

Consideriamo il caso di una macchina operatrice operante su fluido comprimibile (gas perfetto). Ci chiediamo che tipo di trasformazione subisca il fluido nell'attraversamento della macchina. Prima ancora però vediamo quale è la trasformazione che ci permetterebbe di compiere il minimo lavoro possibile. Tale trasformazione è la trasformazione *isoterma* (figura 3.1). Consideriamo un gas perfetto e una trasformazione ideale ($L_w = 0$). Le due forme dell'equazione dell'energia forniscono:

$$L_e = -Q_e \quad (3.7)$$

$$L_e = \int_1^2 v dp = \int_1^2 \frac{RT}{p} dp = RT_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (3.8)$$

Tali lavori sono rappresentati dalle aree sottese dalle trasformazioni: l'area (12NM) tratteggiata nel piano (p,v) e l'area tratteggiata nel piano (T,s) in figura 3.1. Tale trasformazione risulta però irrealizzabile nella pratica. Le trasformazioni nelle macchine dinamiche (continue) sono infatti estremamente veloci. Non c'è tempo né superfici di scambio termico sufficienti perché il fluido, nell'attraversamento della macchina, riesca a cedere (o ricevere) calore. E' allora possibile considerare sempre le trasformazioni nelle macchine dinamiche adiabatiche, e semplificare ulteriormente l'equazione dell'energia:

$$L_e = (h_{t2} - h_{t1}) \cong (h_2 - h_1) \quad (3.9)$$

con l'usuale ipotesi di trascurare la variazione di velocità a cavallo della macchina. Da tali considerazioni risulta quindi che la trasformazione ideale con cui confrontarsi non è tanto quella isoterma reversibile, quanto quella adiabatica reversibile, e cioè la trasformazione *isentropica*. Con riferimento alla figura 3.2, e considerando un gas perfetto, si ricava:

$$(L_e)_s = h_{2s} - h_1 = C_p (T_{2s} - T_1) \quad (3.10)$$

che, nel piano (T,s), è rappresentato dall'area A02_sB. Ricordando che, per una trasformazione adiabatica isentropica di un gas perfetto vale $pv^\gamma = \text{cost}$ e che vale la relazione di Mayer $R = C_p - C_v$, si ricava:

$$(L_e)_s = \frac{g}{g-1} RT_1 \left(b^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \quad (3.11)$$

essendo $b = p_2/p_1$ il *rapporto di compressione*. Nel piano (p,v) il lavoro scambiato isentropicamente è rappresentato dall'area M12_sN. Una forma identica la si ottiene anche a partire dalla (3.5), imponendo $L_w = 0$.

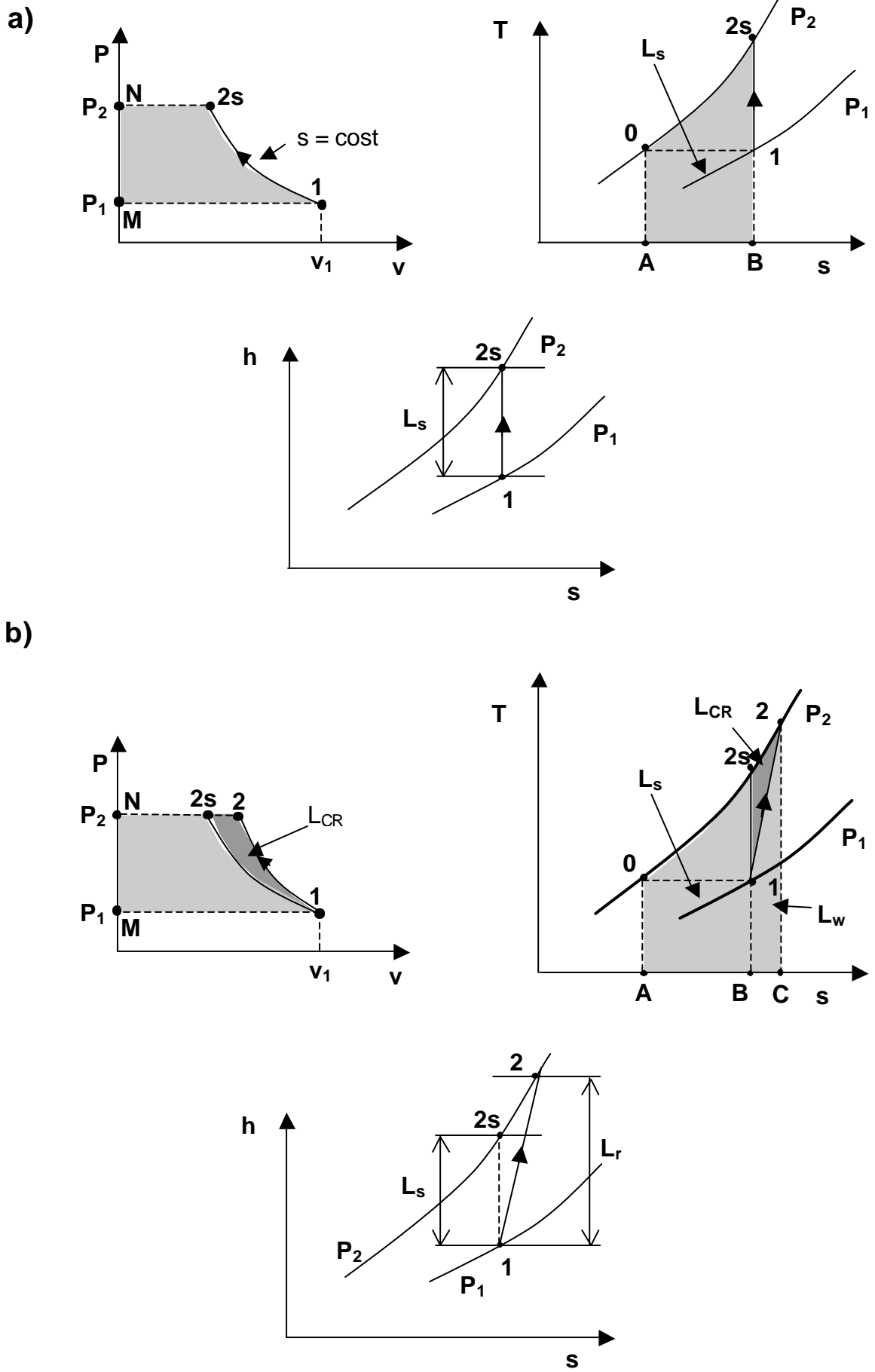


Figura 3.2: compressione adiabatica ideale a) e reale b).

Con riferimento alle trasformazioni tracciate nei piani (p,v), (T,s) ed (h,s) riportate in figura 3.2a, si osserva come il lavoro compiuto sul fluido sia maggiore rispetto al caso isoterma. Si ricorda inoltre che le aree tratteggiate nel piano (p,v) e in quello (T,s) rappresentano il lavoro scambiato, essendo la trasformazione adiabatica reversibile.

Nella *realtà*, la trasformazione sarà tale da far sì che il fluido si trovi all'uscita del compressore ancora allo stesso livello di pressione p_2 , ma con un'entropia maggiore rispetto al caso isentropico, come mostrato dal punto 2 in figura 3.2b. In questo caso, il lavoro scambiato con l'esterno vale:

$$L_e = h_2 - h_1 = \text{Area}(A02C) \quad (3.12)$$

che, nel piano (T,s), consiste nell'area A02C. Il percorso seguito dal fluido per passare dal punto 1 al punto 2 può essere qualunque. E' possibile approssimare la trasformazione reale con una trasformazione *politropica reversibile*, in cui si suppone che il calore (che nella realtà è legato alle irreversibilità) venga scambiato reversibilmente:

$$(L_e)_y = \frac{n}{n-1} RT_1 \left(b^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (3.13)$$

oppure, partendo dalla (3.3):

$$(L_e)_y = (h_2 - h_1) - (Q_e)_y \quad (3.14)$$

Cerchiamo di individuare nei diversi piani l'area che rappresenta la differenza tra il lavoro reale e quello ideale. Il lavoro reale nel piano (p,v) consiste nell'area M12N. Si fa notare come il volume specifico nel punto di fine compressione reale sia maggiore rispetto al caso ideale, a causa delle perdite. Sempre nel piano (p,v) si ha quindi:

$$(L_e)_r - (L_e)_s = \int_1^2 v dp + L_w - \int_1^{2s} v dp = \left(\int_1^2 v dp - \int_1^{2s} v dp \right) + L_w \quad (3.15)$$

Nel piano (p,v) non si vede chiaramente tutto il lavoro scambiato; l'area 212_s rappresenta la differenza tra i due integrali, mentre non è ben identificabile il lavoro perso per attrito; è meglio considerare il piano (T,s):

$$(L_e)_r - (L_e)_s = (L_e)_y + (Q_e)_y - (L_e)_s = [(L_e)_y - (L_e)_s] + (Q_e)_y \quad (3.16)$$

Tale differenza è rappresentata dall'area B2_s2C nel piano (T,s). Si ricorda che $(Q_e)_y > 0$ in quanto entrante nel sistema. Questo calore nella realtà è legato alle perdite, essendo la trasformazione adiabatica. Esso è dato dalla relazione (2.16) che, per una trasformazione adiabatica diventa:

$$(Q_e)_y = L_w = \int_1^2 T ds \quad (3.17)$$

ed è quindi rappresentato, nel piano (T,s), dall'area sottesa dalla trasformazione 1-2. Ne segue che il lavoro perso coincide con l'area B12C, inferiore alla differenza tra lavoro reale e lavoro ideale $(h_2 - h_{2s})$, mentre l'area 212_s rappresenta quello che viene chiamato *lavoro di contro-recupero*. Ne risulta quindi che, per comprimere il fluido dalle condizioni 1 alle condizioni 2, il lavoro speso è maggiore rispetto alla somma tra lavoro ideale e lavoro perso. La quota parte di lavoro che è necessario fornire al fluido è il lavoro di contro-recupero, dovuto al fatto che, mentre si comprime, il fluido si riscalda di più rispetto al caso ideale. Il fenomeno del contro-recupero è allora un effetto termodinamico legato alla variazione di volume specifico durante la compressione. Se infatti si pensa di approssimare la compressione con una serie di compressioni infinitesime Δp_j , così come schematizzato in figura 3.3, il lavoro complessivamente speso può essere così approssimato:

$$L = \int_1^2 v dp + L_w \approx \sum_{j=1}^N v_j \Delta p_j + L_w \quad (3.18)$$

essendo v_j il volume specifico medio sul singolo intervallo di compressione. E' evidente che, col procedere della compressione, il volume specifico aumenta rispetto al caso ideale, a causa della generazione di calore causata dalle perdite. Ogni incremento ulteriore di pressione richiede quindi

in cui l'esponente della politropica n è maggiore di γ . Si fa notare come, a differenza di quanto avviene per il rendimento adiabatico, la definizione di rendimento politropico valuta in maniera corretta il lavoro di contro-recupero. Il lavoro minimo del compressore è infatti calcolato tenendo conto del fenomeno del contro-recupero. Ne risulta una definizione di rendimento indipendente dal rapporto di compressione della macchina, che quindi risulta essere uno strumento più adeguato ed affidabile per la valutazione ed il confronto delle prestazioni delle macchine.

Da quanto visto risulta che il rendimento adiabatico è sempre minore del rendimento politropico. E' poi possibile ricavare una relazione che lega i due rendimenti:

$$h_{c,ad} = \frac{b^{\frac{g-1}{g}} - 1}{b^{gh_\gamma} - 1} \quad (3.21)$$

il cui andamento è riportato in figura 3.4, dove sono tracciate le curve di η_{ad} in funzione di β , con η_γ a parametro. In accordo a quanto detto in precedenza, si vede come il rendimento adiabatico diminuisca al crescere del rapporto di compressione, a causa del fenomeno del contro-recupero. Per $\beta \rightarrow 1$, il rendimento adiabatico tende a quello politropico.

Il rendimento politropico tiene quindi conto solo delle dissipazioni che avvengono all'interno della macchina, depurate degli effetti termodinamici (contro-recupero).

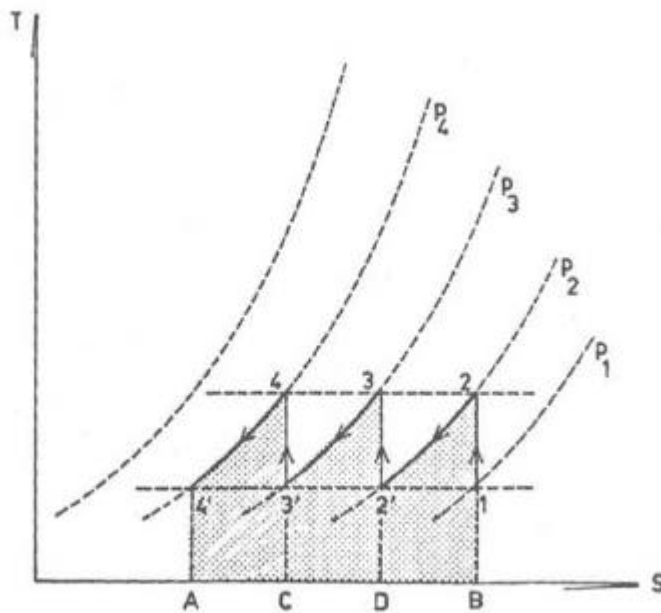


Figura 3.5: Compressione inter-refrigerata.

3.2.2. Compressione inter-refrigerata

Si è visto come il minimo lavoro di compressione sia ottenibile tramite una trasformazione isoterma. Si è inoltre osservato come tale trasformazione non sia praticabile nella realtà, le macchine realizzando trasformazioni adiabatiche. Ci si chiede allora se, tramite opportune soluzioni impiantistiche, sia comunque possibile individuare una o più trasformazioni che permettano di ridurre il lavoro di compressione. La risposta è la compressione inter - refrigerata, che consiste nel suddividere la compressione in una serie di compressioni elementari, intercalate da raffreddamenti dell'aria, così come mostrato in figura 3.5, limitatamente al caso di una trasformazione ideale. L'aria, aspirata dall'ambiente, viene dapprima compressa fino alle condizioni 2; entra quindi in uno

scambiatore di calore dove viene raffreddata fino alla temperatura T_2 . Subisce quindi una seconda compressione fino alle condizioni 3, e così di seguito. Si nota inoltre che in figura 3.5 sono trascurate eventuali perdite di carico negli scambiatori, per cui i processi di scambio termico risultano essere a pressione costante.

E' evidente che il lavoro di compressione totale sarà inferiore rispetto al caso senza inter-refrigerazione, a parità di rapporto di compressione totale β ; la semplice divergenza delle isobare spiega infatti come convenga comprimere a temperature inferiori, e quindi a volumi specifici minori. Per ragioni di costi e di limitazioni sulla complicazione impiantistica, nella realtà si realizza una, o al massimo due inter-refrigerazioni.

Ci chiediamo ora se esista un livello di pressione ottimo a cui suddividere la compressione. Per fare ciò ci limitiamo al caso di una sola inter-refrigerazione, per cui in figura 3.5 ci fermiamo al punto 3. Siano $\beta_1 = p_2/p_1$ e $\beta_2 = p_3/p_2$ i rapporti di compressione dei due stadi di compressione. La definizione del livello di pressione ottimo p_2 , equivale a scegliere il valore di β_1 che minimizza il lavoro di compressione.

Il lavoro di compressione ideale è dato da:

$$(L_e)_s = L' + L'' = \frac{g}{g-1} R \left[T_1 \left(b_1^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) + T_2 \left(b_2^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \right] \quad (3.22)$$

sapendo che $b_2 = b/b_1$, con $\beta = p_3/p_1$ pari al rapporto di compressione globale, e imponendo che sia nulla la derivata del lavoro rispetto a β_1 , si ricava:

$$\frac{\partial (L_e)_s}{\partial b_1} = 0 \rightarrow b_1 = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{g}{2(g-1)}} \sqrt{b} \quad (3.23)$$

Si fa notare che, se lo scambiatore di calore riporta l'aria in ingresso al secondo stadio di compressione alla stessa temperatura che aveva in ingresso al primo ($T_2 = T_1$), così come avviene in figura 3.5, allora la relazione (3.23) si riduce a:

$$b_1 = \sqrt{b} \quad (3.24)$$

3.2.3. Turbina

Quanto detto per il compressore, vale ovviamente anche per la turbina. Quindi la trasformazione che avviene in turbina è adiabatica, per cui vale:

$$L_e = (h_{t1} - h_{t2}) \cong (h_1 - h_2) \quad (3.25)$$

Con riferimento alle trasformazioni tracciate in figura 3.6, consideriamo dapprima il **caso isentropico**. In maniera del tutto analoga a quanto fatto per il compressore, si ottiene che:

$$(L_e)_s = h_1 - h_{2s} = C_p (T_1 - T_{2s}) \quad (3.26)$$

Introducendo la relazione valida per le trasformazioni isentropiche si ricava, avendo chiamato il rapporto di espansione $\beta = p_1/p_2$:

$$(L_e)_s = \frac{g}{g-1} R T_1 \left(1 - \frac{1}{b^{\frac{g-1}{g}}} \right) \quad (3.27)$$

Anche in questo caso, è possibile individuare graficamente i lavori scambiati attraverso le aree sottese dalle trasformazioni: l'area M12_sN nel piano (p,v) e l'area A01B nel piano (T,s), entrambe tratteggiate in figura 3.6.

Nel **caso reale**, il lavoro diventa:

$$L_e = h_1 - h_2 \quad (3.28)$$

che corrisponde all'area $C0'1B$ nel piano (T,s) . Approssimando ancora la trasformazione reale con una *politropica reversibile* di esponente n , si ottiene:

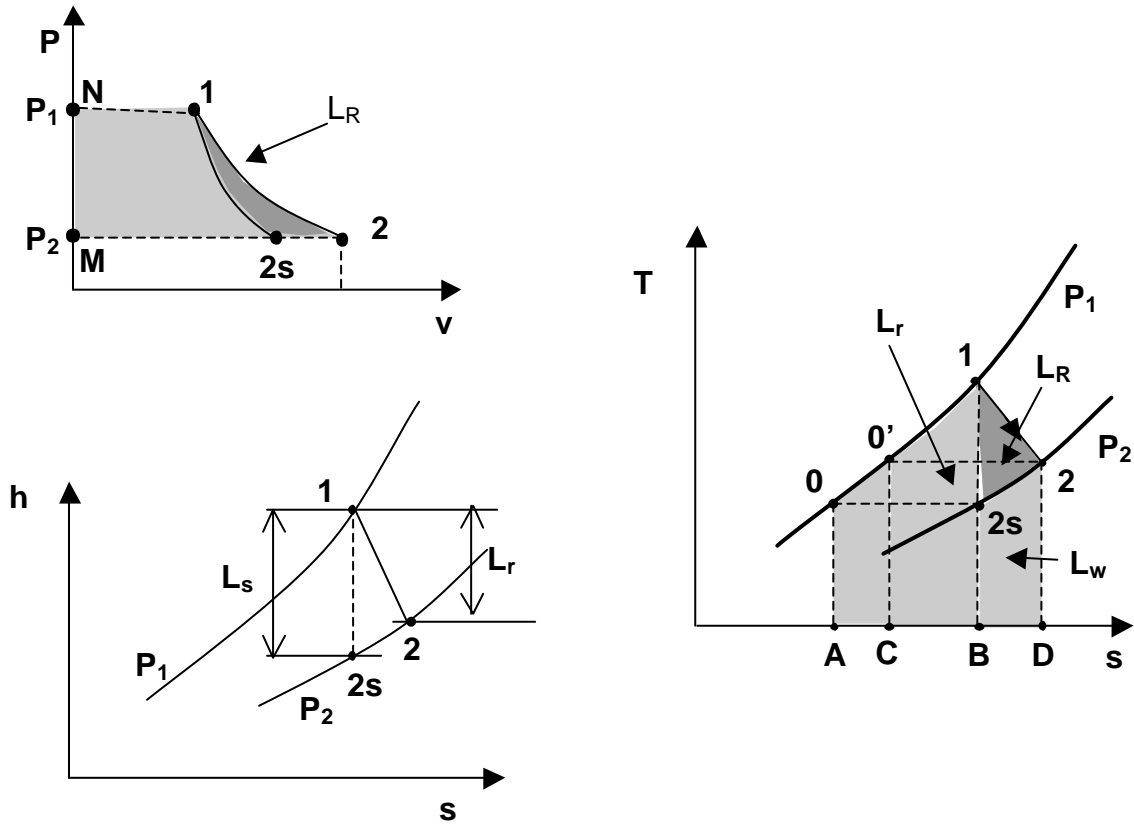


Figura 3.6: espansione adiabatica.

$$(L_e)_y = \frac{n}{n-1} RT_1 \left(1 - \frac{1}{b^{\frac{n-1}{n}}} \right) \quad (3.29)$$

che, nel piano (p,v) , è rappresentato dall'area $M12N$. Si nota come ora il volume specifico nel punto di fine espansione reale sia maggiore rispetto al caso ideale. Oppure:

$$(L_e)_y = h_1 - h_2 = C_p (T_1 - T_2) + (Q_e)_y \quad (3.30)$$

Anche in questo caso, il calore scambiato reversibilmente con l'esterno in realtà è generato internamente a causa delle dissipazioni. Esso quindi vale, essendo la trasformazione nella realtà adiabatica:

$$(Q_e)_y = L_w = \int_1^2 T ds \quad (3.31)$$

ed è rappresentato dall'area $B12D$ nel piano (T,s) .

Cerchiamo anche per la turbina di individuare nei diversi piani l'area che rappresenta la differenza tra il lavoro reale e quello ideale. Nel piano (p,v) si ha:

$$(L_e)_s - (L_e)_r = - \int_1^{2s} v dp + \int_1^2 v dp + L_w = \left(\int_1^2 v dp - \int_1^{2s} v dp \right) + L_w \quad (3.32)$$

Come si è detto in precedenza, il lavoro perso non è chiaramente individuabile nel piano (p,v) , mentre la differenza tra gli integrali tra parentesi coincide con l'area 212_s . Consideriamo allora il piano (T,s) , sapendo che, in questo piano, il lavoro reale scambiato corrisponde all'area $C0'1B$:

$$(L_e)_s - (L_e)_r = (L_e)_s - (L_e)_y + (Q_e)_y = [(L_e)_s - (L_e)_y] + (Q_e)_y \quad (3.33)$$

essendo $Q_e < 0$ in quanto uscente dal sistema. La differenza tra i due lavori, reale e ideale, consiste nell'area A00'C che, in prima approssimazione, può essere ritenuta uguale all'area B2_s2D. Tale area può essere interpretata come la differenza tra l'area B12D, che sappiamo corrispondere al lavoro perso, e l'area 212_s. Ne segue che il lavoro perso è maggiore della differenza tra lavoro ideale e lavoro reale ($h_{2s} - h_2$), e questa differenza è l'area 212_s che rappresenta quello che viene chiamato **lavoro di recupero**. Questo lavoro di recupero, come quello di contro-recupero nel caso della compressione, è dovuto al fatto che, mentre espande, il volume specifico del fluido aumenta in maniera maggiore rispetto al caso ideale, e quindi fornisce più lavoro. Se si pensa infatti, in analogia a quanto fatto per il compressore, di suddividere l'espansione in tanti step successivi, ogni ulteriore espansione avviene con un fluido caratterizzato da un volume specifico maggiore rispetto al caso ideale, che quindi compirà un lavoro maggiore. Il recupero è quindi un effetto termodinamico che aumenta al crescere del rapporto di espansione, legato alla presenza di dissipazioni.

Si definisce il **rendimento della turbina** come il rapporto tra il lavoro reale e il lavoro ideale. A seconda che il lavoro di recupero venga o meno considerato, si distingue tra **rendimento adiabatico** e **rendimento politropico**:

$$h_{t,ad} = \frac{L_r}{L_s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \quad (3.34)$$

$$h_{t,y} = \frac{L_r}{L_s + L_R} = \frac{n-1}{n} \frac{g}{g-1} < h_{t,ad} \quad (3.35)$$

in cui l'esponente della politropica n è ora inferiore a γ . Ciò fa sì che il rendimento adiabatico sia sempre maggiore del rendimento politropico. In analogia al caso del compressore è possibile ricavare una relazione che lega i due rendimenti:

$$h_{t,ad} = \frac{1 - \frac{1}{b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}{1 - \frac{1}{b^{\frac{\gamma-1}{n}}}} \quad (3.36)$$

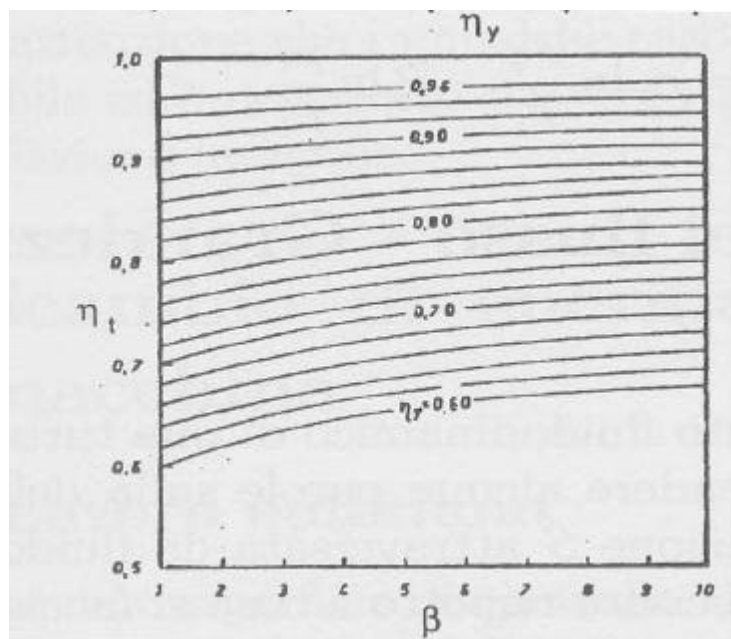


Figura 3.7: rendimento adiabatico e rendimento politropico di espansione.

il cui andamento è riportato in figura 3.7, dove sono tracciate le curve di η_{ad} in funzione di β , con η_y a parametro. Si osserva come il rendimento adiabatico ora aumenti al crescere del rapporto di espansione, grazie all'apporto positivo del fenomeno del recupero. Ancora per $\beta \rightarrow 1$, il rendimento adiabatico tende a quello politropico.

Anche in questo caso quindi il rendimento politropico tiene conto solo delle dissipazioni che avvengono all'interno della macchina, depurate degli effetti termodinamici (recupero), risultando indipendente dal rapporto di espansione.

3.3. Efflusso nei condotti – Lavoro Euleriano

L'approccio fin qui utilizzato è consistito nell'andare a valutare il lavoro scambiato dalla macchina, operatrice o motrice, operante con fluido comprimibile, senza preoccuparsi del modo in cui questo scambio di lavoro viene realizzato all'interno della macchina stessa. Il presente paragrafo fornisce una descrizione dei meccanismi attraverso i quali queste trasformazioni vengono effettivamente realizzate nelle macchine a fluido. Andando a vedere cosa succede dentro la macchina, l'ipotesi di trascurare le variazioni di velocità non è più generalmente applicabile, mentre restano valide le altre ipotesi. La forma dell'equazione dell'energia da utilizzare in questo caso è quindi:

$$L_e = (h_{t2} - h_{t1}) \quad \text{per macchina operatrice} \quad (3.37)$$

$$L_e = (h_{t1} - h_{t2}) \quad \text{per macchina motrice} \quad (3.38)$$

dove i pedici 1 e 2 indicano rispettivamente l'ingresso e l'uscita del rotore. Ogni macchina è infatti composta da una parte fissa (*statore o distributore*) ed una mobile (*rotore o girante*). Nelle macchine motrici, la parte fissa precede quella mobile, viceversa nelle macchine operatrici. L'insieme statore – rotore costituisce uno *stadio*.

Prendiamo ad esempio una turbina. Lo statore ha il compito di trasformare l'energia del flusso che riceve in ingresso da energia di pressione ad energia cinetica; quindi al suo interno il fluido subirà un'accelerazione e non scambia lavoro. La parte mobile ha invece il compito di trasformare l'energia cinetica e di pressione in energia meccanica che viene raccolta all'albero della macchina. In realtà la coppia all'albero è dovuta all'azione delle forze tangenziali, che sono a loro volta dovute alla variazione di quantità di moto in direzione tangenziale a cavallo del rotore. Viceversa succede in un compressore: qui il rotore trasforma l'energia meccanica disponibile all'asse della macchina in energia cinetica del flusso. Lo statore avrà poi il compito di trasformare l'energia cinetica ricevuta dal rotore in energia di pressione.

I meccanismi attraverso i quali avvengono questi scambi di energia, e cioè attraverso cui è possibile cambiare la quantità di moto, sono principalmente di due tipi:

- Accelerazione o decelerazione del flusso
- Deflessione del flusso

Per realizzare questi scambi, sia la parte fissa che quella mobile sono costruite in maniera tale da realizzare al proprio interno dei condotti le cui sezioni di passaggio varino in maniera tale da accelerare (o decelerare) e deflettere opportunamente il flusso. Gli elementi costitutivi sia rotore che statore sono le *pale*, le cui superfici delimitano i condotti che il fluido percorre nell'attraversamento della macchina.

Vediamo allora nel dettaglio come questi condotti devono essere conformati.

3.3.1. Condotti fissi

Come si è accennato in precedenza, nei condotti fissi non c'è scambio di lavoro tra fluido e macchina ($L_e = 0$).

Consideriamo un flusso permanente, isentropico, in cui tutte le variabili siano unicamente funzione della sola coordinata x , come mostrato in figura 3.8 (moto quasi 1D); ciò significa che, sezione per sezione, tutte le grandezze possono essere considerate uniformi sulla sezione. Differenziando l'equazione di conservazione della portata espressa dalla (1.3) si ricava:

$$\frac{dr}{r} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (3.39)$$

considerando V orientata perpendicolarmente alla sezione di passaggio. L'equazione di conservazione dell'energia (2.18), per flusso permanente, 1D, isentropico ($Q_e = L_w = 0$), in assenza di scambi di lavoro, non essendoci organi in movimento ($L_e = 0$), con variazioni di quota trascurabili ($dz = 0$), si riduce alla seguente relazione:

$$\int_1^2 v dp + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = 0 \quad (3.40)$$

che differenziata fornisce:

$$V dV = -\frac{dp}{r} \quad (3.41)$$

Combinando la legge di conservazione della portata con quella di conservazione dell'energia, e ricordando la definizione della velocità del suono per gas perfetti (2.25) e del numero di Mach (2.26), si ricava:

$$\frac{dA}{A} = \frac{dV}{V} (M^2 - 1) \quad (3.42)$$

Dall'equazione appena ricavata si vede che la relazione tra variazioni di sezione e variazioni di velocità dipende dal regime di flusso, subsonico o supersonico. In particolare:

- $M < 1$
 - Se si vuole ottenere una compressione ($p_2 > p_1$), la relazione (3.41) dice che si deve decelerare ($V_2 < V_1$); la relazione (3.42) dice quindi che la sezione di passaggio deve aumentare ($A_2 > A_1$), realizzando quindi un *diffusore*
 - Se si vuole ottenere un'espansione ($p_1 > p_2$), la relazione (3.41) dice che si deve accelerare ($V_1 < V_2$); la relazione (3.42) dice quindi che la sezione di passaggio deve diminuire ($A_2 < A_1$), realizzando quindi un *ugello convergente*.
- $M > 1$
 - Non varia il legame tra pressione e velocità mentre cambia quello tra velocità e sezioni. Allora, se si vuole espandere si deve ancora accelerare, ma per accelerare si deve ora realizzare un condotto divergente e viceversa.

Riferendosi all'equazione (3.39), si vede inoltre che un fluido può essere considerato incomprimibile (dp/p trascurabile) quando $M \leq 0.3 - 0.4$. In tal caso, la relazione (3.42) diventa:

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} \quad (3.43)$$

Man mano che il numero di Mach sale, le variazioni di densità conseguenti ad accelerazioni o decelerazioni del flusso diventano sempre più importanti, fino a richiedere variazioni di sezione dA/A sempre maggiori.

Si fa infine notare che, per passare da un regime all'altro, l'unica possibilità è utilizzare un condotto *convergente - divergente*, come mostrato in figura 3.8c.

Applichiamo la conservazione dell'energia espressa dalla (3.1) a uno dei condotti di figura 3.8, sapendo che il processo è adiabatico e senza scambio di lavoro:

$$\boxed{h_{t1} = h_{t2}} \quad (3.44)$$

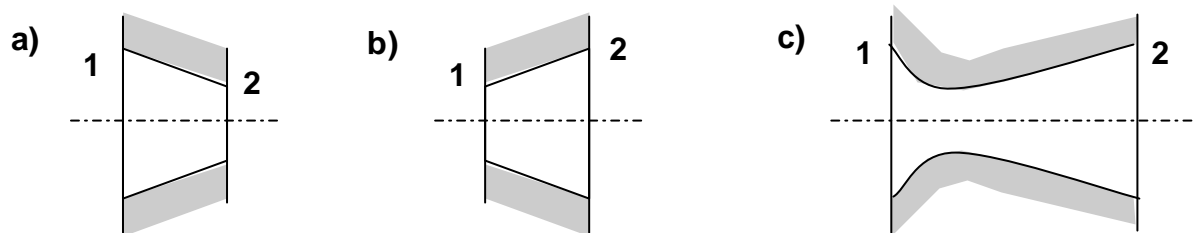


Figura 3.8: conformazione dei condotti.

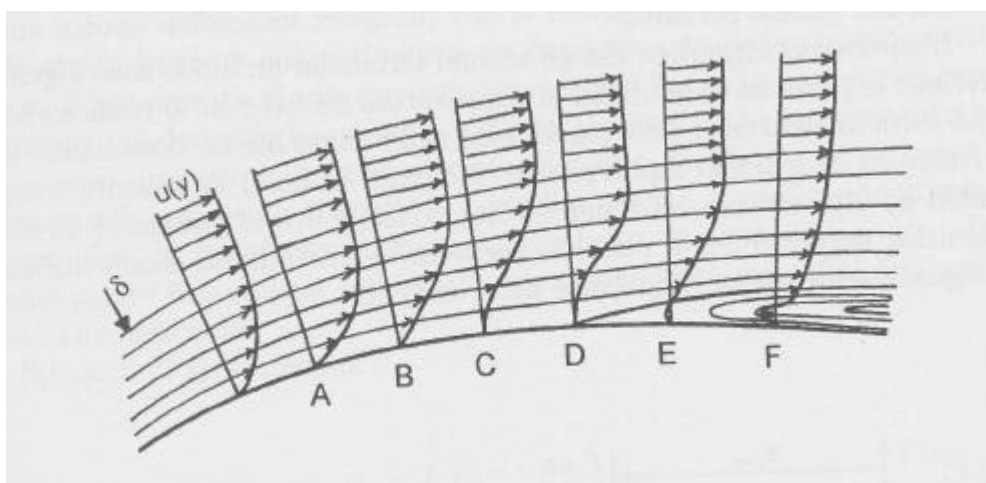


Figura 3.9: Andamento dello strato limite su superfici di condotti divergenti.

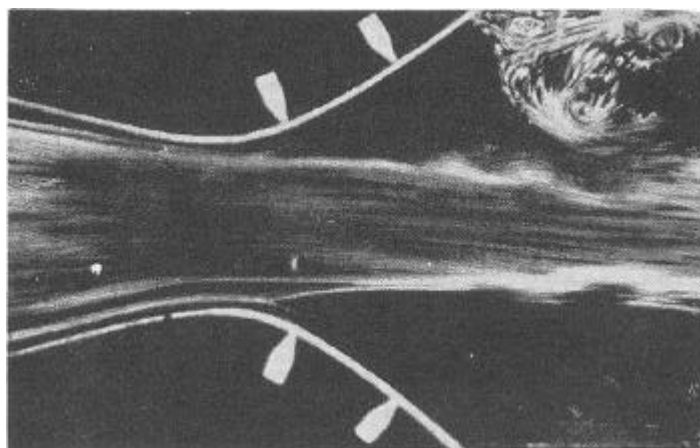


Figura 3.10: Separazione del flusso in un canale altamente divergente.

Ne deriva che, qualunque sia la trasformazione (reale o isentropica), ***l'entalpia totale si conserva tra ingresso e uscita di un condotto fisso.***

E' opportuno notare che i condotti divergenti in presenza di flusso subsonico non devono presentare angoli di apertura eccessivi, al fine di evitare possibili separazioni del flusso, che comporterebbero l'insorgere di notevoli perdite.

Come infatti mostra la figura 3.9, in presenza di decelerazione del flusso, se la curvatura della parete è eccessiva, lo strato limite può separarsi (al punto D in figura 3.9), creando una zona ad elevate perdite. Lo stesso fenomeno è ben evidenziato dalla figura 3.10. Il flusso che attraversa il condotto vedrà aree che crescono in misura inferiore a quanto imposto dalle pareti fisiche del condotto stesso, a causa della presenza della zona separata (figura 3.10). Il flusso quindi uscirà dal condotto dotato di una pressione inferiore rispetto a quella per cui il condotto era stato progettato. Questa fenomenologia si presenta tutte le volte che si vuole decelerare il flusso, e vedremo che è l'aspetto che più limita le prestazioni dei compressori.

3.3.2. Condotti mobili

Si è visto come una macchina a fluido sia composta da una parte rotante, detta rotore o girante, e da una parte fissa, detta statore.

I rotori delle macchine a fluido compiono un moto rotatorio intorno all'asse della macchina. Supponendo che funzioni a regime, si può ritenere che le parti mobili si muovano alla velocità U , detta *velocità periferica* o di trascinamento:

$$U = \omega r = \frac{\omega D n}{60} \quad (3.45)$$

essendo ω la velocità angolare (rad/sec), r il raggio, n il numero di giri (giri/min) e D il diametro.

L'insieme dei due, rotore e statore, forma quello che va sotto il nome di stadio. In figura 3.11 viene schematicamente rappresentato uno stadio di compressore centrifugo, con evidenziate le tracce delle pale del rotore e dello statore. Un osservatore fisso vede le superfici del rotore muoversi alla velocità U e il fluido che entra nella macchina dotato di una *velocità assoluta* V_1 . Un osservatore posto nel sistema di riferimento relativo solidale al rotore, vede le pareti della macchina (rotore) ferme e il fluido in ingresso al rotore dotato della velocità W_1 , detta *velocità relativa*. Le tre velocità sono tra loro legate dalla relazione vettoriale:

$$\boxed{\bar{V} = \bar{U} + \bar{W}} \quad (3.46)$$

che prende il nome di *triangolo delle velocità*, ed è rappresentato in figura 3.11 in basso.

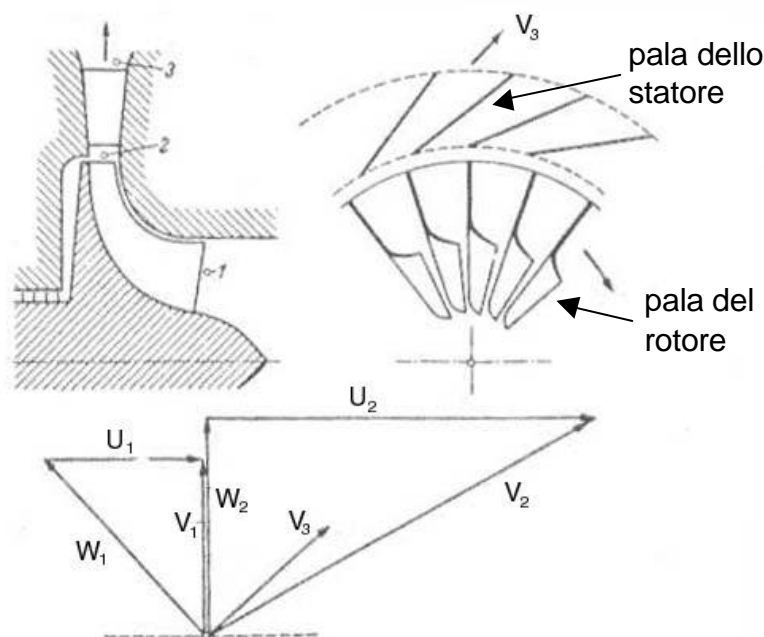


Figura 3.11: Stadio di Compressore centrifugo a pale radiali con diffusore palettato.

All'uscita del rotore, il fluido è dotato di una velocità relativa W_2 , diretta come la tangente al bordo d'uscita della pala. In particolare, nel caso di figura 3.11, essa è diretta secondo la direzione radiale. Per un osservatore fisso, che vede il rotore ruotare alla velocità periferica, il fluido lascia il rotore dotato di una velocità V_2 , che si ottiene componendo vettorialmente la velocità relativa con quella periferica U_2 , così come espresso dalla (3.46). Lo statore vede allora in ingresso un flusso dotato di una velocità V_2 che, all'uscita, si sarà ridotta al valore V_3 . Si fa notare come il triangolo di velocità all'uscita del rotore non giaccia nello stesso piano in cui è stato tracciato quello in ingresso al rotore stesso. Infatti, il flusso in ingresso al rotore si muove nel piano assiale – tangenziale, mentre all'uscita giace nel piano radiale – tangenziale.

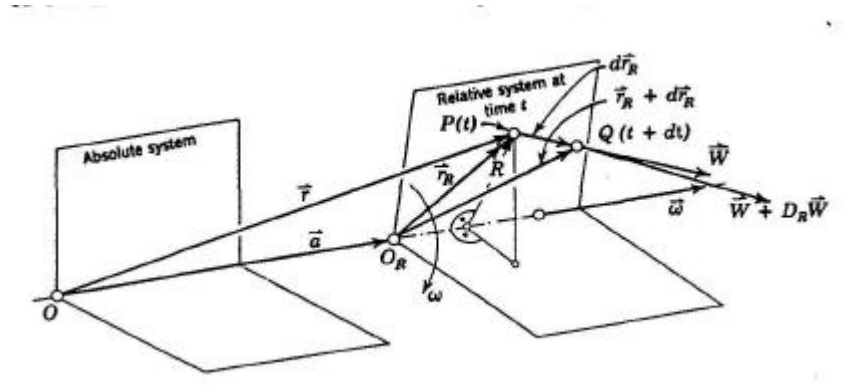


Figura 3.12: Sistemi di riferimento assoluto e relativo.

Per un osservatore posto nel sistema di riferimento relativo, il flusso è permanente, non c'è lavoro scambiato tra fluido e macchina, perché le pareti della macchina sono ferme, mentre compare un termine di energia potenziale associato al campo di forze centrifughe, che sono forze di volume che dipendono dalla non inerzialità del sistema di riferimento.

Quando si considera un riferimento in moto relativo rispetto all'osservatore inerziale (figura 3.12), l'accelerazione che compare nell'integrale di volume a primo membro dell'equazione di conservazione della quantità di moto (2.5) diventa:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d\bar{W}}{dt} + \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} + \frac{d\bar{w}}{dt} \times \bar{R} + \bar{w} \times (\bar{w} \times \bar{R}) + 2\bar{w} \times \bar{W} \quad (3.47)$$

dove $\frac{d\bar{W}}{dt}$ è l'accelerazione relativa, $\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$ è l'accelerazione del sistema di riferimento non

inerziale (accelerazione lineare), $\frac{d\bar{w}}{dt} \times \bar{R}$ è l'accelerazione tangenziale, $\bar{w} \times (\bar{w} \times \bar{R})$ è

l'accelerazione centripeta e $2\bar{w} \times \bar{W}$ è detta **accelerazione di Coriolis**. Inoltre, \bar{r} rappresenta la distanza dall'origine del sistema inerziale, \bar{w} la velocità angolare rispetto al sistema inerziale, mentre \bar{R} è il vettore posizione rispetto all'origine del sistema non inerziale. Si fa notare che $\bar{w} \times \bar{R}$ non è altro che la velocità di trascinamento U . Nell'ipotesi che il sistema di riferimento o è fermo o ruota con velocità angolare \bar{w} costante nel tempo, la (3.47) diventa:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d\bar{W}}{dt} + \bar{w} \times (\bar{w} \times \bar{R}) + 2\bar{w} \times \bar{W} \quad (3.48)$$

dove gli ultimi due termini rappresentano rispettivamente la forza centrifuga e la forza di Coriolis. Tali forze sono viste dall'osservatore non inerziale. Sono due forze di volume che prima non c'erano. Ora la $\bar{F} = m\bar{a}$, scritta per un osservatore non inerziale, le comprende.

Passando dalle forze alle energie, il termine $2\overline{\mathbf{w}} \times \overline{\mathbf{W}}$ non conta per l'osservatore non inerziale, essendo diretto ortogonalmente a $\overline{\mathbf{W}}$, e quindi non compie lavoro. La forza centrifuga invece scambia lavoro, e ad essa può essere associato un potenziale centrifugo $E_p = \int_0^R -\mathbf{w}^2 R dR = -\frac{U^2}{2}$.

Nell'equazione di conservazione dell'energia nel sistema relativo per flusso monodimensionale compare quindi un nuovo termine legato al campo centrifugo:

$$L_e + Q_e = (h_2 - h_1) + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} - \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \quad (3.49)$$

Ricordando che, nel sistema relativo, le pareti sono ferme e quindi non c'è scambio di lavoro, e che comunque il flusso è adiabatico, l'equazione di conservazione dell'energia nel sistema relativo assume la forma seguente:

$$h_1 + \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = h_2 + \frac{W_2^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \quad (3.50)$$

dove ora i pedici 1 e 2 si riferiscono alle sezioni di ingresso e uscita dal rotore. Si definisce **entalpia totale relativa** o **rotalpia** il trinomio:

$$h_{tr} = h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} \quad (3.51)$$

Nel rotore quindi si conserva l'entalpia totale relativa:

$$\boxed{h_{tr,1} = h_{tr,2}} \quad (3.52)$$

Sostituendo la relazione (3.50) nell'equazione di conservazione dell'energia per il sistema di riferimento fisso (3.37), tenuto conto della (3.44) che postula la conservazione dell'entalpia totale nello statore, per una **macchina operatrice** si ricava:

$$\boxed{L_e = h_{t3} - h_{t1} = h_{t2} - h_{t1} = (h_2 - h_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2}} \quad (3.53)$$

avendo indicato con il pedice 3 la sezione di uscita dallo statore, e quindi dallo stadio e dalla macchina.

Analogamente, per una **macchina motrice** si ottiene:

$$\boxed{L_e = h_{t0} - h_{t2} = h_{t1} - h_{t2} = (h_1 - h_2) + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}} \quad (3.54)$$

dove con 0 si è questa volta indicata la sezione di ingresso allo statore, e quindi alla macchina.

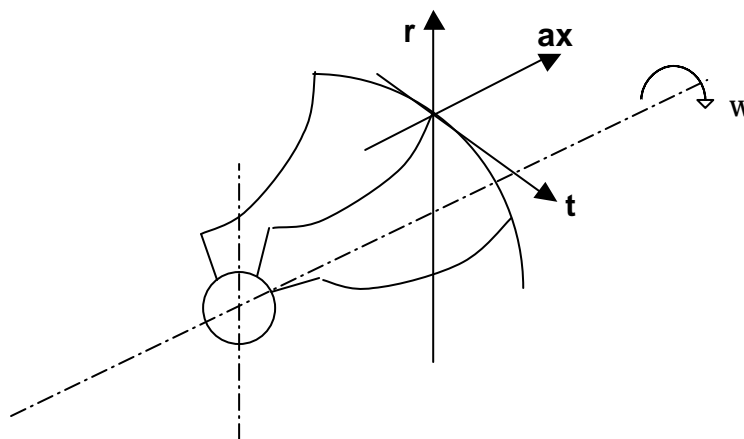


Figura 3.13

Le relazioni appena ricavate sono del tutto generiche, nel senso che valgono qualunque sia la direzione del flusso all'interno della macchina, assiale, misto o radiale. L'ultimo termine, legato all'azione della forza centrifuga, è diverso da zero tutte le volte che i diametri in ingresso ed uscita dalla macchina, o dallo stadio, sono diversi tra loro ($D_1 \neq D_2$). Se si considera una macchina operatrice a flusso misto o radiale, perché il campo di forze centrifugo contribuisca alla compressione, è opportuno che $U_2 > U_1$, e quindi che $D_2 > D_1$ e cioè che la macchina sia *centrifuga*. Viceversa per una macchina motrice, che in tal caso si dice *centripeta*. Quando $D_1 = D_2$ e quindi anche $U_1 = U_2$, l'ultimo termine si annulla e si dice che la macchina (motrice o operatrice) è a flusso assiale. Si fa notare come, nelle macchine centrifughe, l'ultimo termine nelle equazioni (3.53) e (3.54) diventi preponderante rispetto agli altri due.

Il sistema di riferimento normalmente utilizzato nelle macchine è un sistema di riferimento cartesiano (figura 3.13) in cui i tre assi hanno le seguenti direzioni: direzione assiale, coincidente con l'asse di rotazione della macchina, radiale e tangenziale, orientato nella direzione della velocità periferica. Si individuano quindi le seguenti componenti della velocità:

- Assiale: $V_{ax} = W_{ax}$
- Radiale: $V_r = W_r$
- Tangenziale: $V_t = W_t + U$

Queste relazioni si ottengono proiettando la relazione vettoriale (3.46) nelle tre direzioni assiale, radiale e tangenziale, ricordando che la velocità periferica \bar{U} ha componente non nulla solo ed esclusivamente in direzione tangenziale. Sostituendo queste relazioni nelle equazioni (3.53) e (3.54) si ricava, ad esempio nel caso di macchina operatrice:

$$\begin{aligned}
 L_e &= \frac{V_{2t}^2 - V_{1t}^2}{2} + \frac{W_{1t}^2 - W_{2t}^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = \\
 &= \frac{(V_{2t} + V_{1t})(V_{2t} - V_{1t})}{2} - \frac{(W_{2t} + W_{1t})(W_{2t} - W_{1t})}{2} + \frac{(U_2 + U_1)(U_2 - U_1)}{2} = \\
 &= \frac{(U_2 + U_1)(V_{2t} - V_{1t})}{2} + \frac{(V_{2t} + V_{1t})(U_2 - U_1)}{2}
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

essendo $V_{2t} - V_{1t} = (W_{2t} - W_{1t}) + (U_2 - U_1)$. Con semplici passaggi si ricava infine:

$$\boxed{L_{eu} = U_2 V_{2t} - U_1 V_{1t}} \quad \text{macchina operatrice} \tag{3.57}$$

Analogamente, nel caso della turbina si ottiene:

$$\boxed{L_{eu} = U_1 V_{1t} - U_2 V_{2t}} \quad \text{macchina motrice} \tag{3.58}$$

In questa espressione, che va sotto il nome di *Lavoro di Eulero*, le componenti tangenziali della velocità hanno segno positivo se sono dirette come la velocità periferica U . Si ricorda infine che il Lavoro di Eulero è il *lavoro reale scambiato dal fluido con la macchina*.

3.4. Forze scambiate tra fluido e macchina e Lavoro Euleriano

Il Lavoro di Eulero può essere calcolato anche a partire dall'equazione di conservazione della quantità di moto (2.7).

Si vuole calcolare il lavoro scambiato tra fluido e macchina, risultante dall'azione meccanica esercitata dal fluido sulle pareti mobili della macchina. Consideriamo il caso di una macchina motrice, e che valgano le ipotesi seguenti:

- Moto permanente
- Superfici assialsimmetriche
- Azione del peso trascurabile ($\bar{G} \approx \bar{0}$)

Consideriamo il volume di controllo rappresentato in figura 3.14, che rappresenta un condotto che ruota intorno a un asse di rotazione ad una velocità angolare costante ω . La superficie che delimita il volume di controllo è una superficie orientata, per cui essa è individuata dal versore tangente alla superficie \bar{t} e dal versore normale alla superficie \bar{n} , positivo se uscente dal sistema. Tale superficie può essere scomposta tra superfici mobili A (la superficie palare), e superfici di interfaccia, le sezioni di ingresso ed uscita A_1 e A_2 in figura 3.14. Esso invece non contiene superfici fisse.

In accordo con l'equazione (2.6), le forze agenti sul volume di controllo, con le ipotesi fatte, consistono nelle azioni del campo di pressione e degli sforzi di taglio sulle sole superfici mobili A_m della macchina:

$$\sum \bar{F} = - \int_{A_m} \bar{n} p dA + \int_{A_m} \bar{t} dA \quad (3.59)$$

dove il vettore degli sforzi viscosi \bar{t} è diretto parallelamente alla superficie:

$$\bar{t} = \bar{t} \bar{t} \quad (3.60)$$

Per calcolare la potenza ceduta dal fluido alla macchina, è necessario valutare il momento esercitato dal fluido rispetto all'asse di rotazione. La coppia all'albero \bar{C}_a risulta dall'azione delle componenti delle forze dirette lungo la direzione tangenziale. Essa viene calcolata moltiplicando vettorialmente ogni termine dell'equazione della conservazione della quantità di moto (3.55) per il vettore \bar{r} , che rappresenta la distanza del punto considerato dall'asse di rotazione della macchina:

$$\bar{C}_a = \int_{A_m} \bar{n} \times \bar{r} p dA + \int_{A_m} \bar{t} \times \bar{r} dA \quad (3.61)$$

Il calcolo di forze e momenti tramite l'applicazione diretta delle equazioni (3.59) e (3.61) è alquanto difficoltoso, in quanto presuppone la conoscenza dell'andamento di tutte le grandezze fluidodinamiche e termodinamiche lungo tutte le superfici mobili della macchina. E' però possibile calcolarli in maniera indiretta, come funzione delle grandezze termo-fluidodinamiche nelle sole sezioni di ingresso e uscita, partendo dall'equazione di conservazione della quantità di moto.

Consideriamo ancora il volume rappresentato in figura 3.14, e applichiamo il principio di conservazione della quantità di moto con le ipotesi precedenti. La relazione (2.7) fornisce:

$$\int_A \bar{r} \bar{V} (\bar{V} \cdot \bar{n}) dA = - \int_A \bar{n} p dA + \int_A \bar{t} dA \quad (3.62)$$

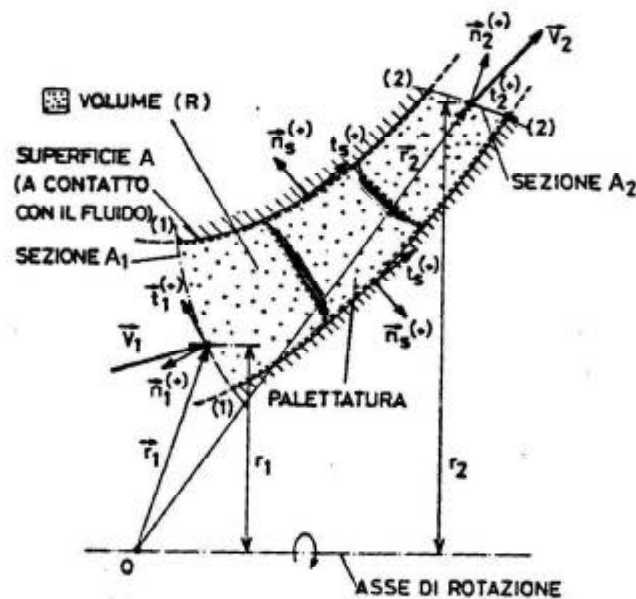


Figura 3.14: Sezione assiale di un volume di controllo assialsimmetrico.

Suddividendo gli integrali tra superfici fisse A_f , mobili A_m e superfici di interfaccia A_1 e A_2 , tenendo conto della (3.59) e dell'ipotesi di superfici assialsimmetriche, si ricava la forza che scambiano le superfici mobili della macchina con il fluido:

$$\sum \bar{F} = \int_{A_1} \bar{V}_1 dm_{A_1} - \int_{A_2} \bar{V}_2 dm_{A_2} + \int_{A_1} -\rho_1 \bar{n}_1 dA_1 + \int_{A_2} -\rho_2 \bar{n}_2 dA_2 + \int_{A_1} -\bar{t}_1 \bar{t}_1 dA_1 + \int_{A_2} -\bar{t}_2 \bar{t}_2 dA_2 \quad (3.63)$$

essendo $dm_A = r \bar{V} \cdot \bar{n} dA$ la portata infinitesima che attraversa la sezione elementare dA . Si nota come la (3.63) permetta ora il calcolo della risultante delle forze scambiate tra fluido e organi mobili della macchina conoscendo lo stato termo-fluidodinamico del fluido nelle sole sezioni di ingresso e uscita. Se tali sezioni sono sufficientemente lontane dalle pale, la distribuzione di velocità su tali sezioni può essere considerata sufficientemente uniforme da poter trascurare l'azione degli sforzi viscosi. In questo caso la relazione precedente diventa:

$$\sum \bar{F} = \int_{A_1} \bar{V}_1 dm_{A_1} - \int_{A_2} \bar{V}_2 dm_{A_2} + \int_{A_1} -\rho_1 \bar{n}_1 dA_1 + \int_{A_2} -\rho_2 \bar{n}_2 dA_2 \quad (3.64)$$

Se infine si considera il flusso nelle sezioni di ingresso e uscita mono - dimensionale, l'equazione integrale (3.64) che fornisce la risultante delle forze scambiate tra fluido e macchina si riduce a una semplice equazione vettoriale:

$$\sum \bar{F} = \dot{m}(\bar{V}_1 - \bar{V}_2) - \rho_1 \bar{n}_1 A_1 - \rho_2 \bar{n}_2 A_2 \quad (3.65)$$

dove il primo termine dopo l'uguale rappresenta la variazione di quantità di moto del fluido tra ingresso ed uscita della palettatura, e gli altri termini sono le forze dovute al campo di pressione agente sulle superfici di ingresso ed uscita.

Le relazioni (3.64) e (3.65) vengono comunemente usate per il calcolo della spinta esercitata dal fluido sulle pale, necessaria in fase di progetto e verifica meccanica e strutturale.

Si ricorda che la (3.64) è stata ricavata imponendo la conservazione della quantità di moto a un sistema fluido che soddisfi le seguenti ipotesi:

- Moto permanente
- Superfici assialsimmetriche
- Effetti dell'azione del peso trascurabili
- Azioni viscosi sulle superfici di ingresso A_1 e uscita A_2 trascurabili.

La relazione (3.65) è invece valida se, alle precedenti, viene aggiunta l'ipotesi di flusso mono-dimensionale (1D).

In maniera del tutto analoga si calcola la coppia esercitata rispetto all'asse della macchina \bar{C}_a . Applicando il rotore all'equazione di conservazione della quantità di moto, e utilizzando le ipotesi precedenti si ricava:

$$\bar{C}_a = \int_{A_1} \bar{V}_1 dm_{A_1} \times \bar{r} - \int_{A_2} \bar{V}_2 dm_{A_2} \times \bar{r} \quad (3.66)$$

essendo la coppia esercitata dalla pressione sulle superfici A_1 e A_2 nulla, per l'ipotesi di assialsimmetria. Se si aggiunge l'ipotesi di monodimensionalità, la relazione precedente diventa:

$$C_a = \dot{m}(r_{1m} V_{1t} - r_{2m} V_{2t}) \quad (3.67)$$

dove r_m è il raggio medio della sezione.

In condizioni di regime, le superfici bagnate ruotano alla velocità costante ω . La potenza scambiata dal fluido con la macchina, con le ipotesi fatte vale:

$$P = C_a \omega = \dot{m}(U_1 V_{1t} - U_2 V_{2t}) \quad (3.68)$$

ed infine, il lavoro specifico all'unità di massa scambiato tra fluido e palettatura diventa:

$$L = \frac{P}{\dot{m}} = U_1 V_{1t} - U_2 V_{2t} \quad (3.69)$$

del tutto identica all'espressione del Lavoro di Eulero fornita dalla (3.55). Si ricorda che essa permette di calcolare il *lavoro reale* scambiato tra fluido e palettatura. In maniera del tutto analoga si procede nel caso di macchina operatrice.

Le relazioni viste sono state ottenute imponendo alcune ipotesi semplificatrici, tra cui la più restrittiva è stata quella di considerare il flusso mono - dimensionale. A valle di una schiera infatti il flusso è ben lungi dall'essere uniforme, a causa della presenza delle scie delle pale, come mostra il grafico di figura 3.15 dove viene schematicamente riportato l'andamento della velocità a diverse distanze dalla sezione di uscita della schiera. Come mostrato in figura, il flusso tende ad uniformarsi procedendo verso valle. All'interno della macchina l'assunzione di flusso uniforme non è allora a rigori verificata, a causa del limitato spazio esistente tra rotore e statore, e tra stadi successivi, nel caso di macchine multi - stadio. Tuttavia, l'errore che si commette è piccolo, risultando quindi in un approccio generalmente applicabile, che dà utili informazioni sugli scambi di lavoro che avvengono all'interno della macchina, fornendo nel contempo uno strumento di semplice e immediato utilizzo.

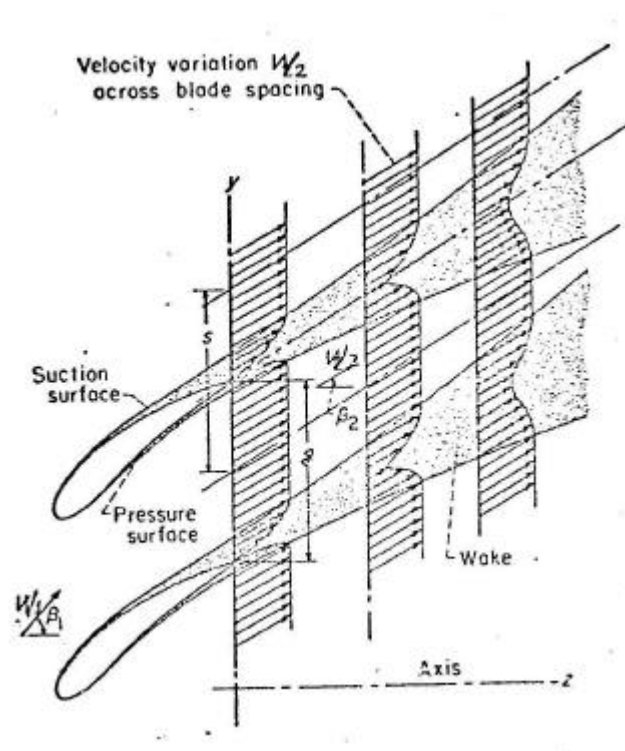


Figura 3.15. Rappresentazione schematica dello sviluppo dello strato limite sulle superfici palari e delle scie in una schiera piana.

3.5. Analisi mono - dimensionale di uno stadio

Nei paragrafi precedenti si è introdotto il concetto di stadio, composto da un organo fisso, detto statore o distributore, e da uno mobile, detto rotore o girante. Nelle macchine idrauliche, spesso la singola macchina, pompa o turbina, è composta da un unico stadio. Viceversa, nelle turbine a vapore e a gas, così come nei compressori, spesso si hanno più stadi in serie che vanno a costituire l'architettura della macchina. Entrambi i componenti sono costituiti da una serie di pale affiancate a formare i condotti palari, detta schiera o palettatura. Un esempio di palettature rotoriche di un compressore assiale è riportato in figura 1.10.

La geometria delle macchine a fluido è altamente tridimensionale, così come il flusso che in esse evolve. E' tuttavia spesso applicabile, in prima approssimazione, un approccio mono - dimensionale, in maniera del tutto analoga a quanto è stato fatto per determinare il Lavoro Euleriano. Consideriamo quindi che siano valide le assunzioni fatte in precedenza e qui di seguito riportate:

- Moto permanente
- Superfici assialsimmetriche
- Effetti dell'azione del peso trascurabili
- Azioni viscosse sulle superfici di ingresso e uscita trascurabili.

Vediamo meglio come nella realtà può essere schematizzata la geometria di una generica palettatura, per poter ritenere applicabile l'ipotesi di moto monodimensionale.

Con riferimento alla figura 3.16, supponiamo di effettuare una sezione della macchina lungo la superficie S_1 . Questa superficie si estende in direzione tangenziale su tutti i 360° : AB, CD e EF sono le tracce della sua intersezione con le pale. Ciò che si ottiene, nel caso di macchina a flusso misto, è la superficie di rivoluzione di figura 3.17, che consideriamo assialsimmetrica. Nel caso particolare di macchina assiale, S_1 è una superficie cilindrica, così come riportato in figura 3.18. Comunque sia, ogni punto appartenente alla superficie S_1 dista dall'asse di rotazione di r_m , definito come:

$$r_m = \frac{r_a + r_b}{2} \quad (3.70)$$

detto raggio medio, dove r_a è il corrispondente raggio all'apice della pala (il punto L in figura 3.16) e r_b quello alla base (il punto K in figura 3.16). Si fa notare come il raggio medio, nell'approccio 1D sia quello che divide in due la portata, e quindi la sezione di passaggio. E' poi possibile definire, nel caso di macchina a flusso misto (figura 3.17), una coordinata curvilinea il cui versore sia tangente in ogni punto alla superficie S_1 . Questa coordinata individua la **direzione meridiana**. Nel caso di una macchina assiale, la coordinata meridiana coincide con la direzione assiale.

Nel caso di macchina assiale (figura 3.18), è poi possibile tagliare questa superficie cilindrica, "srotolarla" e adagiarla su un piano. Il risultato di tale operazione è detto **piano intrapalare** o "blade to blade", ed è riportato anch'esso in figura 3.18. Sono chiaramente individuabili i canali che il fluido deve percorrere, delimitati dalle superfici delle pale. Per semplicità, solo poche palette sono riportate nel disegno. Per rispettare la condizione di periodicità del flusso, sarebbe necessario disegnarne un numero ∞ . Lo stesso procedimento può essere effettuato sia per il rotore, sia per lo statore, indipendentemente dal tipo di macchina, motrice o operatrice.

E' infine possibile individuare un'altra superficie, semplicemente andando a tagliare la macchina secondo un piano (r,z) , essendo r il raggio e z la direzione assiale. Il piano così individuato è detto **piano meridiano**. Un esempio è la superficie di figura 3.19, che fa riferimento ad una turbina assiale multi-stadio.

L'approccio monodimensionale può allora essere applicato alle macchine assiali, nell'ipotesi che qualunque grandezza termo - fluidodinamica vari unicamente lungo la coordinata assiale, e alle macchine a flusso misto, supponendo che esse varino solo lungo la coordinata curvilinea meridiana.

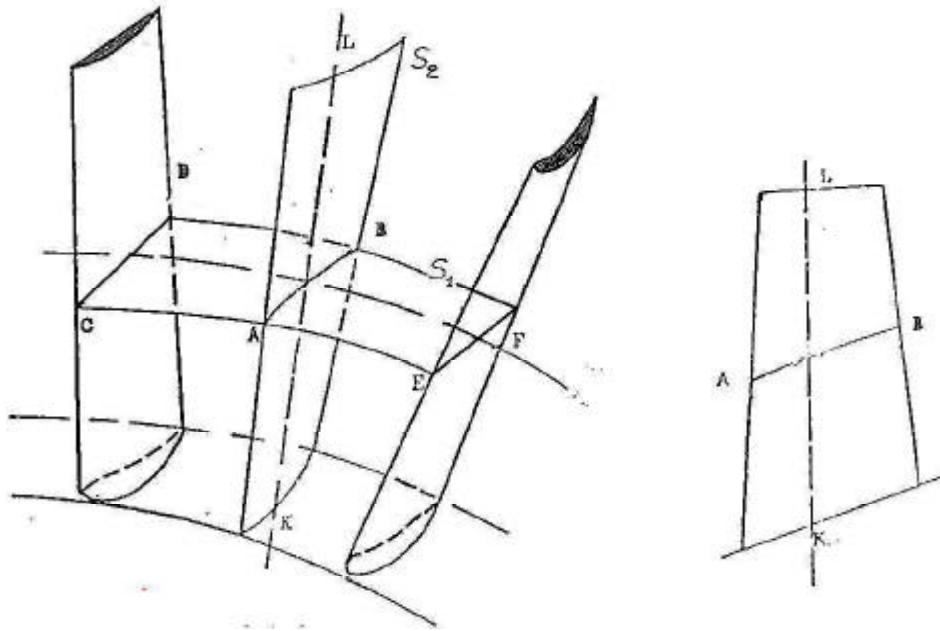


Figura 3.16.

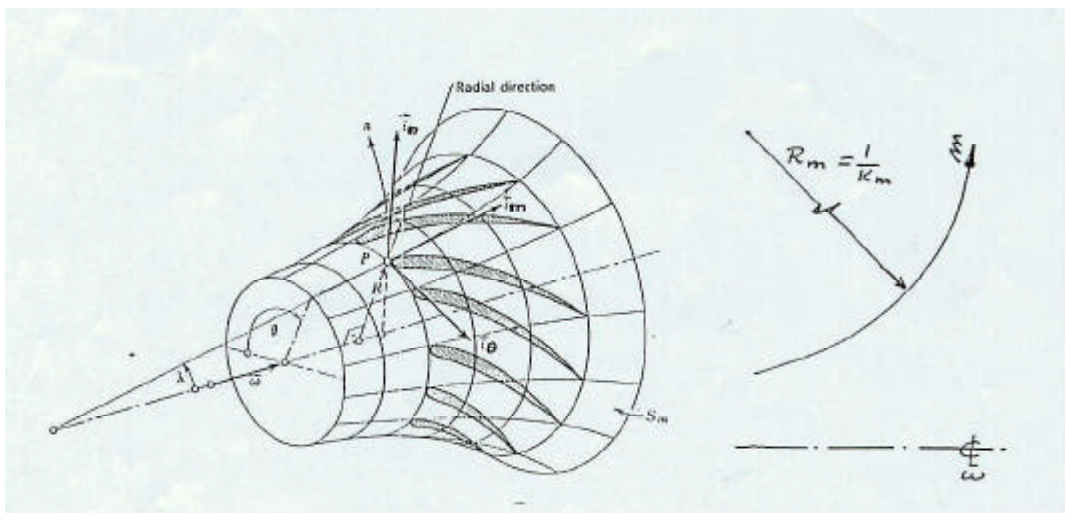


Figura 3.17. Superficie di flusso assialsimmetrica.

Applichiamo ora l'equazione di conservazione della portata alla generica palettatura, supponendo valide le ipotesi richiamate in precedenza:

$$r_1 V_{1m} A_1 = r_2 V_{2m} A_2 \quad (3.71)$$

avendo indicato con il pedice m la componente di velocità normale alla sezione di passaggio, detta **componente meridiana della velocità**. Per una macchina assiale, come quella rappresentata in figura 3.19, il senso di attraversamento della macchina coincide con la direzione assiale, per cui la componente di velocità responsabile del trasporto di massa è la componente assiale. In una macchina radiale invece, la componente della velocità responsabile del trasporto di massa attraverso la macchina coincide con la componente radiale della velocità.

Si fa notare come, grazie alle ipotesi fatte, il piano intrapalare sia interessato unicamente dagli scambi di energia. Infatti, nell'equazione di Eulero compare solo la componente tangenziale della velocità, oltre alla velocità periferica, mentre nell'equazione di conservazione della portata compare unicamente la componente meridiana.

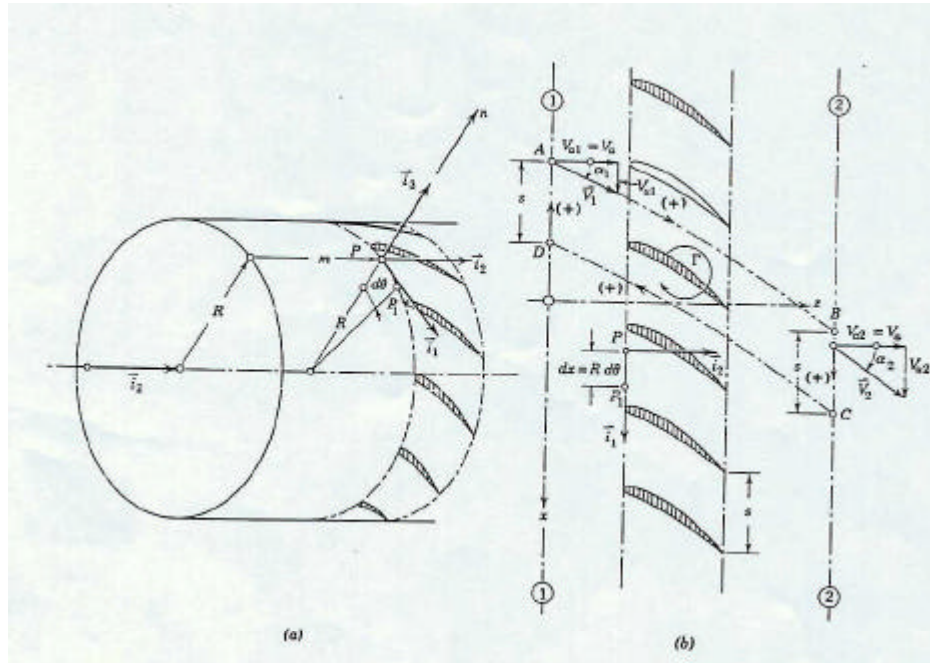


Figura 3.18. Trasformazione di una superficie di flusso assialsimmetrica in una schiera

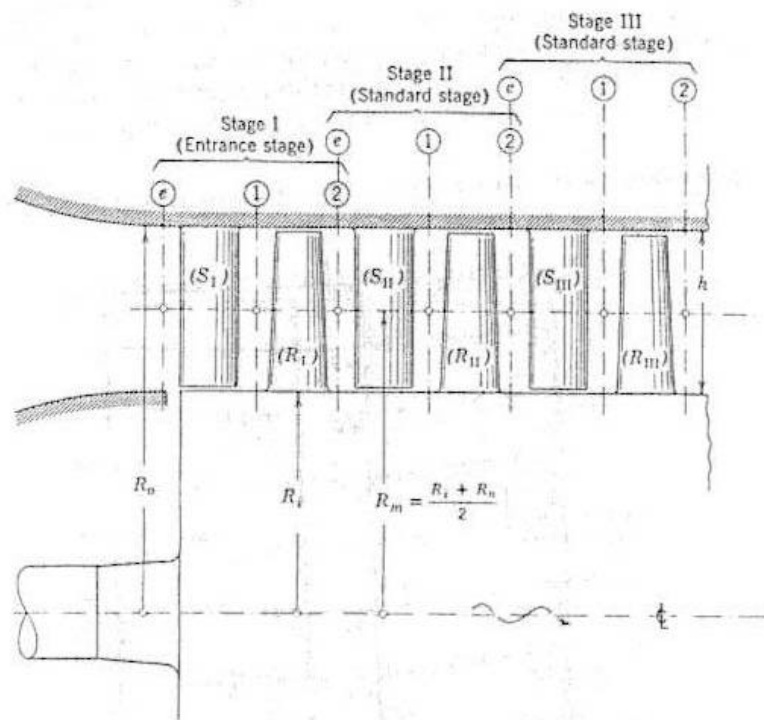


Figura 3.19. Turbina assiale multi stadio: piano meridiano.

Vediamo ora di entrare più nel dettaglio nel merito di come devono essere realizzate le palette che definiscono i condotti palari che il fluido attraversa. La geometria della singola pala viene definita dando l'andamento della linea media, in inglese **camber line**, e la legge di variazione dello spessore del profilo lungo tale linea media, così come riportato in figura 3.20. Si fa notare come la camber line sia definita come la linea che unisce i centri dei cerchi inscritti nel profilo, e ad esso tangenti.

in tali sezioni. La trattazione che segue assume infine, oltre alle ipotesi precedenti, che il flusso segua perfettamente la superficie della pala, senza che si verifichino distacchi dello strato limite o comunque deviazioni del flusso. Ciò implica che gli angoli di incidenza e di deviazione saranno considerati nulli.

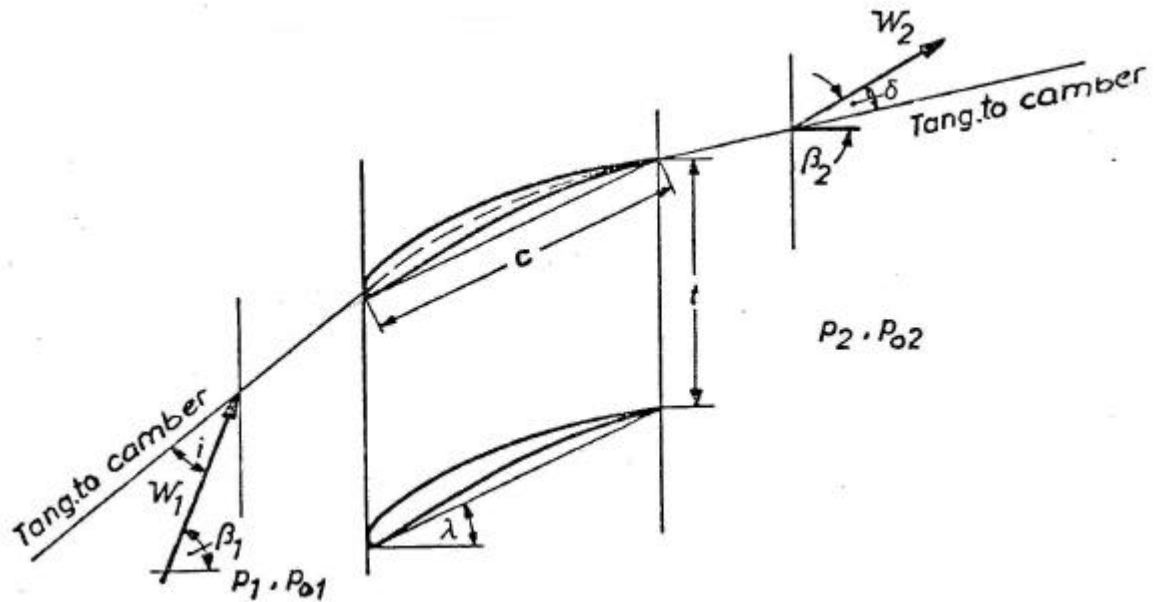


Figura 3.21. Geometria di una schiera rappresentativa di un rotore di un compressore assiale.

3.5.1. Stadio di Compressore

La figura 3.22 riporta in maniera schematica i piani meridiano e intrapalare di uno stadio di **compressore assiale**, in cui è possibile individuare la traccia del rotore che precede lo statore. Si indichi con 1 la sezione in ingresso al rotore, con 2 la sezione di uscita dal rotore e di ingresso nello statore e con 3 la sezione di uscita dallo statore. La figura 3.11 riporta invece il caso analogo per un **compressore centrifugo**.

Nella sezione di ingresso al **rotore**, se questo è il primo rotore all'ingresso della macchina, la velocità assoluta V_1 è diretta lungo la direzione assiale, qualunque sia la macchina, assiale o radiale. Se invece è uno stadio intermedio, la sua direzione sarà imposta dagli stadi precedenti. Un osservatore solidale con il rotore, e quindi appartenente al sistema di riferimento relativo, vedrà in ingresso un flusso dotato di una velocità W_1 . Con la convenzione utilizzata in figura 3.22, gli angoli del flusso sono calcolati rispetto alla direzione assiale: l'angolo β_1 (negativo) tra il vettore velocità relativa e la direzione assiale e l'angolo α_1 (positivo) tra il vettore velocità assoluta e ancora la direzione assiale.

All'uscita del rotore, il fluido è dotato di una velocità relativa W_2 che, per le ipotesi fatte, è diretta come la tangente al bordo d'uscita della pala. In particolare, nel caso di figura 3.11, essa è diretta secondo la direzione radiale. Per calcolare la velocità di tale fluido nel sistema assoluto V_2 , basta comporre la velocità relativa con quella periferica U_2 . E' poi possibile definire un angolo del flusso relativo β_2 e un angolo del flusso assoluto α_2 , così come è stato fatto nella sezione di ingresso.

All'uscita dello **statore** (diffusore nel caso di compressore centrifugo) il fluido segue perfettamente la pala. Esso sarà dotato di una velocità assoluta V_3 . Tale velocità sarà la velocità di scarico dalla macchina, se si tratta di una macchina monostadio o se lo stadio in oggetto è l'ultimo; sarà invece la velocità in ingresso allo stadio successivo nel caso di stadio intermedio (per compressori assiali). In questo caso, la pala del rotore appartenente allo stadio successivo dovrà essere conformata in

maniera tale da avere il naso (bordo d'attacco) orientato secondo la direzione della velocità relativa W_3 , ottenuta componendo la velocità assoluta con quella di trascinamento. I triangoli di velocità nelle diverse sezioni della macchina sono riportati in figura 3.11 e 3.22.

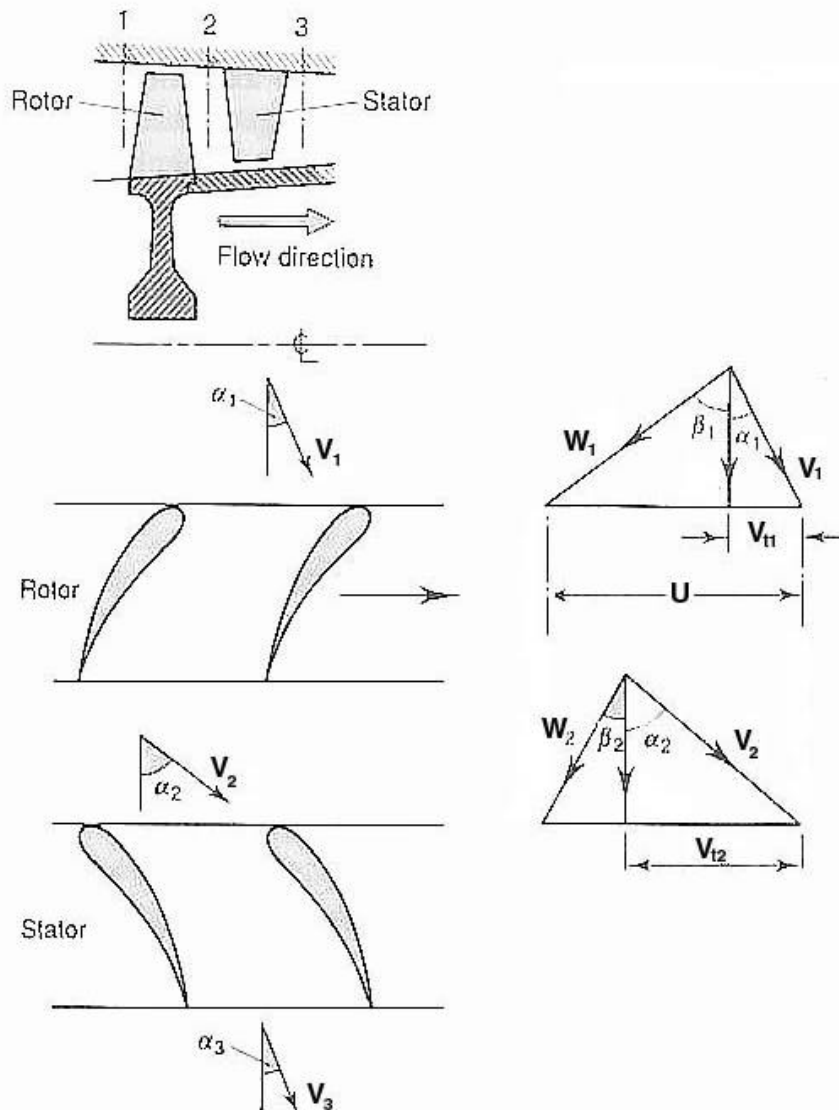


Figura 3.22: Stadio di Compressore assiale

Applichiamo ora l'equazione di conservazione della massa, così come espressa dalla (3.71), tra ingresso ed uscita dello stadio, nel caso di macchina assiale:

$$r_1 V_{1ax} A_1 = r_3 V_{3ax} A_3 \quad (3.72)$$

Assumendo che la componente assiale della velocità, responsabile del trasporto di massa, si mantenga costante, perché la portata si conservi è allora necessario che le sezioni di passaggio diminuiscano, così come evidenziato in figura 3.22.

Nel caso di macchina centrifuga, la conservazione della portata fornisce:

$$r_1 V_{1ax} A_1 = r_3 V_{3r} A_3 \quad (3.73)$$

da cui, a priori, non è possibile definire un legame univoco tra variazione di densità e variazioni di sezione lungo la compressione.

Guardando ora il piano intrapalare (blade to blade), anch'esso riportato in figura 3.11 e 3.22, si nota come il fluido incontri sezioni via via crescenti, sia nel rotore sia nello statore. Il rotore precede lo

statore, avendo il compito di trasformare l'energia meccanica resa disponibile all'albero della macchina in energia cinetica del flusso ($V_1 < V_2$ nel sistema assoluto) ed in energia di pressione. Esso quindi provvederà a decelerare il flusso ($W_2 < W_1$ nel sistema relativo). Consideriamo il caso di macchina assiale. Assunto che si conservi la componente assiale della velocità ($W_{2ax} = W_{1ax}$), ciò implica che l'angolo di uscita deve essere minore dell'angolo di ingresso (calcolati rispetto alla direzione assiale):

$$\frac{\cos b_1}{\cos b_2} = \frac{W_2}{W_1} < 1 \rightarrow b_2 < b_1 \quad (3.74)$$

Lo statore quindi riceverà in ingresso un flusso ad alta velocità (nel sistema assoluto $V_2 > V_1$), e ne trasformerà la restante quota parte di energia cinetica in pressione. Il flusso lascerà quindi lo statore con una velocità assoluta inferiore ($V_3 < V_2$), e deviata rispetto alla direzione assiale:

$$\frac{\cos a_2}{\cos a_3} = \frac{V_3}{V_2} < 1 \rightarrow a_3 < a_2 \quad (3.75)$$

Nel caso di macchina centrifuga, i triangoli di velocità in ingresso e uscita dal rotore giacciono su piani diversi: assiale – tangenziale in ingresso e radiale – tangenziale in uscita. A priori non è quindi possibile definire relazioni univoche sugli angoli, ma comunque la conformazione dei condotti deve essere tale per cui, nel piano intrapalare, dove avvengono gli scambi di energia, il flusso venga decelerato. Dovrà quindi comunque essere $W_2 < W_1$ nel rotore e $V_3 < V_2$ nel diffusore. Perché si realizzino tali trasformazioni, supposto il regime di flusso subsonico, i condotti delimitati dalle superfici palari devono allora essere divergenti, così come indicato in figura 3.23 per il compressore assiale, da cui si vede come la sezione di passaggio aumenti, passando da A_1 in ingresso a A_2 in uscita. Questo è vero sia per lo statore, sia per il rotore. Alla stessa conclusione si giunge anche considerando una macchina centrifuga. Basti pensare alla forma dell'equazione dell'energia data dalla (3.51), per cui, se si vuole compiere lavoro, deve essere $V_2 > V_1$ e $W_2 < W_1$, oltre a $U_2 > U_1$.

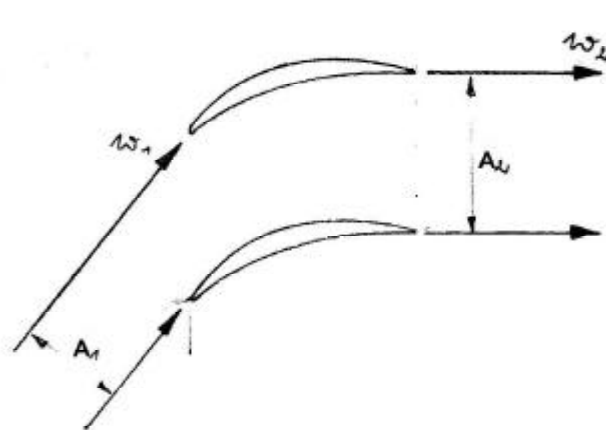


Figura 3.23: Schiera di un Compressore.

E' poi possibile tracciare nel piano (h,s) le trasformazioni realizzate nello stadio. Ricordiamo che, per una macchina operatrice, il lavoro reale scambiato tra flusso e rotore è pari alla variazione di entalpia totale a cavallo dello stadio, essendo la trasformazione adiabatca. Si ricorda inoltre che lo statore non scambia lavoro con il fluido, non essendoci organi in movimento, per cui si conserva l'entalpia totale ($h_t = \text{costante}$), mentre nel rotore si conserva l'entalpia totale relativa ($h_{tr} = \text{costante}$).

Con riferimento alla figura 3.24, che considera uno stadio di un compressore assiale ($U_1 = U_2$), analizziamo dapprima le trasformazioni **isentropiche**, cioè in cui il flusso non subisce perdite nell'attraversamento dello stadio. Con questa ipotesi, la trasformazione segue la linea verticale 1-2s-3s, avendo ancora indicato con 1 l'ingresso al rotore, con 2 l'ingresso allo statore e con 3 l'uscita

dallo stadio. Supponiamo note le condizioni del flusso in ingresso allo stadio ($p_1, T_1, \rho_1, h_1, V_1, W_1, h_{t1}, h_{tr,1}$) e la velocità periferica U_1 . Le formule che seguono sono del tutto generali. Per riferirsi al caso specifico di macchina assiale basta eliminare le variazioni di velocità periferica.

La trasformazione 1-2s avviene nel rotore, per cui $h_{tr,1} = h_{tr,2s}$. Se è noto il livello di pressione p_2 , allora è possibile individuare anche il livello entalpico h_{2s} ed infine la velocità relativa di uscita dal rotore W_{2s} , essendo:

$$h_{tr,1} = h_1 + \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = h_{tr,2s} = h_{2s} + \frac{W_{2s}^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \quad (3.76)$$

Il punto 2s costituisce l'ingresso nello statore; spostandosi nel sistema di riferimento assoluto, è possibile calcolare la velocità V_{2s} , nota la velocità periferica U_2 . E' quindi immediato il calcolo, e l'individuazione nel diagramma (h,s), dell'entalpia totale $h_{t,2s}$. Tale grandezza si conserva all'interno dello statore, per cui $h_{t,2s} = h_{t,3s}$. Noto il livello di pressione allo scarico dello stadio p_3 è infine possibile calcolare la velocità di uscita dallo statore V_{3s} :

$$h_{t,2s} = h_{2s} + \frac{V_{2s}^2}{2} = h_{t,3s} = h_{3s} + \frac{V_{3s}^2}{2} \quad (3.77)$$

In queste condizioni, e cioè nel caso di flusso isentropico in assenza di scambio di lavoro, si conserva anche la pressione totale:

$$p_{t,2s} = p_{t,3s} \quad (3.78)$$

La distanza tra i due livelli di entalpia totale a cavallo del rotore fornisce infine il lavoro ideale scambiato tra fluido e macchina:

$$L_s = h_{t,3s} - h_{t1} = h_{t,2s} - h_{t1} \quad (3.79)$$

Vediamo ora alcuni casi particolari. Nel caso in cui il fluido evolvente sia un **gas perfetto**, possono essere usate tutte le relazioni viste nel paragrafo 3.2.1, relativamente al calcolo del lavoro di compressione, fermo restando il significato dei pedici e il fatto che dette espressioni vanno modificate per tenere conto della variazione di energia cinetica tra ingresso ed uscita della macchina. La relazione (3.10) assume ora la forma seguente:

$$L_s = \frac{g}{g-1} RT_{t1} \left(\beta_t^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \quad (3.80)$$

essendo $\beta_t = p_{t3}/p_{t1}$. Si fa infine notare come la relazione precedente torni a coincidere con la (3.10) nel caso in cui lo stadio sia ripetitivo, il che avviene quando la velocità assoluta in ingresso al rotore V_1 coincide con quella in uscita dallo statore V_{3s} . In questa ipotesi infatti vale:

$$L_s = h_{t,3s} - h_{t1} = h_{3s} - h_1 + \frac{V_{3s}^2 - V_1^2}{2} = h_{3s} - h_1 = \frac{g}{g-1} RT_1 \left(\beta^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \quad (3.81)$$

dove ora il rapporto di compressione vale $\beta = p_3/p_1$.

Nella **realtà** il flusso subisce delle perdite nell'attraversamento della macchina che fanno sì che la trasformazione segua il percorso 1-2-3 evidenziato in figura 3.24. Le perdite che hanno luogo all'interno della macchina sono di diversa natura, ma le principali sono legate all'evoluzione dello strato limite lungo le pareti della macchina, cassa, mozzo e superfici palari, oltre alle scie a valle delle schiere. Tali perdite sono proporzionali, in prima approssimazione, al quadrato della velocità assoluta nello statore, e al quadrato della velocità relativa nel rotore. Assunto che il flusso segua comunque perfettamente gli angoli imposti dalle palettature, e quindi che non si verifichino separazioni, la presenza di perdite all'interno della palettatura fa sì che il flusso esca dal rotore al punto 2, caratterizzato da un'entropia maggiore, e quindi da una velocità minore W_2 e da un livello entalpico h_2 maggiore rispetto al caso ideale, essendo comunque verificata la costanza dell'entalpia totale relativa all'interno del rotore, che il flusso sia isentropico o meno:

$$h_{tr,1} = h_1 + \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = h_{tr,2} = h_2 + \frac{W_2^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \quad (3.82)$$

L'espressione precedente è del tutto equivalente al lavoro di Eulero, e si riduce ad una semplice differenza di entalpie nel caso di stadio ripetitivo:

$$L_r = h_{t3} - h_{t1} = h_3 - h_1 + \frac{V_3^2 - V_1^2}{2} = h_3 - h_1 \quad (3.86)$$

In analogia a quanto fatto per la macchina nel suo complesso, è possibile definire dei **rendimenti adiabatici dello stadio**. La definizione di rendimento dello stadio cambia a seconda che l'energia cinetica allo scarico dello stadio sia o meno da considerare persa. Nel caso in cui lo stadio risulti essere l'ultimo, oppure si tratti di macchina mono stadio, l'energia cinetica allo scarico è sicuramente persa. In tal caso si introduce un **rendimento Total to Static** così definito:

$$h_{TS} = \frac{h_{3s} - h_{t1}}{h_{t2} - h_{t1}} = \frac{h_{3s} - h_{t1}}{L_{eu}} \quad (3.87)$$

E' evidente che tale rendimento è inferiore a 1 anche nel caso di stadio ideale.

Se invece si tratta di uno stadio intermedio, l'energia cinetica in uscita da uno stadio può essere ancora sfruttata negli stadi successivi, e quindi non è da intendersi come perdita. In questo caso si definisce un **rendimento Total to Total**:

$$h_{TT} = \frac{h_{3s} + \frac{V_3^2}{2} - h_{t1}}{h_{t2} - h_{t1}} = \frac{h_{3s} + \frac{V_3^2}{2} - h_{t1}}{L_{eu}} \quad (3.88)$$

Il rendimento total to total per uno stadio ideale vale 1.

Nel caso di stadio ripetitivo, le due relazioni precedenti diventano:

$$h_{TT} = \frac{h_{3s} - h_1}{h_3 - h_1} \quad (3.89)$$

$$h_{TS} = \frac{h_{3s} - h_{t1}}{h_3 - h_1} \quad (3.90)$$

Se poi la velocità assoluta in ingresso allo stadio V_1 è trascurabile, per cui $h_{t1} \approx h_1$, le due definizioni precedenti coincidono.

Ricordando poi il fenomeno del controrecupero, legato alla variazione di densità del fluido durante la compressione, è evidente come, in una macchina a più stadi, il rendimento adiabatico della macchina, così come calcolato al paragrafo 3.2.1 sia minore del rendimento adiabatico del singolo stadio. Questo lo si può vedere semplicemente in figura 3.3, dove è rappresentata la linea di compressione in una macchina a più stadi. Se si confronta il salto entalpico ideale a cavallo della

macchina $(\Delta h_s)_{tot}$ con la sommatoria dei salti entalpici isentropici dei singoli stadi $\sum_{i=1}^N (\Delta h_s)_i$, si osserva come quest'ultima sia maggiore.

3.5.2. Stadio di Turbina

La trattazione per lo stadio di turbina è del tutto speculare, rispetto a quanto appena detto sul compressore. La figura 3.25 riporta in maniera schematica i piani meridiano e intrapalare di una turbina assiale, in cui è possibile individuare la traccia dello statore che precede il rotore. La figura 3.26 riporta inoltre un esempio di stadio di turbina centripeta. Si indichi con 0 la sezione in ingresso allo statore, con 1 la sezione di uscita dallo statore e di ingresso nel rotore e con 2 la sezione di uscita dal rotore. Nella sezione di ingresso allo statore, se questo è il primo statore all'ingresso della macchina, la velocità assoluta V_0 è diretta lungo la direzione assiale nel caso di turbina assiale, radiale nel caso di turbina centripeta. Se invece è uno stadio intermedio, la sua direzione sarà imposta dagli stadi precedenti. All'uscita dello statore, il fluido è dotato di una velocità assoluta V_1 che, per le ipotesi fatte, è diretta come la tangente al bordo d'uscita della pala. Un osservatore

solidale con il rotore, e quindi appartenente al sistema di riferimento relativo, vedrà in ingresso, proveniente dallo statore, un flusso dotato di una velocità W_1 . Per calcolare la velocità nel sistema relativo W_1 , basta comporre la velocità assoluta con quella periferica U_1 . Nel caso specifico di figura 3.26, tale velocità è diretta radialmente, essendo la turbina considerata centripeta con pale del rotore aventi ingresso radiale. E' inoltre possibile individuare due angoli: l'angolo α_1 tra il vettore velocità assoluta e la direzione della velocità periferica e l'angolo β_1 tra il vettore velocità relativa e ancora la velocità periferica. Si osserva che la convenzione usata nel definire gli angoli in figura 3.25 e 3.26 è diversa rispetto a quella usata per il compressore. Ora gli angoli sono definiti rispetto alla direzione tangenziale.

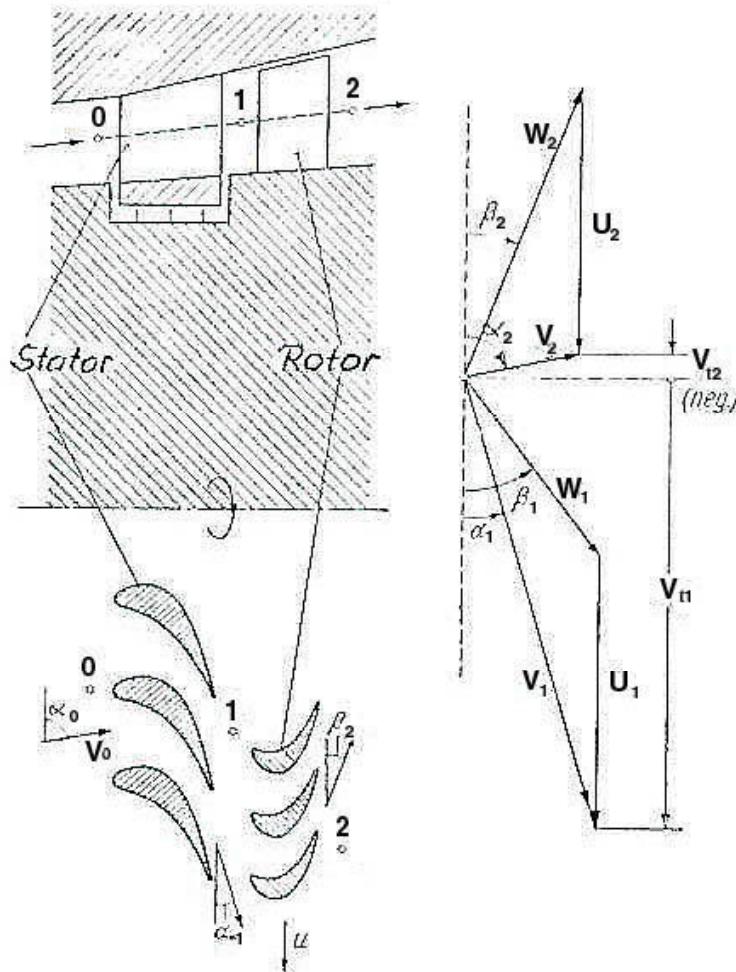


Figura 3.25: Stadio di Turbina assiale.

Analogamente, all'uscita del rotore, il fluido segue perfettamente la pala. L'osservatore solidale al rotore vedrà il flusso lasciare il rotore dotato di una velocità relativa W_2 diretta secondo la tangente al bordo d'uscita della pala del rotore stesso. Componendo tale vettore con la velocità di trascinamento, si ricava il vettore velocità assoluta V_2 . Tale velocità sarà la velocità di scarico dalla macchina, se si tratta di una macchina monostadio o se lo stadio in oggetto è l'ultimo; sarà invece la velocità in ingresso allo stadio successivo nel caso di stadio intermedio (limitatamente al caso di turbina assiale). In questo caso, la pala dello statore appartenente allo stadio successivo dovrà essere conformata in maniera tale da avere il naso (bordo d'attacco) orientato secondo la direzione del vettore velocità assoluta V_2 . Anche in questa sezione è poi possibile definire un angolo del flusso relativo β_2 e un angolo del flusso assoluto α_2 , in maniera del tutto identica a quanto fatto nella

sezione di uscita dallo statore. I triangoli di velocità nelle diverse sezioni della macchina sono riportati in figura 3.25 e 3.26.

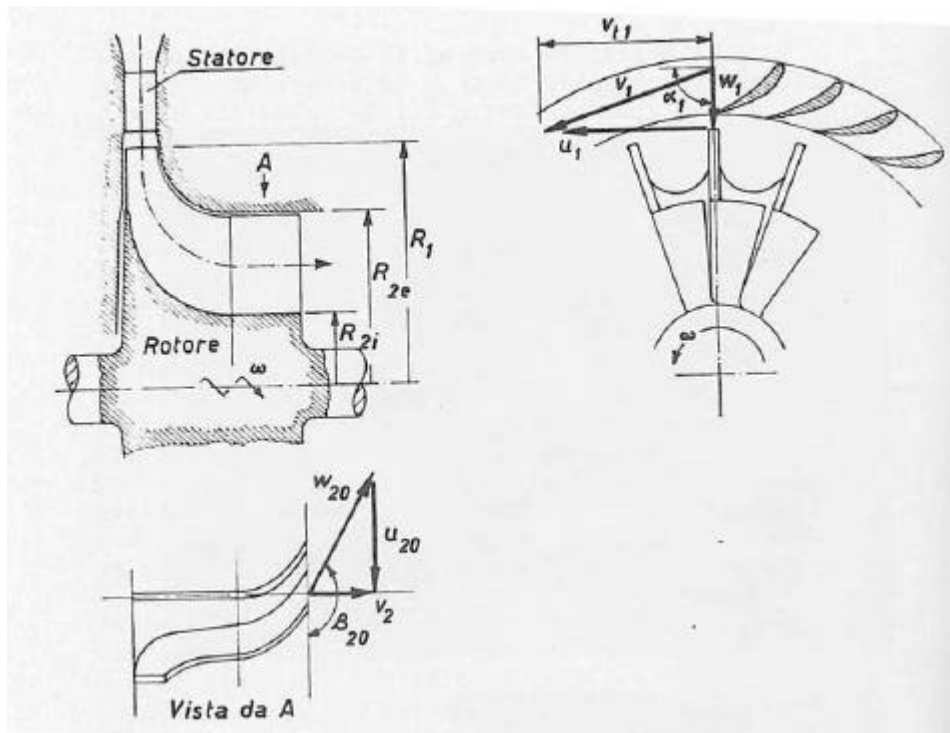


Figura 3.26: Stadio di Turbina centripeta a pale radiali.

Applichiamo ora, come già fatto in precedenza per il compressore, l'equazione di conservazione della portata tra ingresso ed uscita dello stadio, nel caso di macchina assiale:

$$r_0 V_{0ax} A_0 = r_2 V_{2ax} A_2 \quad (3.91)$$

Lungo l'espansione la densità del fluido ora diminuisce. Perché la portata si mantenga costante, assunto anche in questo caso che si conservi la componente assiale della velocità responsabile del trasporto di massa, è allora necessario che le sezioni di passaggio aumentino, così come evidenziato in figura 3.25.

Nel caso di macchina centripeta, la conservazione della portata assume la forma seguente:

$$r_0 V_{0r} A_0 = r_2 V_{2ax} A_2 \quad (3.92)$$

essendo il flusso diretto prevalentemente in direzione radiale in ingresso alla macchina, e assiale allo scarico, come evidenziato in figura 3.26. Come per il compressore centrifugo, così anche per la turbina radiale non è possibile definire un legame univoco tra variazione di densità e variazioni di sezione all'interno della macchina.

Consideriamo ora il piano intrapalare di una macchina assiale (figura 3.25) che, come detto in precedenza, è completamente disaccoppiato dal piano meridiano. Nelle turbine lo statore, che precede il rotore, ha il compito di convertire parte dell'energia di pressione del flusso in ingresso in energia cinetica. Esso quindi provvederà ad accelerare il flusso ($V_1 > V_0$). Assunto che si conservi la componente assiale della velocità ($V_{0ax} = V_{1ax}$), si ricava che l'angolo di uscita deve essere minore dell'angolo di ingresso (calcolati rispetto alla direzione tangenziale):

$$\frac{\sin a_1}{\sin a_0} = \frac{V_0}{V_1} < 1 \quad \rightarrow \quad a_1 < a_0 \quad (3.93)$$

Il rotore riceverà in ingresso un flusso ad alta velocità (nel sistema assoluto), e ne trasformerà l'energia cinetica, e la restante quota parte di energia di pressione, in energia meccanica disponibile all'albero dell'alternatore. Il flusso lascerà quindi il rotore con una velocità assoluta inferiore ($V_2 < V_1$), ma con una velocità relativa maggiore o uguale, a seconda che abbia o meno convertito anche energia di pressione ($W_2 \geq W_1$), e deviata rispetto alla direzione tangenziale:

$$\frac{\sin b_2}{\sin b_1} = \frac{W_1}{W_2} < 1 \rightarrow b_2 < b_1 \quad (3.94)$$

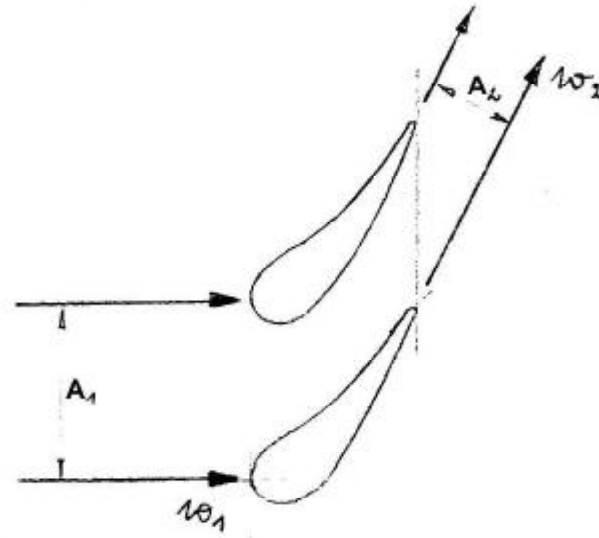


Figura 3.27: Canale palare di Turbina: variazione delle sezioni di passaggio.

Nel caso di macchina radiale valgono le stesse considerazioni riguardanti le velocità ($V_1 > V_0$ nel distributore e $W_2 > W_1$ nel rotore), mentre non è possibile derivare leggi generali sull'andamento degli angoli del flusso, essendo i triangoli di velocità in uscita dallo statore giacente nel piano radiale – tangenziale, e in uscita dal rotore appartenente al piano assiale – tangenziale.

Qualunque sia la tipologia di macchina motrice considerata (assiale o radiale), perché si realizzino le suddette trasformazioni, supposto il regime di flusso subsonico, i condotti delimitati dalle superfici palari devono essere convergenti, così come evidenziato in figura 3.27 per una macchina assiale, dove si nota la diminuzione della sezione di passaggio, che passa da A_1 in ingresso a A_2 in uscita. Questo è vero sia per lo statore, sia per il rotore. Questo risultato è ovvio, se si pensa alla forma dell'equazione dell'energia data dalla (3.54), per cui, se si vuole ottenere lavoro, deve essere $V_2 < V_1$ e $W_2 > W_1$.

E' poi possibile tracciare nel piano (h,s) le trasformazioni realizzate nello stadio. Con riferimento alla figura 3.28 che riporta il caso di una macchina assiale ($U_1 = U_2$), consideriamo inizialmente le trasformazioni **isentropiche** (la figura 3.29 riporta l'analogo caso di macchina radiale). Con questa ipotesi, la trasformazione segue la linea verticale 0-1s-2s, avendo ancora indicato con 0 l'ingresso allo statore, con 1 l'ingresso al rotore e con 2 l'uscita dallo stadio. Supponiamo note le condizioni del flusso in ingresso allo stadio ($p_0, T_0, \rho_0, h_0, V_0, h_0$). La trasformazione 0-1s avviene nello statore, per cui $h_{t0} = h_{t1s}$. Se è noto il livello di pressione p_1 , allora è possibile individuare anche il livello entalpico h_{1s} ed infine la velocità assoluta di uscita dallo statore V_{1s} , essendo:

$$h_{t0} = h_{t,1s} = h_{1s} + \frac{V_{1s}^2}{2} \quad (3.95)$$

In queste condizioni, e cioè nel caso di flusso isentropico in assenza di scambio di lavoro, si conserva anche la pressione totale:

$$p_{t0} = p_{t,1s} \quad (3.96)$$

Il punto 1s costituisce l'ingresso nel rotore; spostandosi nel sistema di riferimento relativo, è possibile calcolare la velocità relativa W_{1s} , nota la velocità periferica U_1 . E' quindi immediato il calcolo, e l'individuazione nel diagramma (h,s), dell'entalpia totale relativa $h_{tr,1s}$. Tale grandezza si conserva all'interno del rotore, per cui $h_{tr,1s} = h_{tr,2s}$. Noto il livello di pressione allo scarico dello stadio p_2 e la velocità periferica nella sezione di uscita U_2 , è infine possibile calcolare la velocità relativa di uscita dal rotore W_{2s} :

$$h_{tr,1s} = h_{tr,2s} = h_{2s} + \frac{W_{2s}^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \quad (3.97)$$

La distanza tra i due livelli di entalpia totale a cavallo del rotore fornisce infine il lavoro ideale scambiato tra fluido e macchina:

$$L_s = h_{t0} - h_{t,2s} = h_{t,1s} - h_{t,2s} \quad (3.98)$$

Nel caso in cui il fluido evolvente sia un **gas perfetto**, possono essere usate tutte le relazioni viste in precedenza, relativamente al calcolo del lavoro di espansione, fermo restando il significato dei pedici e il fatto che le espressioni ricavate nel paragrafo 3.2.2 vanno modificate per tenere conto della variazione di energia cinetica tra ingresso ed uscita della macchina. La relazione (3.27) assume ora la forma seguente:

$$L_s = \frac{g}{g-1} RT_{t,1s} \left(1 - \frac{1}{b_t^{\frac{g}{g-1}}} \right) \quad (3.99)$$

essendo $\beta_t = p_{t1}/p_{t2}$. Si fa infine notare come la relazione precedente torni a coincidere con la (3.27) nel caso in cui lo stadio sia ripetitivo, il che avviene quando la velocità assoluta in ingresso allo statore V_0 coincide con quella assoluta in uscita dal rotore V_{2s} . In questa ipotesi infatti vale:

$$L_s = h_{t0} - h_{t,2s} = h_0 - h_{2s} + \frac{V_0^2 - V_{2s}^2}{2} = h_0 - h_{2s} = \frac{g}{g-1} RT_0 \left(1 - \frac{1}{b^{\frac{g}{g-1}}} \right) \quad (3.100)$$

dove ora il rapporto di espansione vale $\beta = p_0/p_2$.

Nel caso di turbine a **vapore** le relazioni precedenti (3.99) e (3.100) non sono più valide, mentre è utile, per il calcolo dell'espansione, il piano di Mollier. Resta invece comunque valida la semplificazione derivante dall'ipotesi di stadio ripetitivo, che fa sì che la differenza di entalpia totale a cavallo della macchina si riduca ad una semplice differenza di entalpie.

Nella **realtà** il flusso subisce delle perdite nell'attraversamento della macchina che fanno sì che la trasformazione segua il percorso 0-1-2 evidenziato ancora in figura 3.28. Anche per la turbina, le perdite sono proporzionali al quadrato della velocità assoluta nello statore, e al quadrato della velocità relativa nel rotore. Assunto che il flusso segua comunque perfettamente gli angoli imposti dalle palettature, la presenza delle perdite fa sì che il flusso esca dallo statore al punto 1, caratterizzato da un'entropia maggiore, e quindi da una velocità minore V_1 e da un livello entalpico maggiore h_1 , essendo comunque verificata la costanza dell'entalpia totale all'interno dello statore:

$$h_{t0} = h_{t1} = h_1 + \frac{V_1^2}{2} \quad (3.101)$$

Si osserva come, anche in questo caso, la presenza delle perdite, e quindi la caduta dell'ipotesi di trasformazione reversibile, faccia sì che la pressione totale non sia più costante:

$$p_{t0} \neq p_{t1} \quad (3.102)$$

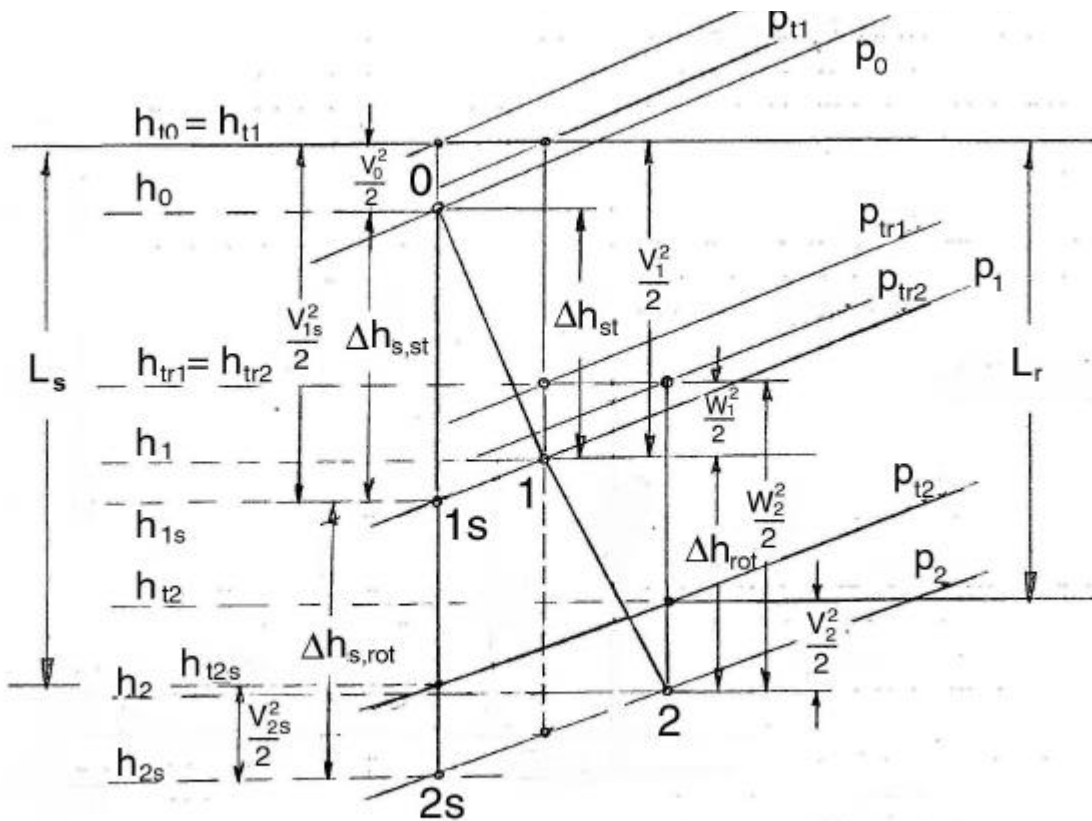


Figura 3.28: Trasformazioni nel piano (h,s) in uno stadio di turbina assiale.

Componendo ora il vettore velocità assoluta V_1 con la velocità periferica U_1 è possibile calcolare la velocità relativa W_1 , che sarà anch'essa inferiore rispetto al caso ideale. A causa delle perdite nel rotore, anche la velocità in uscita W_2 sarà minore, mentre ancora si conserva l'entalpia totale relativa, anche se su un altro livello rispetto al caso ideale:

$$h_{tr,1} = h_1 + \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = h_{tr,2} = h_2 + \frac{W_2^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \quad (3.103)$$

Componendo infine velocità relativa W_2 e di trascinamento U_2 si ricava la velocità assoluta di scarico dal rotore V_2 , che permette inoltre di individuare il livello di entalpia totale h_{t2} , necessario al calcolo del lavoro realmente scambiato tra fluido e palettatura. Il flusso lascerà quindi lo stadio al punto 2, caratterizzato da un livello entropico maggiore, e quindi da una minore velocità V_2 e da un maggiore livello entalpico h_2 .

Nel grafico di figura 3.28 è evidenziato il lavoro di espansione reale, come la differenza tra i livelli entalpici totali a cavallo del rotore:

$$L_r = h_{t0} - h_{t2} = h_{t1} - h_{t2} \quad (3.104)$$

L'espressione precedente è del tutto equivalente al lavoro di Eulero, e si riduce ad una semplice differenza di entalpie nel caso di stadio ripetitivo:

$$L_r = h_{t0} - h_{t2} = h_0 - h_2 + \frac{V_0^2 - V_2^2}{2} = h_0 - h_2 \quad (3.105)$$

In analogia a quanto fatto per lo stadio di compressione, è possibile definire due **rendimenti adiabatici dello stadio**, a seconda che l'energia cinetica allo scarico dello stadio sia o meno da considerare come una perdita: un **rendimento Total to Total**:

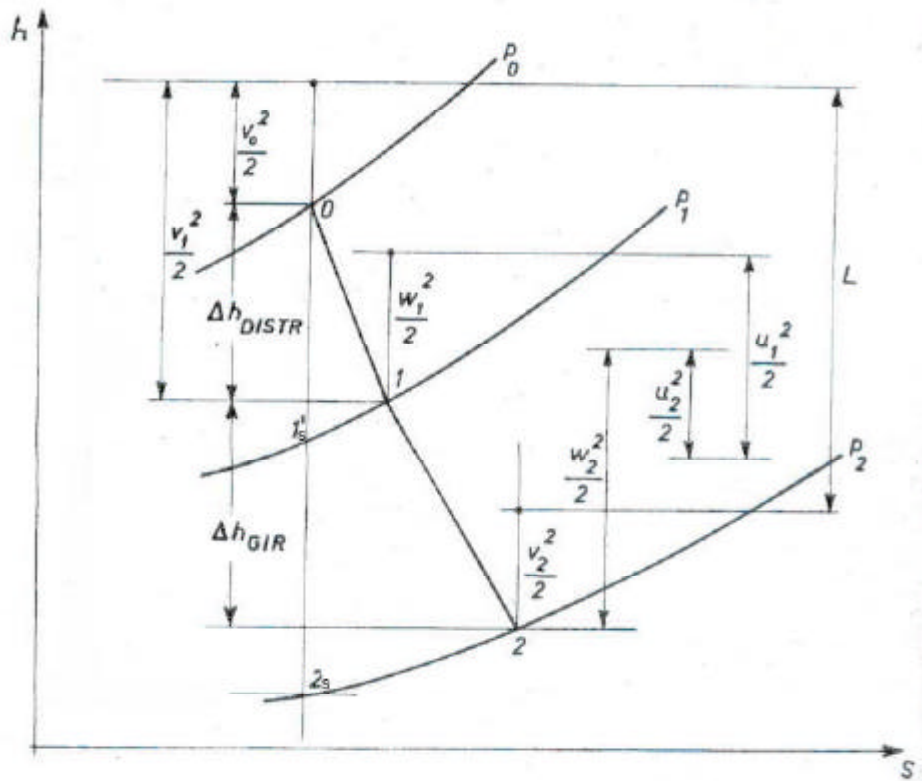


Figura 3.29: Trasformazioni nel piano (h,s) in uno stadio di turbina radiale.

$$h_{TT} = \frac{h_{t0} - h_{t2}}{h_{t0} - h_{2s} - \frac{V_2^2}{2}} = \frac{L_{eu}}{h_{t0} - h_{2s} - \frac{V_2^2}{2}} \quad (3.106)$$

e un **rendimento Total to Static**:

$$h_{TS} = \frac{h_{t0} - h_{t2}}{h_{t0} - h_{2s}} = \frac{L_{eu}}{h_{t0} - h_{2s}} \quad (3.107)$$

E' evidente che, mentre il rendimento Total to static è inferiore a 1 anche nel caso di stadio ideale, il rendimento total to total per uno stadio ideale vale 1.

Nel caso di stadio ripetitivo, le due relazioni precedenti diventano:

$$h_{TT} = \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_{2s}} \quad (3.108)$$

$$h_{TS} = \frac{h_0 - h_2}{h_{t0} - h_{2s}} \quad (3.109)$$

Se poi la velocità assoluta in ingresso allo stadio V_0 è trascurabile, per cui $h_{t0} \approx h_0$, le due definizioni precedenti coincidono.

Ricordando poi il fenomeno del recupero, legato alla variazione di densità del fluido durante l'espansione, è evidente come, in una macchina a più stadi, il rendimento adiabatico della macchina, così come calcolato al paragrafo 3.2.2 sia maggiore del rendimento adiabatico del singolo stadio, in maniera del tutto speculare rispetto al caso del compressore.

3.5.3. Pompe e Turbine idrauliche

I due casi precedenti si riferiscono a macchine che operano su fluido comprimibile. Vediamo ora che cosa succede nel caso di **fluido incompressibile**, quale ad esempio acqua. Innanzitutto si fa notare come, a differenza delle macchine termiche, che cioè elaborano fluidi comprimibili, le macchine idrauliche presentano basse energie per unità di massa. Ciò è dovuto alla necessità di limitare gli sforzi agenti sulle superfici della macchina; basti pensare all'enorme differenza di densità tra acqua (1000 kg/m³) e aria (circa 1.2 kg/m³). Tutto ciò fa sì che, rispetto alle macchine termiche, nelle macchine idrauliche si abbiano basse velocità e bassi regimi di rotazione, ma in presenza di grandi portate in massa. Inoltre, le macchine idrauliche sono spesso macchine mono stadio.

Quando il fluido è incompressibile, si è visto che l'equazione dell'energia assume la forma data dalla (2.21), che va sotto il nome di Equazione di Bernoulli:

$$L_e - L_w = \frac{p_2 - p_1}{r} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (3.110)$$

Si definisce **Prevalenza** gH l'incremento di energia meccanica che subisce il fluido per kg di massa nell'attraversare la macchina:

$$gH = \frac{p_2 - p_1}{r} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = (L_e)_r - L_w \quad (3.111)$$

E' allora l'energia che il fluido riceve nell'attraversare la macchina, espressa in [J/kg], e rappresenta il lavoro ideale.

Si è inoltre trovato che, sempre per fluido incompressibile, la pressione totale è definita dalla relazione (2.31) che, sostituita nella (3.111) fornisce:

$$gH = \frac{p_{t2} - p_{t1}}{r} + g(z_2 - z_1) \quad (3.112)$$

Spesso si utilizza, al posto della prevalenza gH espressa in [J/kg], la prevalenza H , detta anche **salto**, espressa in [m]:

$$H = \frac{p_2 - p_1}{rg} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) = \left(\frac{p_2}{rg} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{rg} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \right) \quad (3.113)$$

dove il termine tra parentesi a destra del secondo segno di uguaglianza va sotto il nome di **trinomio di Bernoulli**.

In analogia a quanto fatto per i compressori, anche nel caso di macchine "idrauliche" si definisce il **rendimento idraulico** come rapporto tra lavoro ideale e lavoro reale:

$$h_{idr} = \frac{L_{id}}{L_r} = \frac{gH}{gH + L_w} \quad (3.114)$$

Del tutto speculare risulta la trattazione per le turbine idrauliche, di cui si riportano solo i risultati:

$$H = \frac{p_1 - p_2}{rg} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} + (z_1 - z_2) = \left(\frac{p_1}{rg} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{rg} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \right) \quad (3.115)$$

$$h_{idr} = \frac{L_r}{L_{id}} = \frac{gH - L_w}{gH} \quad (3.116)$$

Quanto visto in precedenza riguardo all'architettura della macchina, e in particolare alla definizione del piano intrapalare e dei triangoli delle velocità, resta del tutto identico. Ciò che invece cambia è la geometria della macchina nel piano meridiano, dove la sezione di passaggio non deve più essere variata per compensare le variazioni di densità del fluido. Per una pompa allora l'espressione della conservazione della portata diventa:

$$V_{1m} A_1 = V_{3m} A_3 \quad (3.117)$$

che in pratica postula la conservazione della portata volumetrica.

Ovviamente non è più possibile andare a tracciare le trasformazioni nei diversi piani, mentre, trattandosi per lo più di macchine mono stadio, l'energia cinetica allo scarico risulta essere una perdita, per cui normalmente si utilizza un rendimento total to static.

3.6. Grado di reazione

Si è detto come il lavoro venga raccolto dal solo rotore, ma si è anche detto come in realtà ciò avvenga attraverso due meccanismi di trasferimento di energia nel fluido: attraverso variazioni di energia cinetica e variazioni di pressione. Ci si chiede a questo punto quale sia il contributo relativo di questi due meccanismi all'effettivo scambio di lavoro tra fluido e macchina. A tale scopo si definisce **Grado di Reazione**:

$$c = \frac{L - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2}}{L} \quad (\text{turbina}) \quad (3.118)$$

dove al numeratore vi è quella parte di lavoro che non deriva dalla variazione di velocità assoluta a cavallo del rotore, ma legata al campo di pressione (si ricordino le due espressioni dell'equazione di conservazione dell'energia (1.18) e (3.54), in cui si è trascurata la variazione di quota e si è ipotizzata una trasformazione isentropica). Quest'ultimo termine può essere chiamato **lavoro di reazione**. La definizione di grado di reazione fornita dalla (3.118) vale per macchine motrici a fluido comprimibile. Nel caso di compressori, essa diventa:

$$c = \frac{L - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}}{L} \quad (\text{compressore}) \quad (3.119)$$

La definizione di grado di reazione non è univoca in letteratura. Consideriamo dapprima un fluido comprimibile. Per noi il grado di reazione è definito come il rapporto tra il salto entalpico ideale elaborato dal rotore ed il salto entalpico ideale elaborato dallo stadio:

$$c = \frac{\Delta h_{s,rot}}{\Delta h_{s,stadio}} \quad (3.120)$$

La relazione appena scritta non coincide con le precedenti, a meno di non considerare o le variazioni di energia cinetica tra ingresso ed uscita dello stadio trascurabili (il che può essere assunto con buona approssimazione per macchine mono stadio) o lo stadio ripetitivo (e quindi $V_0 = V_2$). Ovviamente anche a patto di considerare le trasformazioni ideali. Infatti, ad esempio nel caso della turbina, il lavoro compiuto dallo stadio è pari alla variazione di entalpia totale a cavallo dello stadio, e quindi anche del rotore, essendo l'entalpia totale costante nello statore. Il numeratore dell'equazione (3.120) quindi diventa:

$$\begin{aligned} L_s - \frac{V_{1s}^2 - V_{2s}^2}{2} &= h_{t0} - h_{t,2s} - \frac{V_{1s}^2 - V_{2s}^2}{2} = h_{t,1s} - h_{t,2s} - \frac{V_{1s}^2 - V_{2s}^2}{2} = \\ &= h_{1s} - h_{2s} + \frac{V_{1s}^2 - V_{2s}^2}{2} - \frac{V_{1s}^2 - V_{2s}^2}{2} = h_{1s} - h_{2s} = \Delta h_{s,rot} \end{aligned} \quad (3.121)$$

Per quanto riguarda invece il denominatore, introducendo l'ipotesi di stadio ripetitivo si ricava:

$$L_s = h_{t0} - h_{t,2s} = h_0 - h_{2s} + \frac{V_0^2 - V_{2s}^2}{2} = h_0 - h_{2s} = \Delta h_{s,stadio} \quad (3.122)$$

Quando $\chi = 0$ lo stadio si dice ad **"azione"**: tutta l'accelerazione avviene nello statore, mentre nel rotore il flusso viene solo deflesso. Vedremo che questi stadi sono caratterizzati dalla presenza di alte velocità, e quindi alte perdite e rendimenti limitati. Quando invece $\chi > 0$ lo stadio si dice a **"reazione"**: accelerazione e deflessione del flusso avvengono in parte sia nello statore sia nel rotore.

Gli stadi a reazione presentano minori velocità rispetto a quelli ad azione, e quindi minori perdite e maggiori rendimenti.

Vedremo che, se si confrontano le due tipologie di stadi a parità di sollecitazioni, e cioè a parità di velocità periferica U , gli stadi ad azione presentano alti ΔV_t , e quindi elevati lavori. Gli stadi a reazione viceversa sono caratterizzati da minori valori di ΔV_t , e quindi permettono di elaborare salti entalpici inferiori.

Se si parla invece di macchine idrauliche, il grado di reazione viene definito attraverso la formula seguente:

$$c = \frac{\Delta p_{rot}}{\Delta p_{stadio}} \quad (3.123)$$

Trattandosi perlopiù, come detto, di macchine mono stadio, l'ipotesi di trascurare la variazione di energia cinetica a cavallo dello stadio può essere ritenuta accettabile, così come quella di trascurare la variazione di quota. Con queste ipotesi, la relazione (3.121) è del tutto analoga alla (3.118), infatti:

$$\begin{aligned} L - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} &= \frac{p_{t0} - p_{t2}}{r} - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} = \frac{p_{t1} - p_{t2}}{r} - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} = \\ &= \frac{p_1 - p_2}{r} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} = \frac{\Delta p_{rot}}{r} \end{aligned} \quad (3.124)$$

$$L = \frac{p_{t0} - p_{t2}}{r} = \frac{p_0 - p_2}{r} + \frac{V_0^2 - V_2^2}{2} + g(z_0 - z_2) = \frac{\Delta p_{stadio}}{r} \quad (3.125)$$

Bibliografia:

Macchine a fluido incomprimibile, C. Casci, Ed. Masson Italia Editori
Compressori di gas, C. Casci, Stampa Tamburini Editore – Milano
Macchine a fluido bifase, C. Casci, Masson Italia Editori
Macchine Termiche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino

CAPITOLO 4

IMPIANTI IDRAULICI

4.1. Introduzione

In questo capitolo verranno trattate le problematiche relative agli impianti idraulici, limitatamente al caso degli impianti di sollevamento acqua. Si parlerà quindi dapprima delle pompe centrifughe, con particolare attenzione all'ottenimento delle loro curve caratteristiche. Verranno quindi descritti i circuiti, come calcolarne le perdite e valutare la curva caratteristica di un impianto, per poi passare alle problematiche relative all'accoppiamento macchina - impianto. Infine si darà una descrizione fenomenologica della cavitazione, fornendo i parametri necessari per la scelta dell'altezza di aspirazione. Gli impianti idroelettrici e le turbine idrauliche verranno invece trattati nel Capitolo 6.

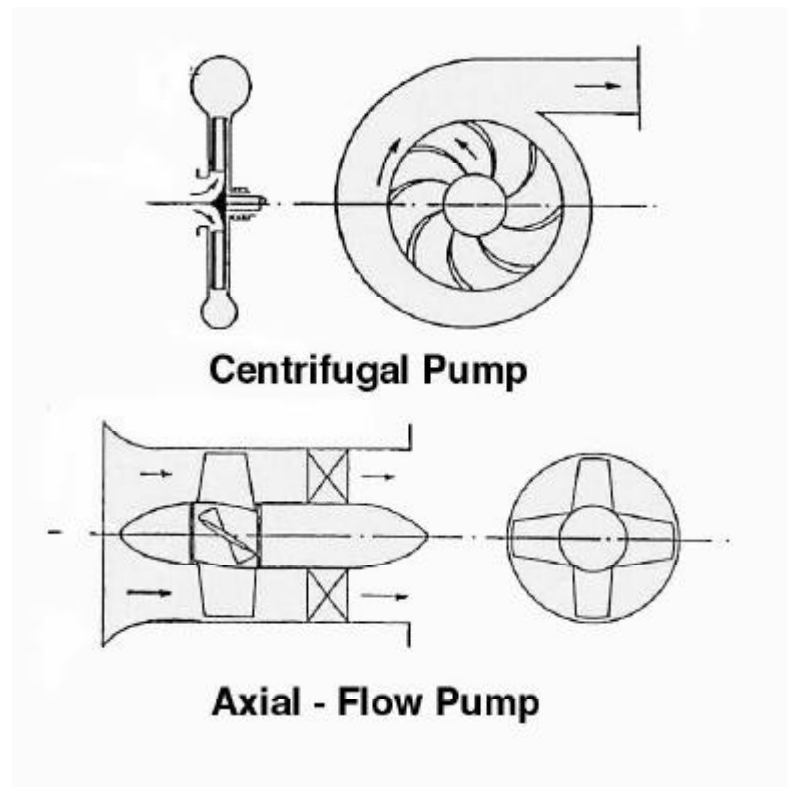


Figura 4.1: Pompe centrifughe e pompe assiali.

Esistono due tipi di pompe dinamiche: centrifughe e assiali. Un esempio è riportato in figura 4.1. Nella maggior parte delle applicazioni vengono tuttavia impiegate pompe centrifughe, mentre quelle assiali trovano applicazioni più limitate, laddove ci sia la contemporanea richiesta di elaborare elevate portate con bassi salti. Esempi di applicazione sono i circuiti di circolazione dell'acqua, o come booster per le macchine centrifughe, per evitare problemi legati all'insorgere della cavitazione. La trattazione che segue si riferisce quindi al caso delle pompe centrifughe.

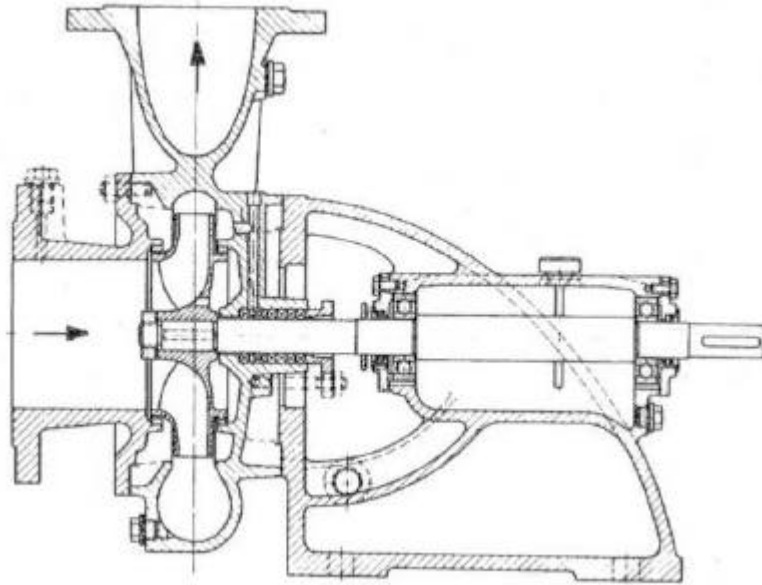


Figura 4.2: Pompa centrifuga.

4.2. Pompe centrifughe

Le pompe centrifughe sono macchine operatrici che, operando su fluido incomprimibile (acqua), permettono di elaborare portate ridotte, ma fornendo salti elevati. Il flusso d'acqua è diretto dal centro verso la periferia (figura 4.2), per sfruttare il contributo al lavoro da parte della forza centrifuga, evidenziato dal terzo termine nell'espressione dell'equazione dell'energia fornita dalla (3.51) e qui riportata:

$$L_e = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \quad (4.1)$$

In generale, esse si compongono di tre elementi: il distributore, la girante e il diffusore. Il flusso in ingresso alla macchina è diretto assialmente. Il distributore non è altro che una palettatura fissa posta all'imbocco della macchina che ha lo scopo di fornire al flusso in ingresso l'angolo d'incidenza corretto sulle pale della girante. Spesso il distributore non è presente. In tal caso, il flusso assoluto in ingresso alla girante è assiale ($V_1 = V_{1ax}$). A valle della girante a volte è presente un ulteriore componente, il diffusore, che ha lo scopo di recuperare l'energia cinetica che il fluido ancora possiede e convertirla in pressione. Il diffusore può essere o meno palettato. Comunque sia, esso deve realizzare una compressione del fluido, e quindi presenterà sezioni di passaggio crescenti al crescere della distanza radiale dall'asse di rotazione. I diffusori non palettati hanno il vantaggio di avere un funzionamento indipendente dalla portata, ma possono avere un ingombro elevato. Viceversa, i diffusori palettati presentano un funzionamento ottimale per un ben preciso regime di portata, con perdite crescenti con l'allontanarsi dalle condizioni di progetto. D'altra parte presentano un ingombro minore.

Consideriamo un *caso ideale*, in cui non ci siano perdite. Supponiamo che non ci sia distributore. In figura 4.3 viene rappresentato uno schema di massima della geometria della macchina. In particolare sono riportati i fondamentali parametri geometrici:

- diametro medio in ingresso D_1 :

$$D_1 = \frac{D_a + D_b}{2} \quad (4.2)$$

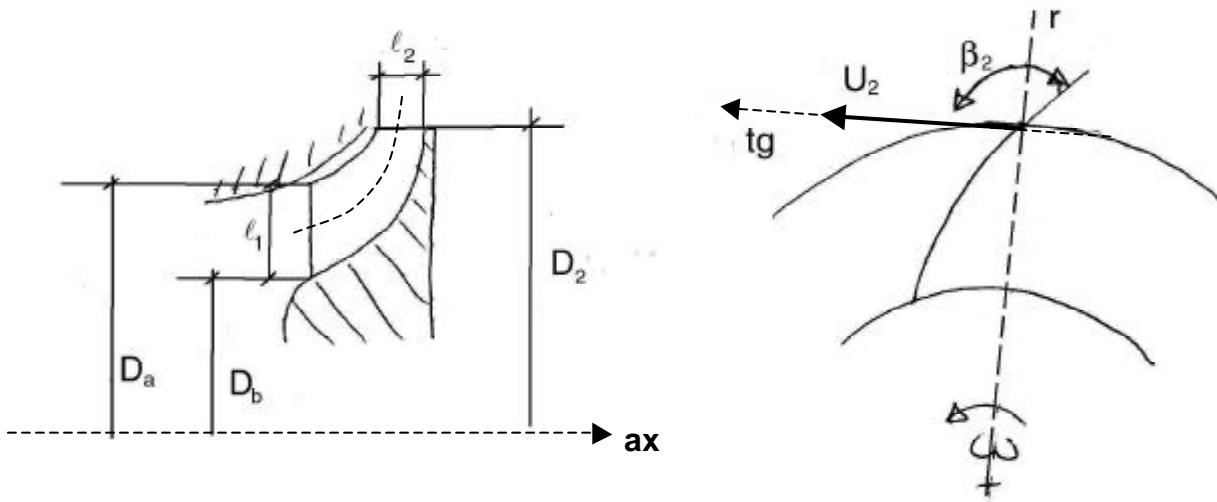


Figura 4.3: Schema di massima della sezione meridiana di una pompa centrifuga.

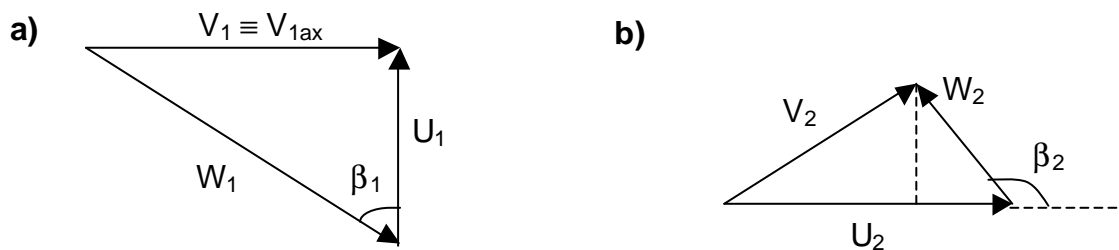


Figura 4.4: Triangoli di velocità in ingresso (a) e uscita (b) di una pompa centrifuga.

- altezza di pala in ingresso alla girante l_1 :

$$l_1 = \frac{D_a - D_b}{2} \quad (4.3)$$

- diametro esterno della girante D_2 ,
- altezza di pala allo scarico l_2

Applichiamo i concetti visti nel Capitolo 3 al caso in esame. Supponiamo quindi che siano verificate tutte le ipotesi con cui è stata ricavata l'espressione del lavoro di Eulero, e in particolare che il moto sia permanente, che sia monodimensionale e che il campo gravitazionale abbia effetti trascurabili, così come non ci siano effetti di campi elettrici, magnetici ed elettro-magnetici, né reazioni chimiche o nucleari. Individuiamo le direzioni assiale, tangenziale e radiale, così come riportate in figura 4.3, e limitiamo il nostro calcolo alla linea media tratteggiata nel piano meridiano in figura, considerando le sezioni di ingresso ed uscita sufficientemente lontane dalla palettatura da poter trascurare l'azione degli sforzi viscosi. Ricavando il lavoro di Eulero abbiamo visto come sia possibile calcolare il lavoro reale scambiato tra fluido e macchina conoscendo unicamente le grandezze fluidodinamiche nelle sezioni di ingresso ed uscita. Cerchiamo allora di valutare qualitativamente come sono fatti i triangoli di velocità in ingresso ed uscita dalla girante, in modo da ottenere il lavoro realmente scambiato tra macchina e fluido che, nel caso di fluido incompressibile e in assenza di perdite, coincide con la prevalenza fornita dalla pompa al fluido. Cercheremo quindi di evidenziare la dipendenza della prevalenza dalla portata, in modo da caratterizzarne il funzionamento.

Considerando l'approccio 1D, il flusso in ingresso alla girante risulta, in assenza di distributore, diretto secondo l'asse della macchina:

$$V_1 \equiv V_{1ax} \quad (4.4)$$

Il triangolo di velocità in ingresso giace allora nel piano assiale-tangenziale, così come riportato in figura 4.4a. L'espressione del Lavoro di Eulero diventa quindi:

$$L_{eu} = U_2 V_{2t} \quad (4.5)$$

Essendo poi il caso in esame ideale, il Lavoro di Eulero coincide con la prevalenza gH .

Consideriamo ora il flusso in uscita dalla girante (figura 4.4b): per un osservatore solidale al rotore esso è diretto secondo il vettore W_2 che, con le usuali ipotesi, risulta tangente alla superficie della pala. Sia β_2 l'angolo che tale vettore forma con la direzione tangenziale positiva secondo il senso di rotazione della girante. Tale vettore giace nel piano radiale - tangenziale. La sua composizione con la velocità periferica U_2 porta a definire la velocità assoluta del flusso in uscita dalla girante V_2 , inclinata dell'angolo α_2 secondo la direzione tangenziale. E' evidente che i due triangoli di velocità, in ingresso e uscita dalla girante, giacciono su piani diversi, e quindi non è possibile tracciarli insieme. Da semplici considerazioni geometriche risulta:

$$V_{2r} = W_{2r} = W_2 \sin \beta_2$$

$$V_{2t} = W_{2t} + U_2$$

$$W_{2t} = W_2 \cos \beta_2$$

Sostituendo tali relazioni nella (4.5) si ricava:

$$gH = U_2 (W_{2t} + U_2) = U_2 (W_2 \cos \beta_2 + U_2) = U_2 (W_2 \tan^{-1} \beta_2 + U_2) \quad (4.6)$$

Calcoliamo la portata volumetrica che attraversa la macchina. Essendo il fluido incomprimibile, la portata volumetrica si conserva, e quindi la si può calcolare ad esempio nella sezione di uscita:

$$Q = V_{2r} A = V_{2r} \rho D_2 l_2 \quad (4.7)$$

Esplicitando la relazione precedente in termini della componente radiale della velocità, e sostituendola nell'espressione della prevalenza si ricava infine:

$$gH = U_2^2 + U_2 \frac{Q}{\rho D_2 l_2} \tan^{-1} \beta_2 \quad (4.8)$$

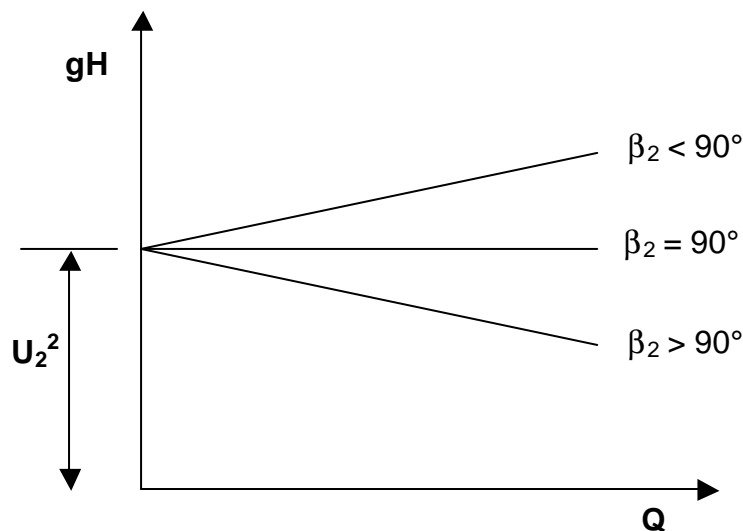


Figura 4.5: Curva caratteristica ideale di pompe centrifughe al variare dell'angolo di uscita delle pale della girante.

che risulta essere, nel caso ideale, la curva di funzionamento della macchina, in quanto fornisce il legame tra portata e prevalenza, al variare dei parametri geometrici (D_2) e del regime di rotazione (U_2 e quindi n). Si nota come, per una macchina ideale, una volta fissata la geometria della macchina e il numero di giri n , la prevalenza è funzione unicamente della portata, così come rappresentato in maniera schematica in figura 4.5. La curva di funzionamento è una retta la cui pendenza è funzione dell'angolo di inclinazione delle pale della girante allo scarico β_2 . In particolare, si ottiene:

- se $\beta_2 < 90^\circ$ (figura 4.6a - pale rivolte in avanti) la prevalenza aumenta con la portata
- se $\beta_2 = 90^\circ$ (figura 4.6b - pale radiali) la prevalenza è costante e pari a U_2^2
- se $\beta_2 > 90^\circ$ (figura 4.6c - pale rivolte all'indietro) la prevalenza diminuisce con la portata.

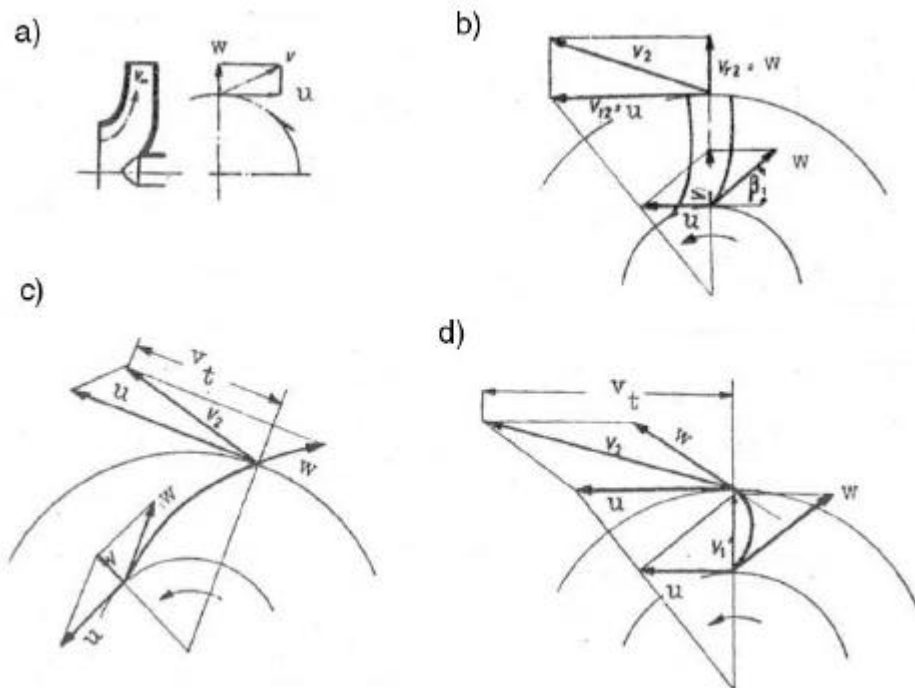


Figura 4.6: Giranti centrifughe a scarico radiale (a,b), a scarico all'indietro (c) e a scarico in avanti (d).

L'energia cinetica che il fluido ancora possiede allo scarico della girante rappresenta una perdita. Più questa energia è grande, minore sarà il rendimento della macchina. Analizzando i triangoli di velocità relativi ai tre casi in esame (pale in avanti, radiali e all'indietro), rappresentati in figura 4.6, è evidente come la pompa con pale all'indietro sia quella che fornisce, a parità di velocità periferica, la minor velocità assoluta allo scarico, e quindi abbia le prestazioni migliori. Nella realtà pompe centrifughe con pale in avanti non esistono, mentre vengono costruite macchine con pale radiali quando l'economicità della realizzazione diventa un requisito fondamentale.

La relazione (4.8) è stata ottenuta nell'ipotesi di macchina ideale. Nella realtà, all'interno della macchina si verificano due tipi di perdite: perdite concentrate e perdite distribuite. Le perdite concentrate, che si chiamano perdite per urto, sono legate all'angolo di incidenza del flusso rispetto alla pala, e sono nulle quando il flusso è diretto secondo la tangente al bordo d'attacco della pala (β_1). Quando la portata varia, varia la componente della velocità responsabile della portata. Nel caso di pompe centrifughe senza distributore, ciò significa che varia la velocità assoluta V_1 . Con

riferimento alla figura 4.7, se ad esempio la portata diminuisce, anche V_1 diminuisce, mentre la velocità periferica U_1 resta invariata. Ne segue che la velocità relativa W_1 cambia sia in modulo, sia in direzione. Il fluido subirà quindi una brusca deviazione all'ingresso della palettatura, per adeguarsi all'andamento delle sezioni di passaggio, con un conseguente aumento delle perdite. Discorso del tutto analogo se la portata aumenta. Le perdite per urto quindi sono nulle in corrispondenza della portata di progetto della macchina, ed aumentano progressivamente man mano che ci si allontana da tale condizione di funzionamento, come mostrato in figura 4.8, dove sono indicate con y' .

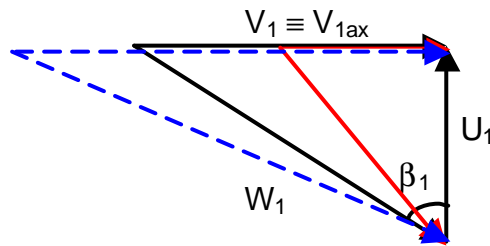


Figura 4.7:Variazione del triangolo di velocità in ingresso con la portata.

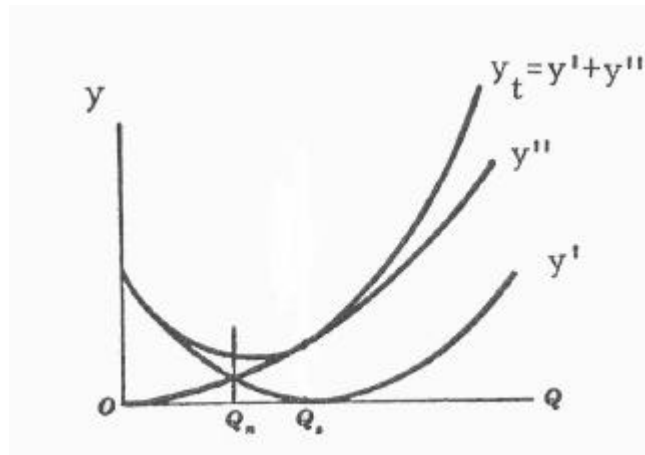


Figura 4.8:Andamento delle perdite concentrate (y') e distribuite(y'').

Le perdite distribuite, dette perdite di profilo, sono legate all'azione delle forze viscosive. Si è già detto in precedenza come queste agiscano nello strato limite che si sviluppa lungo le superfici bagnate, e cioè lungo la superficie delle palette, della cassa e del mozzo, e come siano proporzionali al quadrato della velocità relativa nel rotore e assoluta nello statore. Nel caso in esame, le perdite di profilo sono quelle nella girante, non essendo presente né un distributore né il diffusore. Esse sono quindi proporzionali al quadrato della velocità, e quindi anche al quadrato della portata, come mostrato dall'andamento di y'' in figura 4.8. La curva caratteristica di una pompa centrifuga reale, fissato il regime di rotazione, ha quindi l'andamento rappresentato in figura 4.9, risultante dalla composizione della curva ideale (equazione (4.8)) e di quelle relative alle perdite. Nella stessa figura viene riportato anche l'andamento del rendimento della macchina e della potenza assorbita. Il rendimento della macchina risulta da tre contributi:

$$h_p = h_v h_{idr} h_m \quad (4.9)$$

dove η_v è detto **rendimento volumetrico**, e viene introdotto per tenere conto del fatto che non tutta la portata che entra nella macchina compie lavoro (si pensi alla presenza di eventuali trafiletti attraverso i giochi). η_{idr} è il **rendimento idraulico** della macchina, già introdotto nel Capitolo 3 (equazione 3.111):

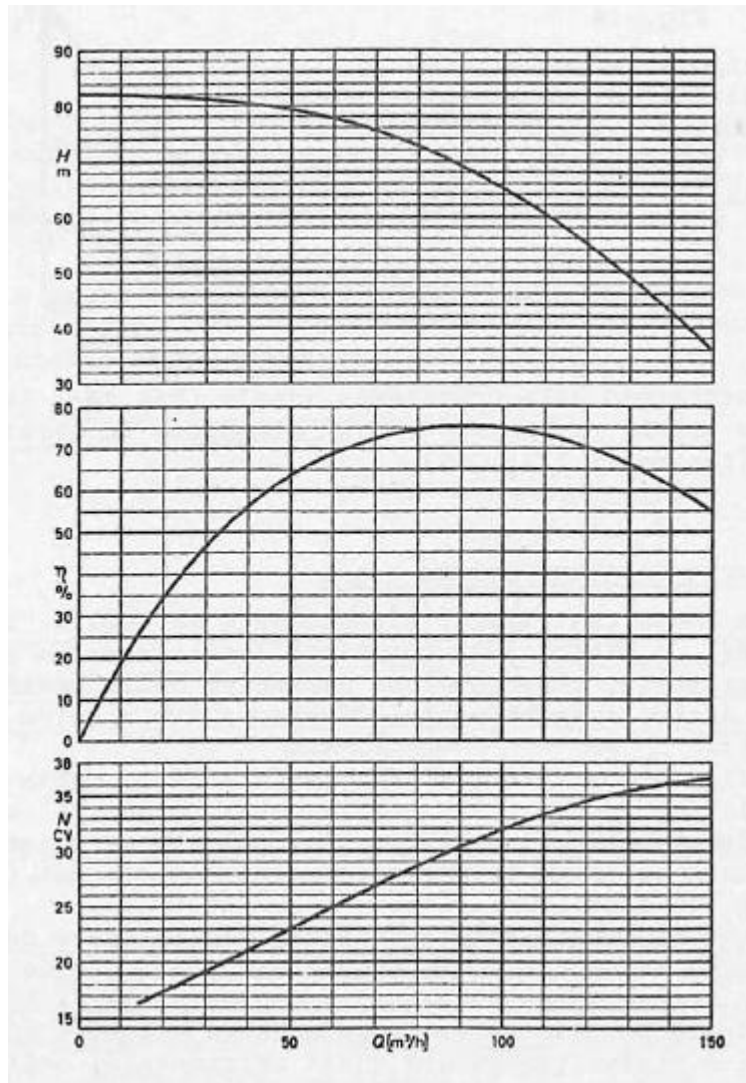


Figura 4.9: Curva caratteristica reale, curva di rendimento e di potenza assorbita di una pompa centrifuga a $n = \text{cost}$.

$$h_{idr} = \frac{L_{id}}{L_r} = \frac{gH}{gH + L_w} \quad (4.10)$$

L'ultimo termine è il **rendimento meccanico** η_m e tiene conto delle perdite nelle trasmissioni.

Per quanto riguarda invece la potenza, questa viene calcolata come il prodotto tra lavoro reale e portata:

$$P = \frac{rQgH}{h_p} \quad (4.11)$$

Questa è ovviamente la potenza assorbita all'albero della macchina. Se si vuole invece calcolare la potenza elettrica assorbita dal motore, è necessario dividere l'espressione precedente per il **rendimento del motore elettrico** η_{el} . Se viceversa si è interessati a valutare quanto assorbe la pompa, al netto delle perdite nelle trasmissioni e nei cuscinetti, la potenza espressa tramite la (4.11) dovrà essere moltiplicata per il rendimento meccanico.

Il funzionamento di una pompa viene in realtà completamente descritto una volta noti gli andamenti della prevalenza e del rendimento al variare della portata, il tutto in funzione del numero di giri, così come espresso, in forma semplificata, dall'andamento della curva caratteristica (4.8). La figura 4.10

riporta, a titolo di esempio, le curve caratteristiche di una pompa centrifuga in corrispondenza di diversi regimi di rotazione. La figura in alto mostra, oltre alle curve prevalenza – portata per i diversi regimi di rotazione, sovrapposte anche le curve iso-rendimento. La variazione del rendimento con il numero di giri vedremo, nel Capitolo 5 relativo alla teoria della Similitudine, essere legato all’influenza del numero di Reynolds.

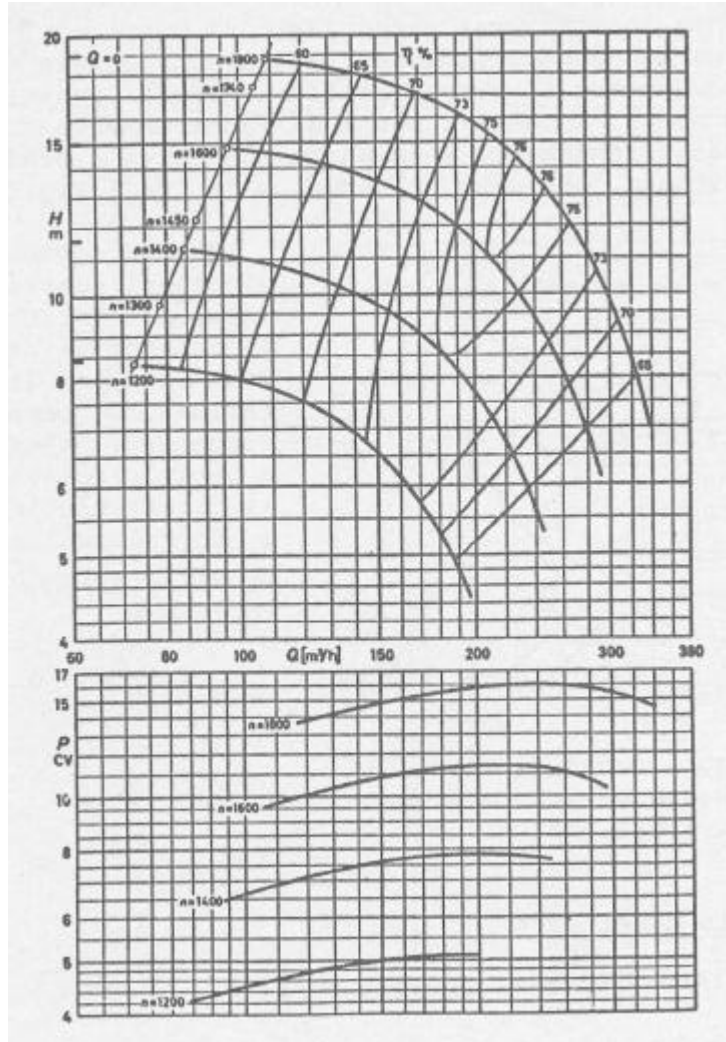


Figura 4.10: Campo caratteristico di impiego di una pompa centrifuga a velocità di rotazione differenti.

4.3. Impianti di sollevamento acqua

Nel Capitolo 2 è stata ricavata, a partire dall’equazione di conservazione dell’energia, l’espressione del lavoro scambiato da un sistema fluido con l’esterno per il caso di fluido incompressibile. Tale relazione, nota sotto il nome di Equazione di Bernoulli, ha la forma seguente:

$$gH = (L_e)_r - L_w = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (4.12)$$

dove la **Prevalenza** gH è l’incremento di energia meccanica che subisce il fluido per kg di massa nell’attraversare la macchina tra la sezione di uscita e di ingresso. Si ricorda che l’equazione di Bernoulli vale con le seguenti ipotesi:

- Assenza di reazioni chimiche o nucleari, di campi magnetici, elettrici o elettromagnetici
- Moto mono-dimensionale (1D) nei condotti

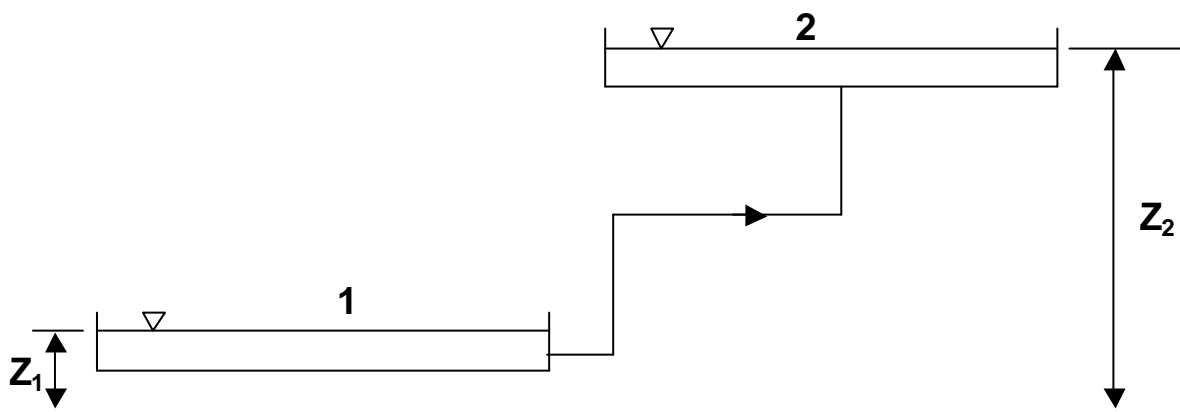


Figura 4.11: Impianto di sollevamento acqua.

- Moto permanente
- Fluido incomprimibile

La prevalenza rappresenta quindi il lavoro ideale scambiato tra fluido e macchina. Si è anche visto come spesso, in idraulica, si preferisca esprimere tutti i termini della (4.12) in metri di colonna d'acqua:

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) \quad (4.13)$$

dove H prende il nome di **Salto**, ed è espresso in [m].

Consideriamo l'impianto di sollevamento acqua schematizzato in figura 4.11. Esso consiste di due bacini, o serbatoi, e di una condotta. Si supponga di voler valutare le caratteristiche di tale impianto, e cioè la coppia portata volumetrica Q - salto H , e di voler inoltre valutare la relazione che le lega. Ciò allo scopo di stimare l'energia che la pompa che va installata deve in via ideale cedere al fluido (acqua), perché questo venga pompato dal bacino di valle a quello di monte. Indicando con il pedice 2 le grandezze (quota, velocità e pressione) relative al bacino di monte e con il pedice 1 quelle relative al bacino di valle, l'applicazione dell'equazione di Bernoulli tra queste due sezioni fornisce:

$$H + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + Y \quad (4.14)$$

dove, nel termine Y sono state conglobate tutte le perdite che il fluido incontra lungo il percorso dal bacino di sedimentazione a quello di monte. Supponendo che la variazione di quota tra il pelo libero dei due bacini sia tale da non indurre variazioni rilevanti nella pressione atmosferica ($p_2 \approx p_1 \approx p_{\text{atm}}$), e supponendo inoltre che la velocità con cui variano i peli liberi dei due bacini sia trascurabile ($V_1 \approx V_2 \approx 0$), la (4.14) si semplifica:

$$H = (z_m - z_v) + Y = H_g + Y \quad (4.15)$$

dove si è indicato con H_g il salto geodetico, ossia la differenza di quota tra i peli liberi dei due bacini.

Le perdite che il fluido subisce nell'attraversamento dell'impianto (non nella macchina) anche in questo caso sono di due tipi:

- Perdite concentrate Y_c
- Perdite distribuite Y_d

Le perdite concentrate variano approssimativamente con il quadrato della velocità, e vengono quindi espresse in funzione della quota cinetica:

$$Y_c = \sum x \frac{V^2}{2g} \quad (4.16)$$

essendo ξ il *coefficiente di resistenza localizzata*. Perdite localizzate sono quelle dovute alla presenza di curve, gomiti, strozzature e bruschi allargamenti, valvole e organi di regolazione, filtri, ecc. I valori di ξ relativi ad ogni tipo di perdita localizzata sono normalmente ottenuti per via sperimentale, maggiorati per ragioni cautelative. I valori più comuni sono reperibili in forma di Tabelle, come ad esempio quelle riportate nelle figure 4.12 – 4.14. Alla sommatoria $\Sigma \xi$ così ricavata va poi aggiunta un'unità per tener conto delle perdite di sbocco.

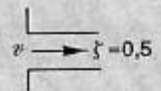
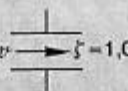
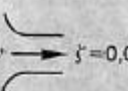
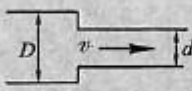
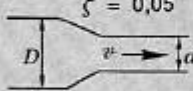
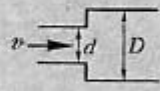
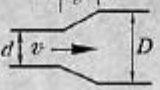
Ingresso a spigolo vivo  $\xi = 0,5$	Tubo che si prolunga all'interno  $\xi = 1,0$	Ingresso arrotondato  $\xi = 0,05$																
Restringimento brusco 	<table border="1"> <tr> <td>D/d</td> <td>1,5</td> <td>2,0</td> <td>2,5</td> <td>3,0</td> <td>3,5</td> <td>4,0</td> </tr> <tr> <td>ξ</td> <td>0,28</td> <td>0,36</td> <td>0,40</td> <td>0,42</td> <td>0,44</td> <td>0,45</td> </tr> </table>		D/d	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	ξ	0,28	0,36	0,40	0,42	0,44	0,45		
D/d	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0												
ξ	0,28	0,36	0,40	0,42	0,44	0,45												
Riduzione graduale  $\xi = 0,05$	Allargamento brusco $\xi' = [1 - (d/D)]^2$ 																	
Allargamento graduale $\xi = \xi' [1 - (d/D)]^2$ 	<table border="1"> <tr> <td>$(D-d)/2\ell$</td> <td>0,05</td> <td>0,10</td> <td>0,20</td> <td>0,30</td> <td>0,40</td> <td>0,50</td> <td>0,80</td> </tr> <tr> <td>ξ'</td> <td>0,14</td> <td>0,20</td> <td>0,47</td> <td>0,76</td> <td>0,95</td> <td>1,05</td> <td>1,10</td> </tr> </table>		$(D-d)/2\ell$	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,80	ξ'	0,14	0,20	0,47	0,76	0,95	1,05	1,10
$(D-d)/2\ell$	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,80											
ξ'	0,14	0,20	0,47	0,76	0,95	1,05	1,10											
Perdita di uscita (a spigoli vivi, prolungato, arrotondato), $\xi = 1,0$																		

Figura 4.12: Valori rappresentativi del coefficiente di resistenza localizzata ξ per varie geometrie di variazione della sezione trasversale del condotto.

	ξ	ℓ_e/D
Valvola a globo, tutta aperta	9	450
Valvola ad angolo, tutta aperta	4	200
Valvola a saracinesca:		
tutta aperta	0,26	13
aperta a 3/4	0,7	35
aperta a metà	3,2	160
aperta a 1/4	18	900
Valvola di ritegno a cerniera, tutta aperta	2,7	135
Valvola in linea a sfera, tutta aperta	3	150
Valvola a farfalla da 150 mm in su, tutta aperta	0,4	20
Gomito standard a 90°	0,6	30
Gomito standard a 45°	0,32	16
Gomito a raggio ampio a 90°	0,4	20
Gomito con filettatura maschia e femmina a 90°	1	50
Gomito con filettatura maschia e femmina a 45°	0,52	26
Giunzione a T standard:		
flusso nella direzione principale	0,4	20
flusso attraverso la diramazione	1,2	60

Figura 4.13: Valori rappresentativi del coefficiente di resistenza localizzata ξ e del rapporto ℓ_e/D (lunghezza equivalente /diametro) per valvole, curve e collegamenti vari nelle tubazioni.

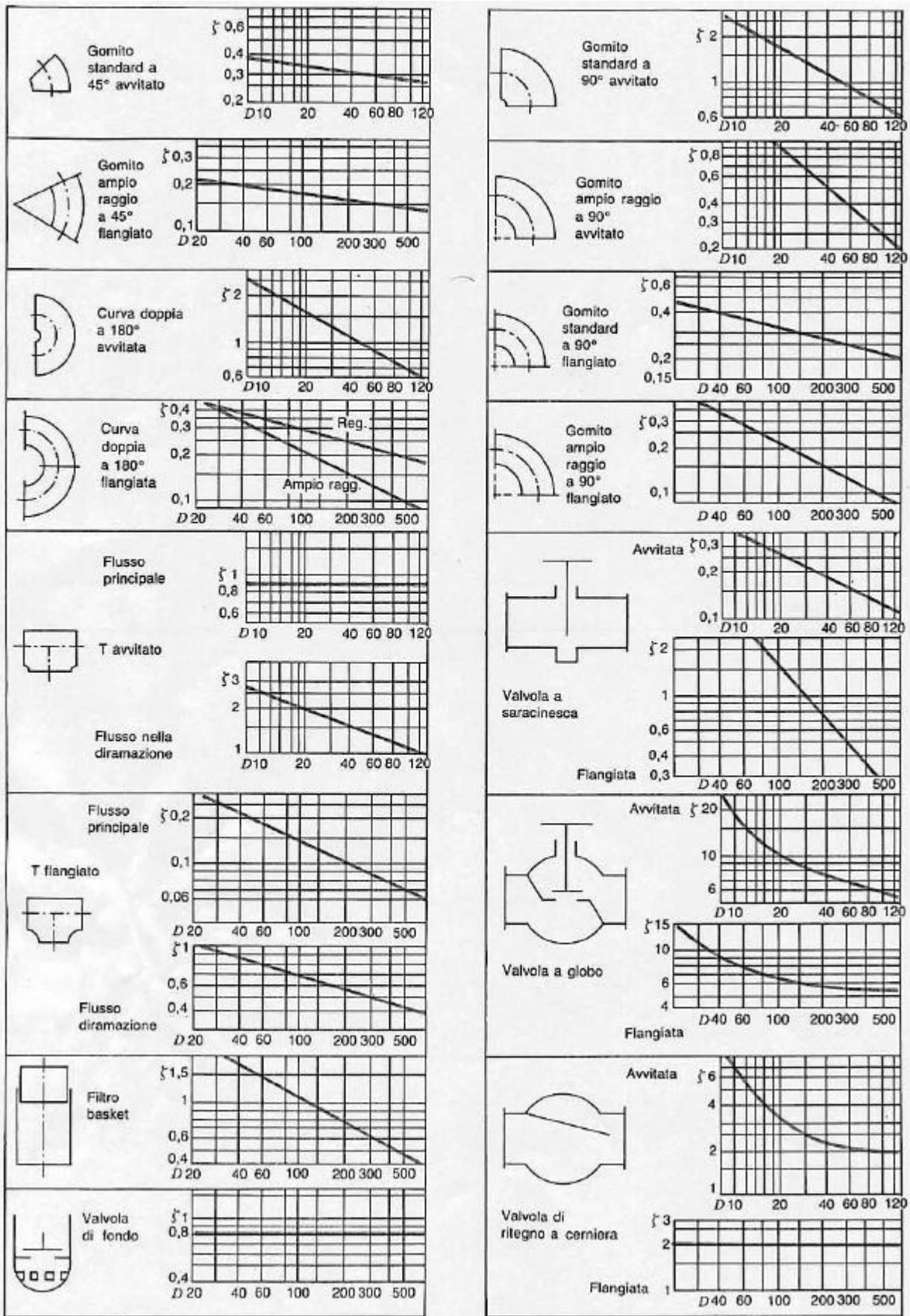


Figura 4.14: Coefficienti di resistenza localizzata ζ in funzione del diametro D della sezione interessata dal passaggio del fluido per alcuni elementi tipici di un circuito idraulico.

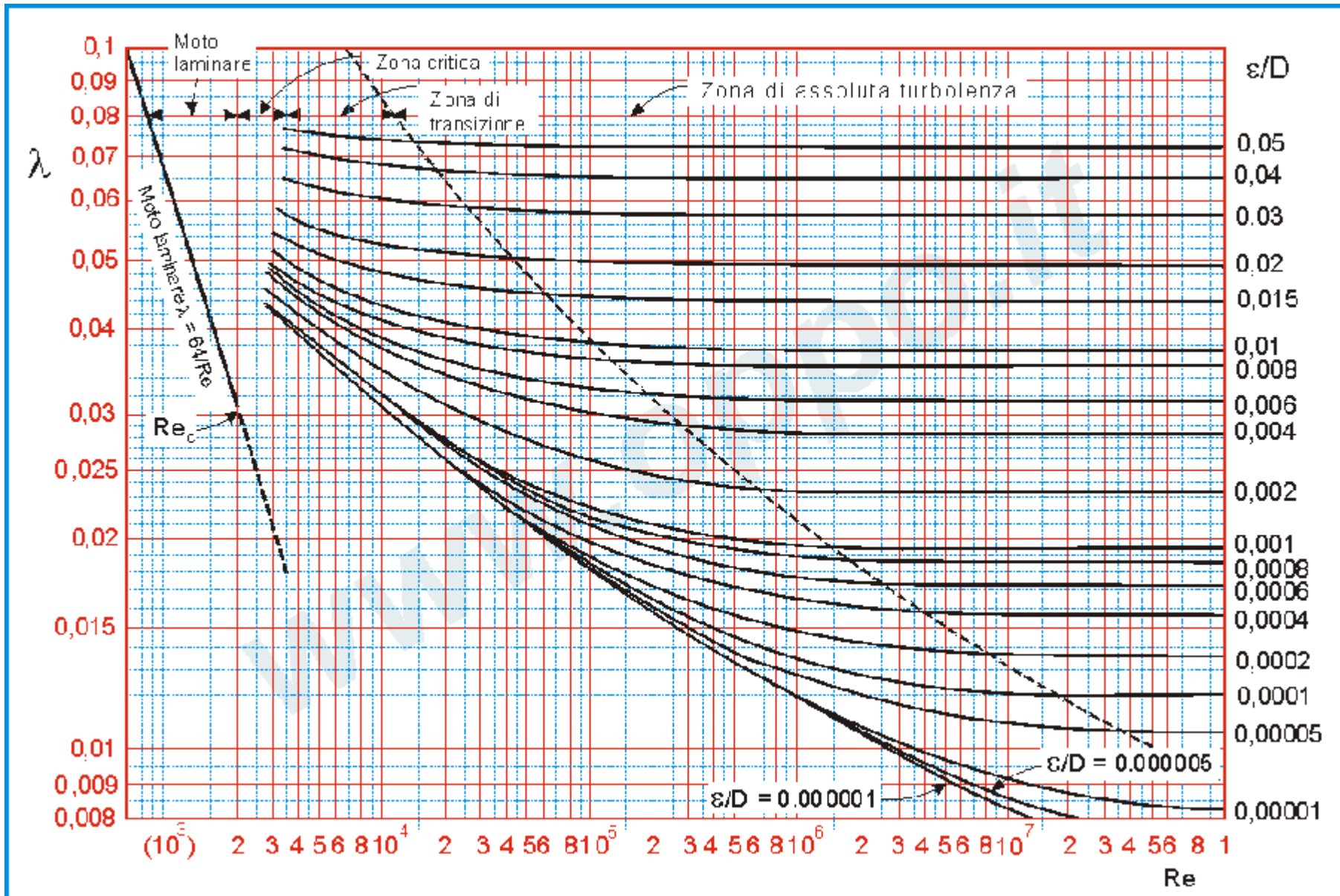


Figura 4.15: Abaco di Moody

Le perdite distribuite Y_d sono direttamente proporzionali alla quota cinetica e alla lunghezza del tubo, ed inversamente proporzionali al diametro del tubo. Per tubazioni circolari, detto λ (spesso è indicato anche come C_f) il **coefficiente d'attrito**, le perdite distribuite risultano:

$$Y_d = I \frac{V^2 L}{2g D} \quad (4.17)$$

Il coefficiente d'attrito λ è a sua volta funzione del numero di Reynolds e della rugosità relativa:

$$I = f(\text{Re}, e/D) \quad (4.18)$$

Nel caso in cui il moto all'interno del condotto sia laminare, esiste una soluzione analitica del moto che porta alla seguente espressione per il coefficiente d'attrito:

$$I = \frac{64}{\text{Re}} \quad (4.19)$$

dove il numero di Reynolds è espresso in funzione del diametro D :

$$\text{Re} = \frac{rVD}{m} \quad (4.20)$$

La relazione (4.19) è vera se e solo se il moto è laminare, e ciò è sicuramente verificato se $\text{Re} < 2000$. Per numeri di Reynolds maggiori il regime di moto all'interno delle tubazioni può diventare turbolento, a seconda anche della rugosità superficiale delle pareti interne del condotto. Per valori elevati del numero di Reynolds ($\text{Re} > 5 \cdot 10^5$), il moto si dice turbolento completamente sviluppato. In tali condizioni la dipendenza delle perdite dal numero di Reynolds diventa trascurabile, mentre resta la dipendenza dalla scabrezza relativa. Tuttavia, un legame analitico che permetta il calcolo del coefficiente d'attrito non esiste, e le informazioni disponibili sono di origine sperimentale. Tali informazioni sono raccolte in forma grafica nell'**Abaco di Moody**, riportato in figura 4.15, che fornisce appunto il valore del coefficiente d'attrito in funzione del numero di Reynolds e della scabrezza relativa.

Qualunque sia il regime di flusso (laminare, transizionale o turbolento completamente sviluppato), l'Abaco di Moody permette di valutare il coefficiente d'attrito che, a sua volta, permette di calcolare le perdite distribuite lungo i condotti tramite la (4.17). Sostituendo le espressioni delle perdite concentrate (4.16) e distribuite (4.17) nella relazione (4.15) si ricava:

$$H = H_g + \left(\sum x + I \frac{L}{D} \right) \frac{V^2}{2g} \quad (4.21)$$

D'altra parte, dall'espressione della portata è possibile esprimere la velocità dell'acqua nei condotti in funzione di quest'ultima:

$$V = \frac{Q}{A} \quad (4.22)$$

essendo A la sezione di passaggio del tubo. Sostituendo la relazione precedente nella (4.21) si ricava infine la curva di funzionamento dell'impianto, cioè la legge di variazione della prevalenza con la portata:

$$H = H_g + \left(\sum x + I \frac{L}{D} \right) \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (4.23)$$

Si nota come la curva di funzionamento dell'impianto appena trovata sia una parabola che interseca l'asse delle ordinate quando $H = H_g$, come mostrato qualitativamente in figura 4.16.

Si ricorda che la (4.23) è stata ricavata per un circuito in cui i due serbatoi, o bacini di monte e di valle, si trovano entrambi alla pressione atmosferica. Se uno, o entrambi, i serbatoi risultano in pressione, al salto geodetico e alle perdite andrà sommata la differenza di pressione esistente tra i due serbatoi:

$$H = H_g + \left(\sum x + I \frac{L}{D} \right) \frac{Q^2}{2gA^2} + \frac{p_2 - p_1}{rg} \quad (4.24)$$

Operativamente, il dimensionamento dell'impianto viene fatto per una ben precisa condizione di funzionamento, cioè per un ben preciso valore della portata. Nota la portata, per valutare le perdite è necessario fissare la sezione di passaggio dei tubi, e cioè il loro diametro. La scelta del diametro dei tubi deriva da un compromesso tra due aspetti contrastanti: piccoli valori del diametro comportano alte velocità dell'acqua, e quindi alte perdite e alti costi di esercizio. D'altra parte, elevati valori del diametro comportano tubi più pesanti, e quindi più costosi e quindi maggiori costi di investimento. Un buon compromesso risulta essere quello di limitare la velocità dell'acqua nelle tubazioni ad un valore inferiore ai 3 m/s.

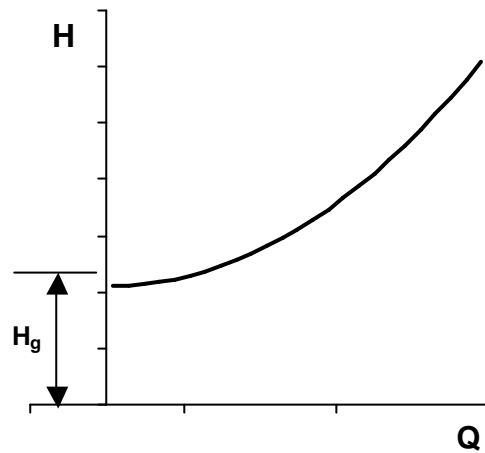


Figura 4.16: Curva caratteristica dell'impianto.

4.4. Accoppiamento macchina - impianto

Fin ora si sono analizzate separatamente le prestazioni di un impianto, cioè come varia la prevalenza richiesta da un impianto al variare della portata, e la curva caratteristica della pompa. Nella pratica, una volta inserita la macchina nell'impianto, il punto di funzionamento reale dell'impianto risulterà dall'intersezione tra la curva caratteristica dell'impianto e quella della macchina, così come schematicamente rappresentato dal punto 1 in figura 4.17. Nel punto 1 si ha il raggiungimento dell'equilibrio dinamico tra ciò che l'impianto richiede, e ciò che la macchina fornisce.

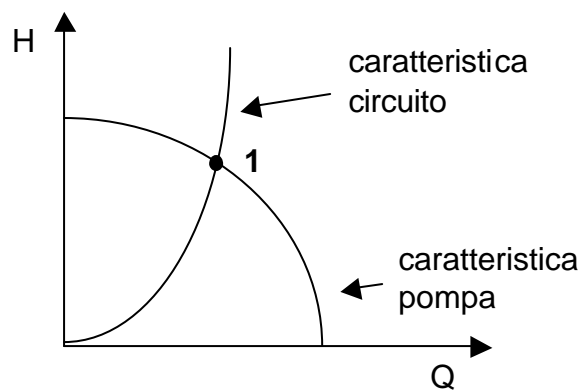


Figura 4.17: Punto di funzionamento.

Il punto di funzionamento dell'impianto può variare nel tempo se, all'interno delle tubazioni le perdite aumentano a causa di eventuali incrostazioni. Il punto di funzionamento può poi venire variato in due modi possibili: cambiando il regime di rotazione della pompa (figura 4.18b) o agendo sull'apertura di una valvola di intercettazione posta sulla tubazione (4.18a). In questo secondo caso, la presenza di una valvola nel condotto costituisce una perdita localizzata, perdita che sarà tanto maggiore quanto più la valvola verrà chiusa.

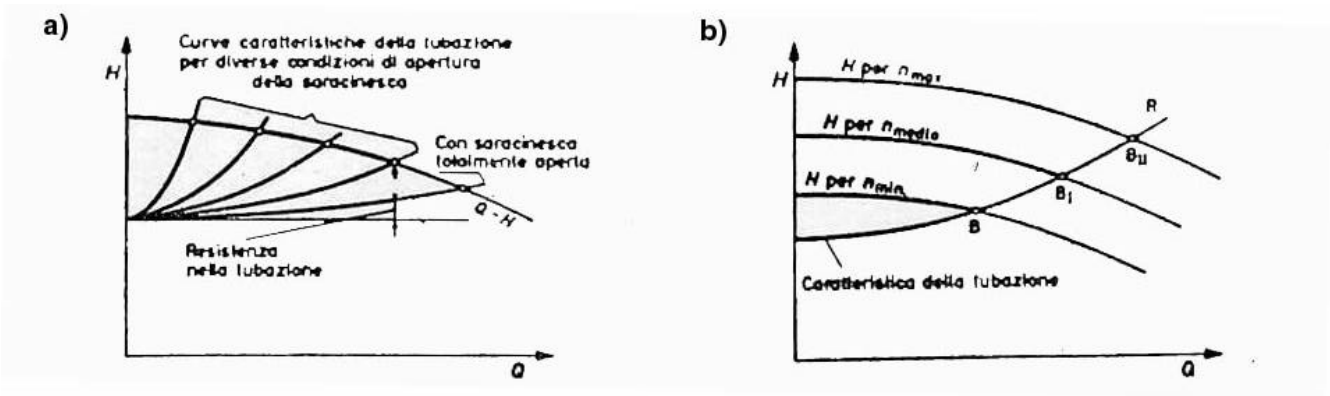


Figura 4.18: Regolazione del punto di funzionamento attraverso la variazione a) del grado di apertura di una valvola o b) del regime di rotazione della pompa.

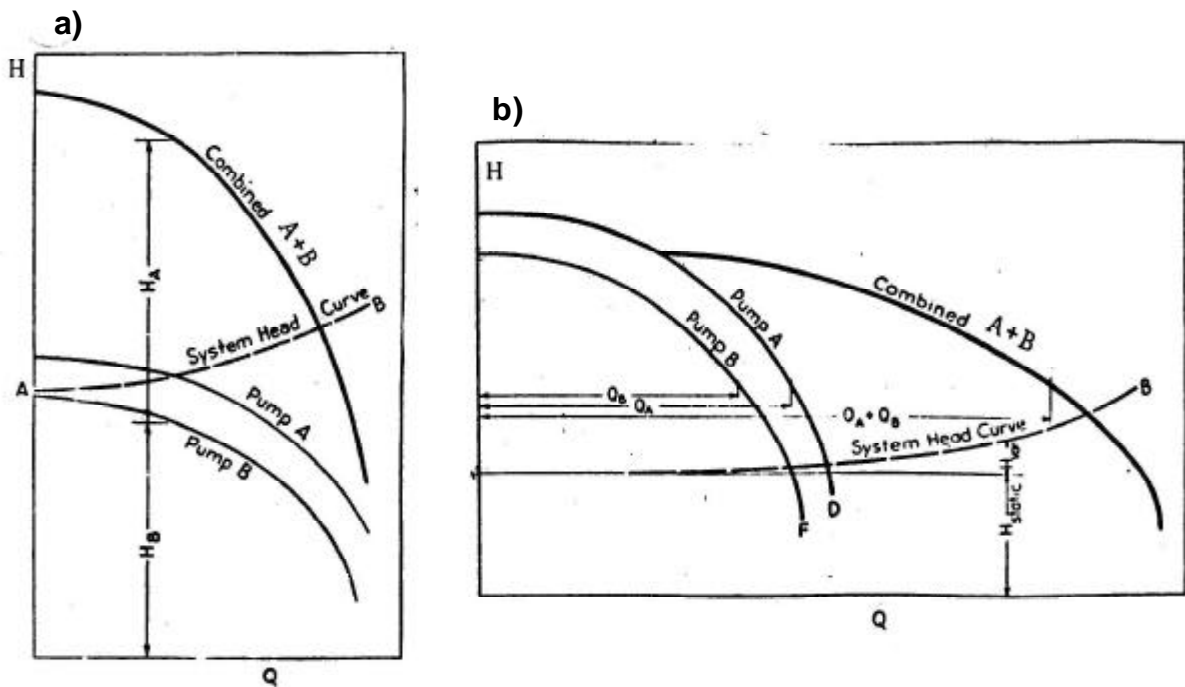


Figura 4.19: a) pompe in serie e b) pompe in parallelo.

E' poi possibile che la singola pompa non sia in grado da sola di fornire o tutta la portata o tutta la prevalenza richieste, o entrambe. In questi casi si ricorre alla configurazione in "serie" o in "parallelo". Nella configurazione in serie, ogni macchina viene attraversata dall'intera portata Q che percorre l'impianto; la prevalenza richiesta dall'impianto sarà invece pari alla somma delle prevalenze fornite dalle singole macchine. Il punto di funzionamento sarà quindi dato

dall'intersezione tra la curva dell'impianto e quella risultante dalla messa in serie delle macchine, così come evidenziato in figura 4.19a. Per ottenere tale curva basta sommare, a parità di portata, le prevalenze delle due macchine H_A e H_B .

Nel caso di disposizione delle macchine in parallelo, questa volta ogni macchina fornirà tutta la prevalenza richiesta dall'impianto, ma ognuna elaborerà solo una parte della portata. Anche in questo caso, il punto di funzionamento risulterà dall'intersezione tra la curva dell'impianto e quella risultante dalla messa in parallelo delle macchine così come schematizzato in figura 4.19b. Per ottenere tale curva basta ora sommare, a parità di prevalenza, le portate delle due macchine Q_A e Q_B .

Va infine notato come l'intersezione tra curva caratteristica della macchina e dell'impianto non sempre cada in condizioni di accoppiamento stabile. Quando infatti la pendenza della curva dell'impianto risulta minore rispetto a quella della pompa, così come mostrato dal punto B_1 in figura 4.20, l'accoppiamento non è più stabile, e insorgono fenomeni di instabilità. Se infatti, partendo dal punto B_1 , a causa dell'insorgere di un disturbo l'impianto richiede una maggior prevalenza, la pompa risponderà aumentando la portata. L'impianto reagirà aumentando ulteriormente la prevalenza richiesta, risultandone in un'amplificazione del disturbo originale e in un definitivo allontanamento dalle condizioni di funzionamento originali, fino al punto di massimo B_2 , o addirittura si verificherà un arresto del moto.

Ciò non avviene se il punto di funzionamento risulta essere il punto B in figura 4.20: se si genera un disturbo per cui l'impianto richiede una maggior prevalenza, la pompa ridurrà la portata elaborata, riportando il punto di funzionamento nella posizione originale.

Va infine detto come l'insorgere di una instabilità nel funzionamento, detto **pompaggio**, in realtà dipende da macchina a macchina, e dall'accoppiamento macchina – impianto. Esso infatti dipende dalla presenza, nella curva di funzionamento della pompa, di un massimo, ma anche dalla capacità di smorzamento delle piccole perturbazioni da parte dell'impianto.

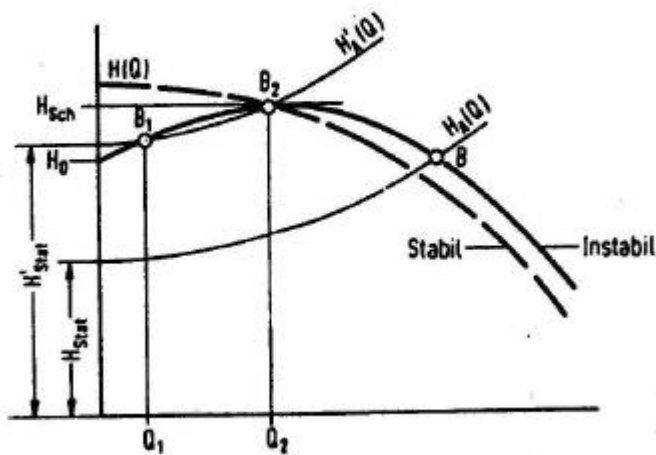


Figura 4.20: Stabilità di funzionamento di una pompa.

4.5. Cavitazione e altezza di aspirazione

Si ha cavitazione quando la pressione in un punto all'interno dell'impianto scende sotto la pressione di vapore. Se ciò accade, si creano delle bolle di vapore circondate dal liquido. Quando la pressione risale, il vapore condensa, mentre l'acqua circostante occuperà il volume lasciato libero dalle bolle. L'effetto è quello di una implosione delle bolle. Questa implosione è estremamente rapida e genera

delle onde di sovra-pressione. Se avviene in prossimità delle superfici palari, dà luogo ad un'azione meccanica sulle superfici stesse, risultandone in una veloce erosione.

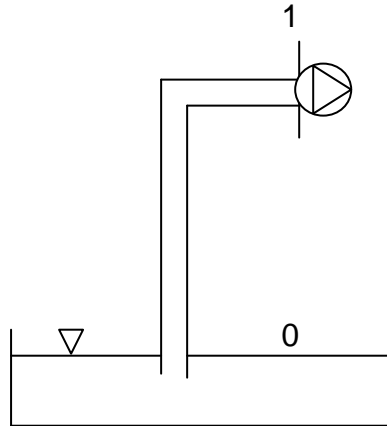


Figura 4.21: Altezza di aspirazione.

La pressione di vapore dipende dal tipo di fluido e dalla temperatura a cui si trova. A 100°C è dell'ordine dei 100 kPa, a 80°C si è già dimezzata (50 kPa), risultando inferiore ai 10 kPa per temperature dell'acqua pari a 40°C. Essa quindi diminuisce fortemente con la temperatura. Essa inoltre dipende dalla presenza o meno di gas disciolti nell'acqua.

Applichiamo l'equazione di conservazione dell'energia (equazione di Bernoulli) tra le condizioni 0 (pelo libero del serbatoio) e la flangia di aspirazione della macchina, indicata con 1 in figura 4.21:

$$gz_0 + \frac{\rho_0}{r} + \frac{V_0^2}{2} = gz_1 + \frac{\rho_1}{r} + \frac{V_1^2}{2} + gY_{01} \quad (4.25)$$

dove Y_{01} indica le perdite (concentrate e distribuite) di energia meccanica tra 0 e 1, e cioè nel condotto di aspirazione. La velocità di abbassamento del pelo libero V_0 è supposta trascurabile quando l'acqua viene aspirata da un serbatoio grande. Con questa ipotesi, l'equazione (4.25) si riduce alla forma seguente:

$$\frac{\rho_1}{rg} = \frac{\rho_{atm}}{rg} - h_{asp} - \frac{V_1^2}{2g} - Y_{01} \quad (4.26)$$

dove si è indicata con h_{asp} l'altezza di aspirazione, cioè la differenza di quota tra la flangia di aspirazione della macchina e il pelo libero del bacino di valle $z_1 - z_0$.

Perché non si verifichi cavitazione è necessario che sia $p_1 \geq p_v$. In realtà il punto a minima pressione non è proprio sulla flangia di ingresso della pompa, ma leggermente dentro la macchina. Anche se tra ingresso e uscita della pompa la pressione aumenta, localmente ci sono delle zone all'interno della macchina, vicine all'ingresso, in cui la pressione è minore rispetto all'ingresso. Quindi in realtà la pressione minima è inferiore rispetto alla pressione misurata alla flangia di aspirazione ($p_1 - \Delta p$). Perché non si verifichi cavitazione dovrà essere allora verificata la seguente disuguaglianza:

$$\frac{p_1 - \Delta p}{r} \geq \frac{p_v + p_g}{r} \quad (4.27)$$

dove p_g è la pressione parziale dei gas disciolti nell'acqua. In presenza di una bolla contenente una miscela di gas e vapore, il vapore non vede la pressione al contorno, ma la sua pressione parziale (ovvero la pressione che avrebbe se ci fosse solo lui nella bolla). La pressione al contorno è invece la somma algebrica delle pressioni parziali del gas e del vapore. In pratica, in presenza di gas disciolti nell'acqua, la cavitazione avviene prima.

Sostituendo la (4.26) nella (4.27) si ottiene:

$$\frac{p_{atm}}{rg} - h_{asp} - Y_{01} - \frac{p_v + p_g}{rg} \geq \frac{V_1^2}{2g} + \frac{\Delta p}{rg} \quad (4.28)$$

Tutti i termini a sinistra della disuguaglianza dipendono dall'impianto. Anche $\frac{p_v + p_g}{r}$, che dipende dal tipo di liquido aspirato e dalle condizioni di funzionamento (temperatura dell'acqua e pressione parziale dei gas disciolti). L'insieme di tali termini si chiama **NPSH** disponibile o dell'impianto, dall'inglese *Net Positive Suction Head* che, tradotto in italiano, significa prevalenza netta positiva in aspirazione.

Viceversa, i termini a destra del segno di disuguaglianza dipendono unicamente dal funzionamento della pompa, essendo Δp la caduta di pressione tra la flangia di aspirazione e il punto di minima pressione. Il loro insieme va sotto il nome di **NPSH** richiesto o della pompa. La relazione precedente quindi assume la forma seguente:

$$(NPSH)_{im} \geq (NPSH)_p \quad (4.29)$$

Il costruttore della pompa non può sapere a priori dove andrà installata la macchina, e quindi non può dare informazioni sulla parte a sinistra, ma solo sul termine a destra. Il costruttore prova la pompa su banco, e misura la pressione totale in ingresso alla pompa p_{t1} quando sta iniziando a cavitare (il che comporta un aumento del rumore, delle vibrazioni, e un crollo delle prestazioni). Ma, in condizioni di incipiente cavitazione, la pressione minima risulta esattamente uguale alla pressione di vapore, più quella dei gas disciolti:

$$\frac{p_{min}}{r} = \frac{p_1}{r} - \frac{\Delta p}{r} = \frac{p_v + p_g}{r} \quad (4.30)$$

La pressione totale misurata a banco in queste condizioni vale quindi:

$$\frac{p_{t1}}{r} = \frac{p_1}{r} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{V_1^2}{2} + \frac{\Delta p}{r} + \frac{p_v + p_g}{r} \quad (4.31)$$

Tale pressione totale viene depurata del termine $\frac{p_v + p_g}{r}$, per rendere il risultato indipendente dalle condizioni di prova e ottenere quindi una caratterizzazione del comportamento della pompa qualunque sia l'applicazione reale. Ciò che allora misura, e fornisce all'acquirente, è l'**NPSH** richiesto dalla pompa.

Se si considera una singola pompa (D fissato), e si pensa di farla ruotare a diverse velocità di rotazione, si avrà un valore dell'**NPSH** variabile a seconda del regime di rotazione. In particolare, la macchina andrà in cavitazione in corrispondenza delle alte portate; di conseguenza la curva caratteristica della pompa sulle alte portate è limitata dall'insorgere della cavitazione.

Una volta definito il tipo di pompa e le condizioni di funzionamento in cui dovrà operare, la scelta di dove andare effettivamente ad installare la macchina nell'impianto è allora imposta dalle considerazioni fatte in precedenza riguardo all'evitare l'insorgere della cavitazione. E' allora possibile valutare l'altezza massima di installazione della pompa semplicemente a partire dalla (4.28):

$$(h_{asp})_{max} = \frac{p_{atm} - (p_v + p_g)}{rg} - Y_{01} - (NPSH)_p \quad (4.32)$$

La pompa andrà quindi installata ad una distanza dal pelo libero del bacino di valle inferiore alla massima altezza di aspirazione consentita. Quando la massima altezza di aspirazione risulta negativa, si dice che la pompa va installata sotto battente.

Bibliografia

Macchine a fluido incomprimibile, C. Casci, Ed. Masson Italia Editori
Macchine Idrauliche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino

CAPITOLO 5

TEORIA DELLA SIMILITUDINE

5.1. Introduzione

La Teoria della Similitudine ha principalmente due utilizzi:

- estendere i risultati ottenuti testando una singola macchina ad altre condizioni operative o a una famiglia intera di macchine che, in entrambi i casi, soddisfino ben precisi criteri
- individuare, per ogni applicazione, la geometria della macchina che permetta di ottenere il massimo rendimento.

La Teoria della Similitudine asserisce che macchine che soddisfano la similitudine fluidodinamica hanno uguale rendimento. Affinché due macchine siano in similitudine devono essere soddisfatte le seguenti condizioni:

1. **Similitudine geometrica**: tutte le dimensioni devono essere in scala, in particolare diametri, altezze di pala, angoli, spessori.
2. **Similitudine cinematica**: stessi rapporti di velocità e quindi stessi triangoli di velocità.
3. **Similitudine dinamica**: stessi rapporti tra le forze, e quindi stesso numero di Reynolds.
4. **Stesso numero di Mach** (effetto della comprimibilità).

Se le quattro condizioni sono contemporaneamente verificate, allora le macchine si dicono **Simili** e hanno uguale rendimento.

Si ricorda che il numero di Reynolds è definito come:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} = \frac{\text{forze d'inerzia}}{\text{forze viscosive}} \quad (5.1)$$

dove L è una lunghezza caratteristica, V è la velocità del fluido, μ e ν sono rispettivamente la viscosità dinamica e cinematica.

Va osservato che la similitudine geometrica deve essere verificata su ogni scala. Questo comporta alcune limitazioni. In particolare, nel passaggio da macchine grandi a macchine piccole non sempre è possibile riprodurre in perfetta scala gli spessori (per limiti imposti dalle lavorazioni e dalla resistenza meccanica), i giochi (per i limiti imposti dalle dilatazioni) e la rugosità superficiale (per limiti imposti dalle lavorazioni). Conseguentemente, macchine piccole avranno un rendimento peggiore.

Altri limiti derivano dal fatto che, perché siano verificate contemporaneamente la similitudine cinematica e quella dinamica, i fluidi devono avere lo stesso comportamento termodinamico e volumetrico, e l'influenza del numero di Reynolds Re deve essere trascurabile. Il primo effetto risulta ininfluente se il fluido di lavoro è incomprimibile, mentre il secondo aspetto è verificato se il numero di Reynolds è maggiore di $5 \cdot 10^5$, cioè per moto turbolento completamente sviluppato.

5.2. Teorema P o di Buckingham

Vediamo più nel dettaglio la derivazione matematica di questa teoria, e gli strumenti che essa mette a disposizione per la risoluzione pratica di problemi di progettazione.

La Teoria della Similitudine si basa sul Teorema Π . Esso dice che, scelta una funzione obiettivo y_1 , descritta da n variabili:

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (5.2)$$

il fenomeno così rappresentato può essere studiato tramite una funzione f_1^* espressa in termini a-dimensionali:

$$\Pi y_1 = f_1^*(p_1, p_2, p_3, \dots, p_m) \quad (5.3)$$

dove il numero di parametri a-dimensionali m è pari a $n - q$, essendo q il numero di unità fondamentali (lunghezza L , tempo T , massa M e temperatura θ). Il Teorema Π permette quindi di ridurre il numero di variabili da controllare. Questo indipendentemente dalla forma matematica assunta dalle funzioni f_1 e f_1^* . Per conoscere tali funzioni sarà poi necessario ricorrere alla sperimentazione.

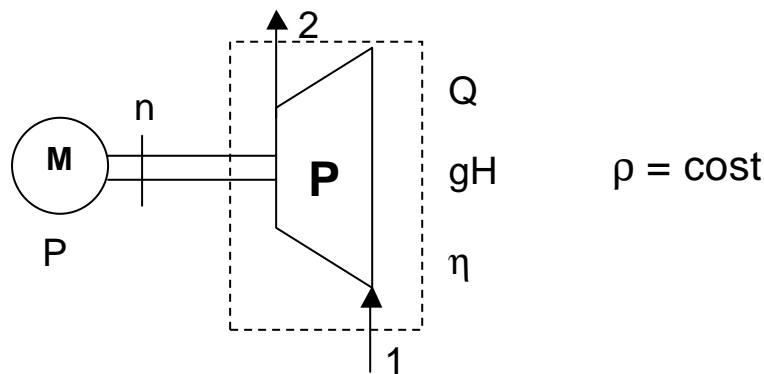


Figura 5.1. - Pompa

5.3. Analisi dimensionale: Pompa

Applichiamo il Teorema Π al caso di una pompa ($\rho = \text{costante}$). Con riferimento alla figura 5.1, consideriamo la macchina come una scatola chiusa e andiamo a controllare ingresso (sezione 1) e uscita (sezione 2). In queste sezioni misuriamo pressione, velocità e densità, in modo tale da poter calcolare la portata volumetrica Q , la prevalenza gH e il rendimento η . Supponiamo inoltre di ripetere le misure a diverse velocità di rotazione n della macchina.

Innanzitutto, bisogna individuare le **funzioni obiettivo**. Nel caso della pompa, abbiamo visto come il suo funzionamento sia noto se si conoscono la prevalenza gH , il rendimento η e la potenza assorbita P . Bisogna quindi identificare le grandezze da cui queste tre variabili dipendono: si distingue tra:

- **variabili geometriche:** $\{L_i\}, D$, dove la prima è composta da una serie di parametri geometrici che permettono di eseguire la macchina in officina, mentre il secondo è il diametro esterno della girante.
- **variabili del fluido:** ρ, μ (viscosità); definiscono univocamente il fluido.
- **variabili di controllo:** n e Q ; al loro variare definiscono univocamente tutti i parametri della macchina.

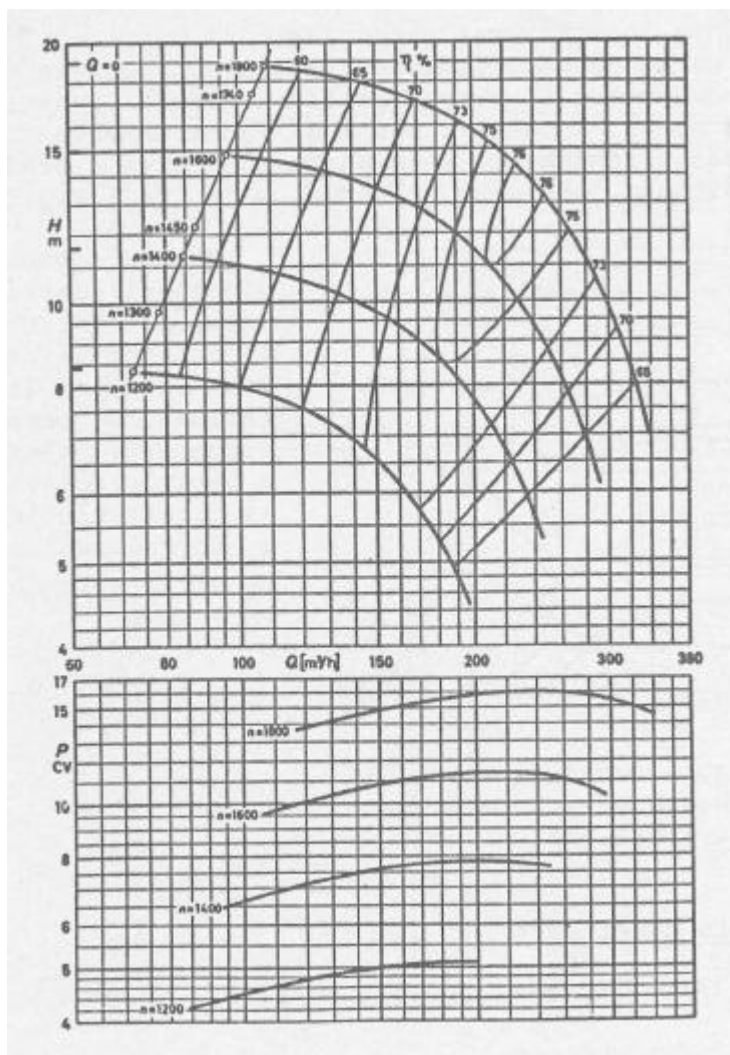


Figura 5.2. Curve caratteristiche di una pompa.

Il funzionamento della macchina è quindi descritto dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
 gH &= f_1(n, Q, r, \mathbf{m}\{L_i\}, D) \\
 h &= f_2(n, Q, r, \mathbf{m}\{L_i\}, D) \\
 P &= f_3(n, Q, r, \mathbf{m}\{L_i\}, D)
 \end{aligned}
 \tag{5.4}$$

che, in forma compatta, diventano:

$$\begin{pmatrix} gH \\ h \\ P \end{pmatrix} = f_{1,2,3}(n, Q, r, \mathbf{m}\{L_i\}, D)
 \tag{5.5}$$

Si hanno quindi 7 variabili (di volta in volta 6 indipendenti e 1 obiettivo) e 3 unità fondamentali, avendo considerato un caso incomprimibile. Da un punto di vista grafico, il legame espresso dalla relazione (5.5) non è altro che la famiglia di curve di funzionamento della pompa, già ricavate nel Capitolo 4, che sono richiamate in figura 5.2.

Il Teorema II dice che è possibile ottenere tre nuove relazioni funzionali dipendenti da 4 parametri a-dimensionali. Al posto di utilizzare L, T, M scelgo una terna di grandezze indipendenti più appropriata:

- D (ha le dimensioni di una lunghezza [L]) al posto di L
- n (ha le dimensioni di [T⁻¹]) al posto di T

- ρ (ha le dimensioni di $[ML^{-3}]$) al posto di M

La normalizzazione dei vari termini porta ad introdurre i seguenti parametri:

- da gH [$J/kg = m^2/s^2$] $\rightarrow \Psi = \frac{gH}{n^2 D^2}$ (5.6)

- da Q [$m^3/s = m^3/s$] $\rightarrow \Phi = \frac{Q}{nD^3}$ (5.7)

- da P [$W = kg\ m^2/s^3$] $\rightarrow \hat{P} = \frac{P}{rn^3 D^5}$ (5.8)

- da μ [$kg/(ms)$] $\rightarrow \frac{1}{Re} = \frac{m}{rnD^2}$ (5.9)

- da $\{L_i\}$ [m] $\rightarrow \hat{L}_i = \frac{\{L_i\}}{D}$ (5.10)

dove n va espresso, a seconda della definizione prescelta, in cicli/sec o in rad/s. L'analisi dimensionale porta quindi alla seguente relazione:

$$\begin{pmatrix} \Psi \\ \mathbf{h} \\ \hat{P} \end{pmatrix} = f_{1,2,3}^* (\Phi, Re, \hat{L}_i) \quad (5.11)$$

Per due macchine simili (cioè che soddisfano le quattro condizioni richieste dalla similitudine), oppure per la singola macchina (per due suoi punti di funzionamento in similitudine tra loro e che quindi presentano lo stesso rendimento), la relazione (5.11) diventa:

$$\begin{pmatrix} \Psi \\ \mathbf{h} \\ \hat{P} \end{pmatrix} = f_{1,2,3}^* (\Phi) \quad (5.12)$$

Se si applica quanto appena visto alla singola macchina, si vede che la famiglia di curve portata – prevalenza al variare del numero di giri, se trasformate in forma a-dimensionale tramite le relazioni (5.6) e (5.7), corrispondono ad un'unica curva in termini dei parametri ϕ e ψ (equazione (5.12)), così come esplicitato in figura 5.3. Tali parametri si chiamano rispettivamente **coefficiente di portata e di prevalenza**. Ogni punto appartenente a detta curva avrà un ben preciso rendimento, che quindi cambia lungo la curva. Sarà infine possibile individuare il punto di massimo rendimento.

Nella realtà le variabili obiettivo sono solo due (gH e η), essendo possibile ricavare la potenza in funzione delle altre due. Per una pompa, la potenza reale assorbita all'albero della macchina vale:

$$P = \frac{rQgH}{h} \quad (5.13)$$

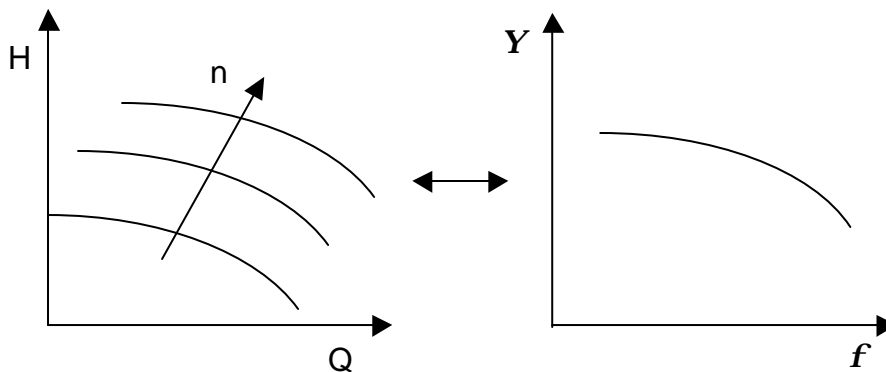


Figura 5.3. Curva caratteristica a-dimensionale di una pompa.

Sostituendo la (5.13) nell'espressione della \hat{P} si ricava, dopo alcuni passaggi:

$$\hat{P} = \frac{QgH}{hD^5 n^3} = \frac{1}{h} \frac{Q}{nD^3} \frac{gH}{n^2 D^2} = \frac{1}{h} \Phi \Psi = \Phi \frac{f_1^*(\Phi)}{f_2^*(\Phi)} \quad (5.14)$$

Si ricorda che due macchine simili devono realizzare gli stessi triangoli di velocità, cioè gli stessi scambi energetici con il fluido. Ciò inoltre vuol dire avere uguale rendimento e quindi stessi valori di Φ e Ψ . Si sottolinea inoltre che detta Teoria non dice nulla su come queste funzioni siano fatte. La loro forma potrà essere ricavata attraverso la sperimentazione o la simulazione numerica.

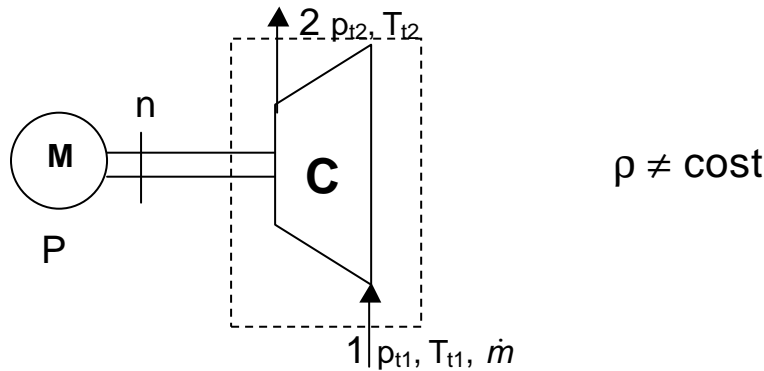


Figura 5.4. Compressore

5.4. Analisi dimensionale: Compressore

Ripetiamo quanto appena fatto per la pompa nel caso di una macchina operatrice operante su un fluido comprimibile, come un compressore assiale. Consideriamo ancora la macchina come una scatola nera (figura 5.4), e andiamo a misurare pressione e temperatura totali in ingresso ed uscita, portata in massa, potenza assorbita e numero di giri. Supponiamo inoltre, come già fatto in precedenza, di ripetere le misure a diverse velocità di rotazione n della macchina.

Nel caso di macchina operante su fluido comprimibile, il lavoro scambiato tra macchina e fluido è funzione della differenza di entalpia totale a cavallo della macchina che, per un gas perfetto, è a sua volta funzione della variazione di temperatura totale e del rapporto di compressione. Le variabili dipendenti saranno allora la pressione totale allo scarico p_{t2} , il rendimento η e la differenza di temperatura totale a cavallo della macchina ΔT_t .

Bisogna quindi identificare le grandezze da cui queste tre variabili dipendono:

- variabili geometriche: $\{L_i\}, D$.
- variabili del fluido: $p_{t1}, T_{t1}, \mu, R, \gamma$; le ultime due nel caso di gas perfetto.
- variabili di controllo: n e \dot{m} .

Si ricava quindi una funzione obiettivo della forma seguente:

$$\begin{pmatrix} p_{t2} \\ \mathbf{h} \\ \Delta T_t \end{pmatrix} = f_{1,2,3}(n, \dot{m}, p_{t1}, T_{t1}, \mathbf{m}, R, \mathbf{g}, \{L_i\}, D) \quad (5.15)$$

Applicando l'analisi dimensionale alla relazione precedente, introducendo opportuni gruppi adimensionali, si ricava:

$$\begin{pmatrix} \frac{p_{t2}}{p_{t1}} \\ \mathbf{h} \\ \frac{\Delta T_t}{T_{t1}} \end{pmatrix} = f_{4,5,6} \left(\frac{\dot{m}n}{\rho_{t1}D}, \frac{\dot{m}n}{\rho_{t1}}, \frac{RT_{t1}}{D^2n^2}, \mathbf{g}, \hat{L}_i \right) \quad (5.16)$$

Analizzando i diversi termini che compaiono tra parentesi nella relazione (5.16) si osserva come il terzo gruppo a-dimensionale sia proporzionale al numero di Mach e il secondo al numero di Reynolds. Il primo gruppo viene detto *portata corretta*, e trasformato nella forma seguente:

$$\frac{\dot{m}n}{\rho_{t1}D} = \frac{\dot{m}nD}{\rho_{t1}D^2} = \frac{\dot{m}\sqrt{RT_{t1}}}{\rho_{t1}D^2} \quad (5.17)$$

essendo, per un gas perfetto, $RT_t \propto D^2n^2$ attraverso il numero di Mach.

Nell'ipotesi che sia verificata la similitudine geometrica e di Reynolds la (5.16) si semplifica:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_t \\ \mathbf{h} \end{pmatrix} = f_{4,5,6} \left(\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{t1}}}{\rho_{t1}D^2}, \frac{Dn}{\sqrt{RT_{t1}}}, \mathbf{g} \right) \quad (5.18)$$

essendo β_t il rapporto tra le pressioni totali a cavallo della macchina. La figura 5.5 riporta, a titolo di esempio, le curve caratteristiche di un compressore assiale, in cui sono rappresentate sia le curve portata corretta – rapporto di compressione totale al variare del regime di rotazione, sia le curve collinari del rendimento.

Si nota come la comprimibilità del fluido faccia sì che si abbiano curve diverse, e non più una sola: tali curve testimoniano infatti l'influenza del numero di Mach. Le curve che si sono ricavate rappresentano il funzionamento di una generica macchina. Se però esse si riferiscono ad una singola macchina, e quindi ad una ben precisa geometria, e ad un ben preciso fluido, è possibile eliminare la dipendenza dal diametro e dal tipo di fluido.

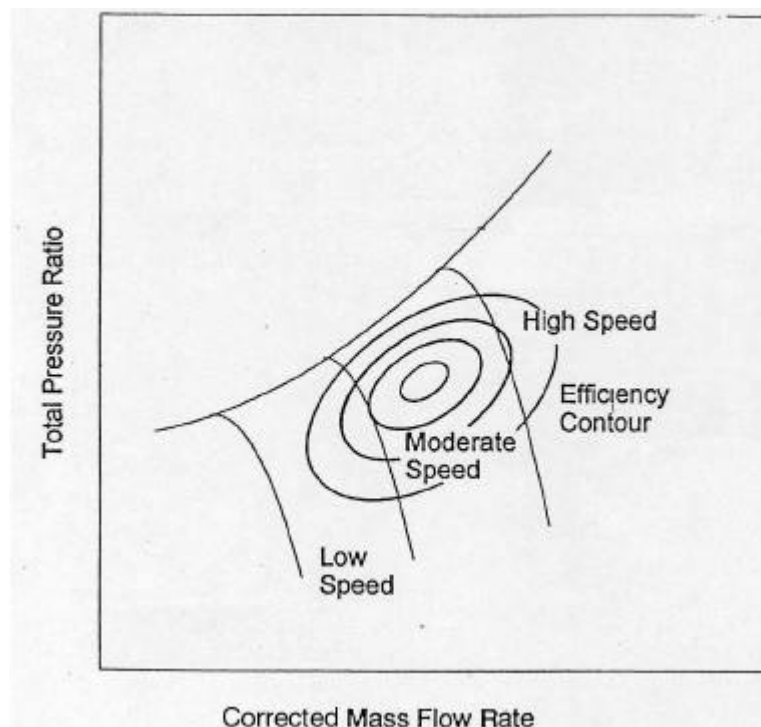


Figura 5.5. Curva caratteristica a-dimensionale di un compressore.

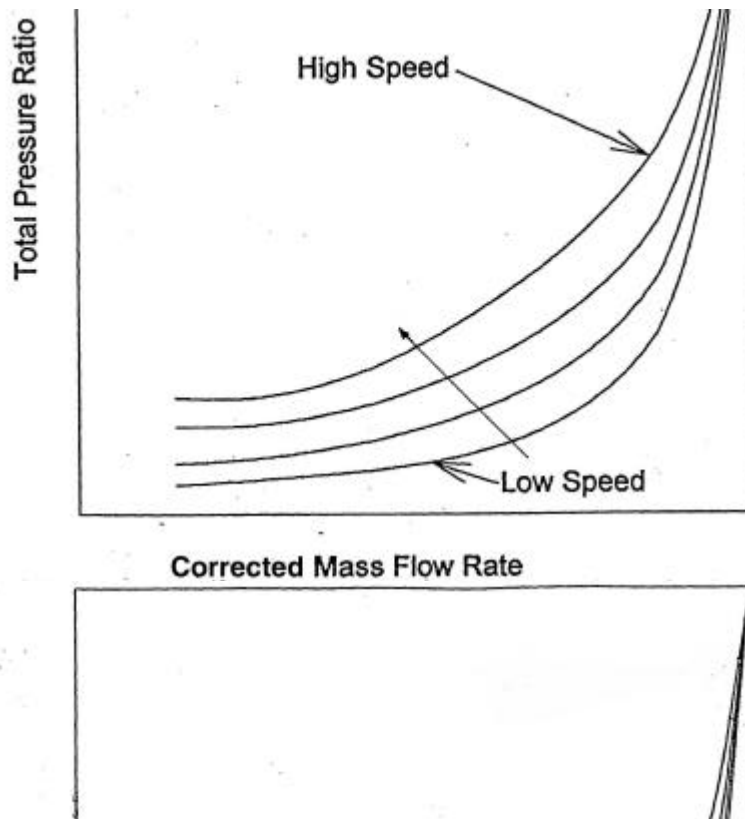


Figura 5.6. Curva caratteristica a-dimensionale di una turbina operante su fluido comprimibile.

Il caso della turbina operante su fluido comprimibile è del tutto analogo, così come i parametri a-dimensionali coinvolti nella descrizione del suo funzionamento. Per completezza, in figura 5.6 viene riportato un esempio di curve caratteristiche di una turbina.

5.5. Numero di giri specifico e diametro specifico

Consideriamo ancora il caso della pompa. Si definisce **Numero di Giri Specifico** n_s il seguente parametro non-dimensionale:

$$n_s = \frac{(\Phi)^x}{(\Psi)^y} = \frac{Q^x}{n^x D^{3x}} \frac{n^{2y} D^{2y}}{(gH)^y} \quad (5.19)$$

Gli esponenti x ed y vengono scelti in maniera tale da eliminare la dipendenza esplicita dalla geometria, cioè da D . Con alcuni passaggi si ricava:

$$n_s = n \frac{\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} \quad (5.20)$$

In maniera del tutto analoga si definisce anche il diametro specifico D_s :

$$D_s = D \frac{(gH)^{1/4}}{\sqrt{Q}} \quad (5.21)$$

Nelle relazioni precedenti tutti i termini vanno espressi in unità di misura del sistema internazionale. Quindi n va espresso in [cicli/sec], Q in [m^3 /sec], gH in [J/kg] e D in [m], essendo quest'ultimo il diametro esterno della girante, rappresentativo dell'ingombro della macchina.

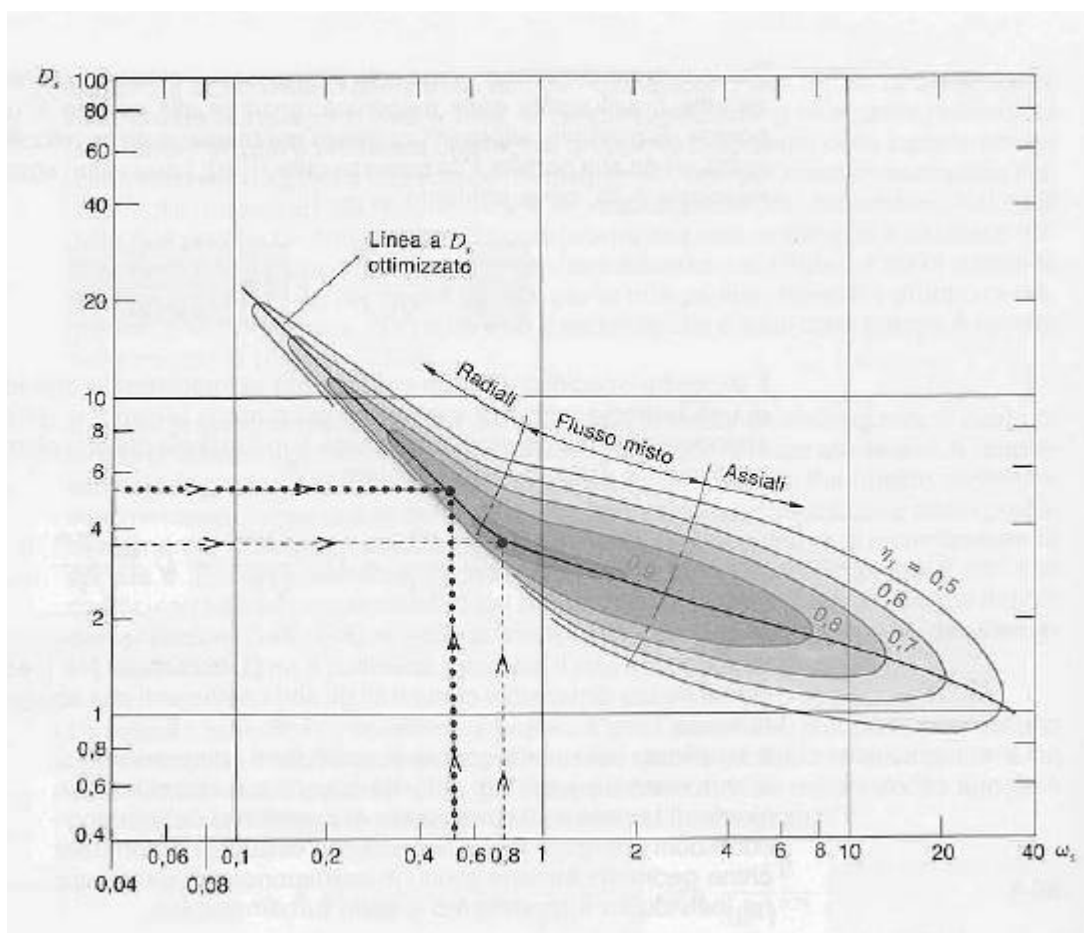


Figura 5.7. Diagramma di Balje $D_s - w_s$ per pompe mono-stadio, con linee iso-rendimento idraulico.

In letteratura esistono diverse formulazioni del numero di giri specifico. Un'altra possibile definizione coinvolge, al posto del numero di giri, la velocità angolare ω :

$$\boxed{w_s = \omega \frac{\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}}} \quad (5.22)$$

Si è visto come macchine simili, così come punti di funzionamento della singola macchina simili, presentino gli stessi valori dei coefficienti di portata e di prevalenza, oltre che lo stesso rendimento. Dalle definizioni di numero di giri e diametro specifici ne deriva che macchine simili presentano anche lo stesso valore di detti parametri. Quindi, il numero di giri specifico individua una famiglia di macchine simili. La figura 5.7 riporta, per il caso delle pompe, il **Diagramma di Balje**, di origine empirica, che riporta l'andamento dei parametri $\omega_s - D_s$ e del rendimento idraulico per differenti possibili geometrie di pompe, da quelle radiali, a quelle a flusso misto, fino alle pompe assiali. Nel diagramma di Balje è inoltre tracciata la linea che unisce i punti aventi, fissato ω_s , il massimo rendimento. Tale linea individua quella che è la geometria (e cioè il D_s) ottima per un ben preciso valore del numero di giri specifico. Il risultato di tale procedimento di estrazione della linea ottimizzata è riportato in figura 5.8.

Il processo di scelta della macchina ottima per una certa applicazione passa attraverso un procedimento di ottimizzazione in cui sono note da un lato le caratteristiche dell'impianto in cui la macchina va installata, e cioè portata e prevalenza, ed è necessario dall'altro scegliere il regime di rotazione, e cioè n , e i parametri geometrici a-dimensionali che definiscono la macchina (ℓ/D , D_1/D_2 , α , β essendo ℓ l'altezza di pala, D_1 e D_2 i diametri all'ingresso e all'uscita della macchina, α

e β gli angoli d'uscita delle palette dello statore e del rotore rispettivamente). Scegliere l' ω_s lega impianto e macchina perché, associato ad ogni valore di ω_s , si ha una famiglia di macchine a geometria ottimizzata, che cioè hanno un ben preciso valore di D_s (fissa i parametri geometrici in termini di rapporti a-dimensionali e gli angoli) che, per quella applicazione, fornisce il massimo rendimento. Grazie alla Teoria della Similitudine, tutte le macchine (di diversa geometria e potenza) che avranno lo stesso ω_s avranno anche lo stesso rendimento, che sarà il massimo possibile per quell'applicazione. Saranno poi anche altri tipi di considerazioni (economiche, di ingombri ecc.) che incideranno sulla scelta definitiva.

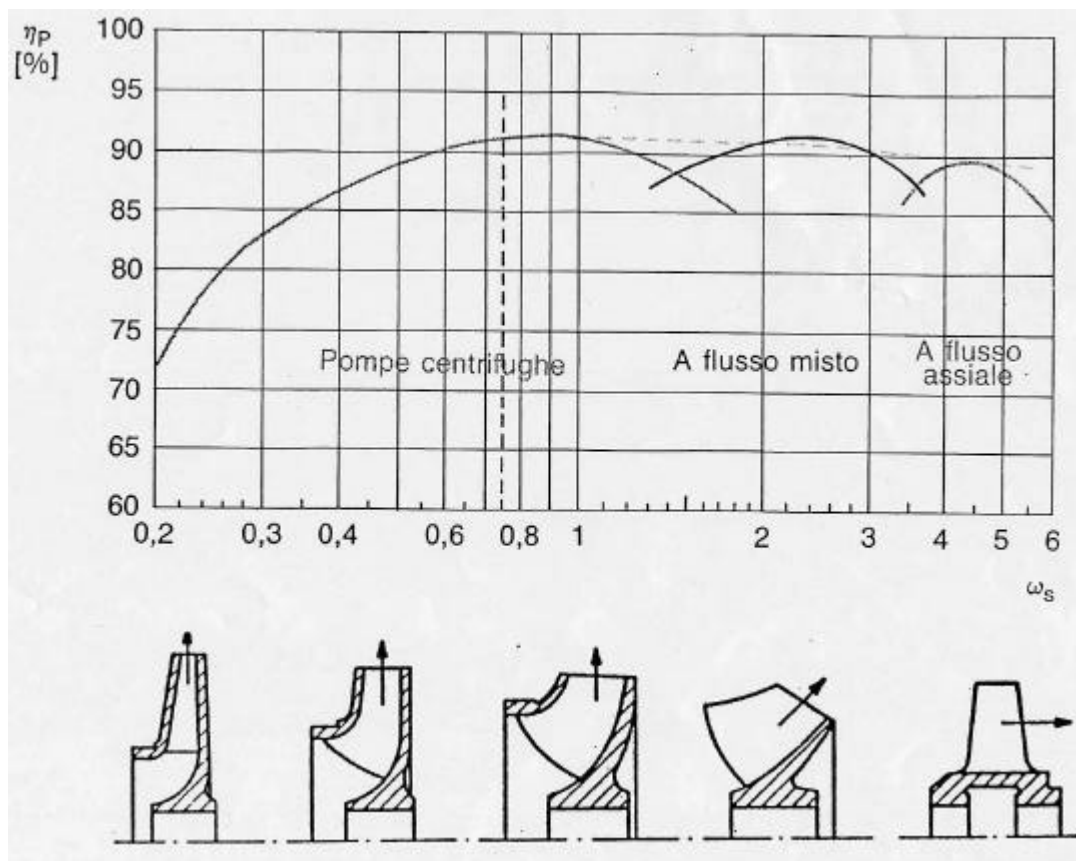


Figura 5.8 *Rendimento in funzione di ω_s per geometrie ottimizzate.*

Operativamente parlando, il processo di scelta della macchina ottima può in pratica essere condotto in due modi distinti. Una prima possibilità consiste nell'utilizzare la Teoria della Similitudine inserita in un processo di ottimizzazione; note le caratteristiche dell'impianto, essa infatti fornisce un modello matematico che, attraverso algoritmi di ottimizzazione, permette di ottenere la geometria ottima, cioè quella combinazione dei parametri a-dimensionali (l/D , D_1/D_2 , α , β) e del numero di giri per cui il rendimento è massimo.

Una seconda strada si basa sull'impiego di informazioni derivanti da altre macchine già costruite e testate, che hanno permesso di tracciare diagrammi del tipo di quello di Balje riportato in Figura 5.7. Nel passato infatti sono stati raccolti dati di origine sperimentale sul funzionamento di numerose macchine. A partire da questi dati sono state costruite delle curve che forniscono i valori del rendimento ottimo in funzione del numero di giri specifico per le diverse tipologie di macchine. La Figura 5.8 riporta tali curve, relativamente al caso delle pompe. In questo grafico si distinguono tre zone: per bassi valori di ω_s si hanno le macchine lente cioè che elaborano basse portate ma forniscono alte prevalenze (pompe centrifughe). Per valori crescenti di ω_s si incontrano dapprima le

macchine a flusso misto e quindi quelle assiali, che elaborano bassi salti ma grandi portate. Dalla figura si vede inoltre come, al variare del numero di giri specifici vari la geometria della macchina. Grafici analoghi esistono anche per le turbine idrauliche e per i compressori.

Il numero di giri specifico, così come il diametro specifico, possono essere usati, oltre che per la scelta della geometria ottima per una ben precisa applicazione, anche per determinare un legame tra punti di funzionamento diversi della singola macchina, ma tra loro simili. E' infatti possibile tracciare, ad esempio nel piano caratteristico della pompa, le curve a ω_s costante, così come mostrato in figura 5.9. Dette curve sono delle parabole passanti per l'origine. Tutti i punti di funzionamento di una macchina, per quanto caratterizzati da diversi regimi di rotazione, che intersecano la curva a ω_s costante, sono tra loro simili, e quindi presentano uguale rendimento.

E' allora possibile, nota la curva caratteristica ad un definito regime di rotazione n_1 , determinare la curva caratteristica per un qualunque altro regime n . La curva di funzionamento della pompa, così come ricavata nel Capitolo precedente, ha la forma seguente:

$$gH_1 = A - BQ_1^2 \quad (5.23)$$

essendo le costanti A e B funzione della geometria della macchina e del regime di rotazione. La relazione precedente può facilmente essere riscritta in termini dei parametri a-dimensionali di portata Φ e prevalenza Ψ , utilizzando i valori noti al regime di rotazione n_1 :

$$\frac{gH_1}{n_1^2 D^2} = \frac{A}{n_1^2 D^2} - (BD^4) \frac{Q_1^2}{n_1^2 D^6} \quad (5.24)$$

che, esplicitando i coefficienti di portata e prevalenza diventa:

$$\Psi = \frac{A}{n_1^2 D^2} - (BD^4) \Phi^2 \quad (5.25)$$

E' allora possibile ricavare la curva di funzionamento della macchina per il generico regime di rotazione, semplicemente ricordando che, per punti tra loro simili, i parametri a-dimensionali restano costanti:

$$\frac{gH_1}{n_1^2} = \frac{gH}{n^2} \quad (5.26)$$

$$\frac{Q_1^2}{n_1^2} = \frac{Q^2}{n^2} \quad (5.27)$$

che, sostituite nella (5.24), forniscono:

$$gH = A \frac{n^2}{n_1^2} - BQ^2 \quad (5.28)$$

Allo stesso risultato si poteva giungere considerando, al posto dei coefficienti di portata e prevalenza, il numero di giri specifico.

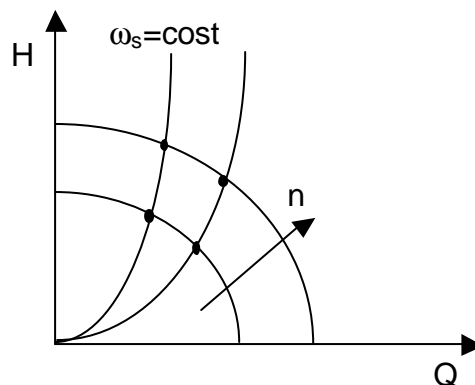


Figura 5.9 Curve a ω_s costante nel piano H - Q di una pompa.

5.6. Limiti di validità

Si è detto come, nella realtà, la Teoria della Similitudine sia valida solo sotto ben determinate ipotesi, spesso difficilmente realizzabili. Per le macchine idrauliche, la similitudine cessa di essere valida alle alte velocità ($\Phi > 0.06$) perché l'insorgere della cavitazione fa sì che la similitudine geometrica e dinamica non siano più verificate. Viceversa, a bassa velocità ($\Phi < 0.02$), l'influenza del numero di Reynolds può non essere trascurabile, e quindi la similitudine dinamica non è più verificata.

Per quanto invece riguarda i limiti di validità riguardanti la similitudine geometrica e, per le macchine termiche, l'influenza del numero di Mach (comprimibilità) e del numero di Reynolds, è possibile estendere il campo di validità dei risultati ottenuti in precedenza a patto di introdurre dei fattori correttivi.

Gli effetti di taglia vengono tenuti in considerazione introducendo il **parametro di Taglia VHC** (ha le dimensioni di una lunghezza) così definito:

$$VHC = \frac{\sqrt{Q_2}}{(gH)^{1/4}} \quad (5.29)$$

Per tenere conto degli effetti della comprimibilità, che si traduce da un lato in una variazione della densità del fluido e dall'altro in una variazione delle perdite conseguente alla variazione del numero di Mach, si introduce un nuovo parametro dato dal rapporto tra le portate volumetriche in uscita e ingresso alla macchina.

Gli effetti di Re vengono invece comunque trascurati. Ne risulta quindi una Teoria della Similitudine corretta, che tiene conto del fatto che la similitudine geometrica non sempre è verificata e che la comprimibilità del fluido può giocare un ruolo non trascurabile. Allora, perché due macchine possano essere considerate simili, dovranno avere lo stesso valore dei seguenti parametri:

$$n_s; \quad \frac{Q_2}{Q_1}; \quad VHC \text{ con } Re > 5 \cdot 10^5$$

Si ricorda che la prevalenza gH non è altro che il lavoro ideale scambiato tra fluido e macchina. Nel caso di macchina termica, cioè operante con fluido comprimibile, in tutte le espressioni precedenti al posto della prevalenza va sostituito il salto entalpico isentropico a cavallo della macchina:

$$n_s = n \frac{\sqrt{Q}}{(\Delta h_s)^{3/4}} \quad (5.30)$$

$$VHC = \frac{\sqrt{Q_2}}{(\Delta h_s)^{1/4}} \quad (5.31)$$

Nel calcolo del numero di giri caratteristico tramite la (5.30) infine, la portata volumetrica Q va calcolata in ingresso alla macchina, se questa è operatrice (compressore), e in uscita se invece è una macchina motrice (turbina).

Bibliografia

Macchine a fluido incomprimibile, C. Casci, Ed. Masson Italia Editori
Macchine Idrauliche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino

CAPITOLO 6

IMPIANTI IDROELETTRICI

6.1. Introduzione

In questo capitolo analizzeremo gli impianti idroelettrici. Si determinerà la prevalenza disponibile all'impianto e si discuteranno le turbine idrauliche più diffuse (Pelton, Francis e Kaplan). Le turbine idrauliche sono macchine motrici che trasformano l'energia potenziale geodetica (di posizione nel campo gravitazionale) in energia meccanica.

Si ricorda innanzi tutto che, a differenza delle macchine termiche, le turbine idrauliche sono macchine mono-stadio, hanno elevate potenze a causa delle grandi portate massiche elaborate (ρ molto elevato), pur essendo caratterizzate da bassa energia per unità di massa. Si ricordi infatti che, nel caso ideale, il lavoro scambiato tra fluido e macchina, con le opportune semplificazioni, può essere calcolato come, essendo $\rho = \text{cost}$:

$$L_{id} = \int v dp = \frac{\Delta p}{r} \quad (6.1)$$

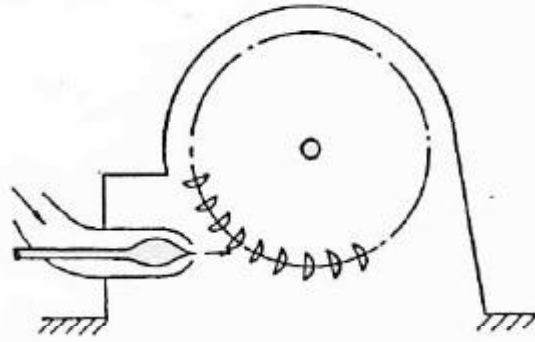
Essendo la densità dell'acqua molto più grande di quella dell'aria (1000 kg/m^3 contro 1.2 dell'aria), è evidente come, a parità di differenza di pressione, le turbine idrauliche siano caratterizzate da minori energie per unità di massa. Ciò si traduce nel fatto che le velocità in gioco nelle macchine idrauliche sono basse rispetto a quelle presenti nelle macchine termiche, basti pensare all'espressione del lavoro di Eulero:

$$L_{eu} = L_r = U_1 V_{1t} - U_2 V_{2t} \quad (6.2)$$

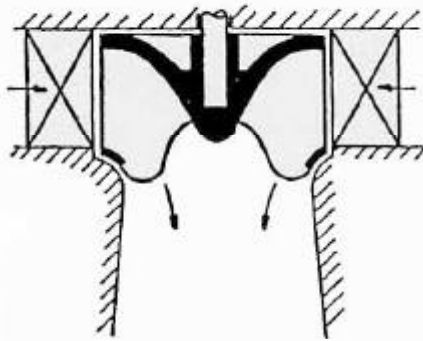
Ciò nonostante gli sforzi meccanici sulle palettature sono elevati.

La scelta di una tipologia di macchina piuttosto che di un'altra è legata alle caratteristiche dell'impianto in cui questa deve essere installata, e cioè portata e prevalenza disponibili. Le turbine **Pelton** trovano applicazione in impianti in cui ad alti salti ($200 - 1750 \text{ m}$) siano accoppiate basse portate ($0.5 - 20 \text{ m}^3/\text{s}$). All'estremo opposto, e cioè per grandi portate e bassi salti, si trovano le turbine **Kaplan** o **eliche** ($3 - 40 \text{ m}$; $7 - 400 \text{ m}^3/\text{s}$), mentre in tutte le condizioni intermedie si preferisce optare per le **Francis** ($20 - 400 \text{ m}$; $2 - 150 \text{ m}^3/\text{s}$). Un esempio della loro geometria è riportato in figura 6.1. Si nota come la turbina Pelton possa essere considerata una macchina assiale, trovandosi il fluido ad una distanza costante dall'asse di rotazione, anche se il fluido si muove su un piano tangenziale-assiale. Essa è inoltre una macchina ad azione, essendo la girante libera in atmosfera, e quindi operante a pressione costante e ad ammissione parziale, cioè non tutte le pale lavorano contemporaneamente. La turbina Francis è invece una macchina a flusso misto centripeta, mentre l'elica è una macchina a flusso assiale.

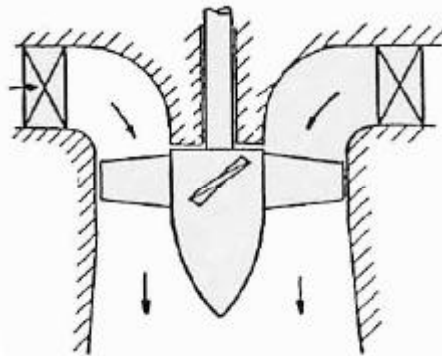
La Teoria della Similitudine fornisce, anche nel caso delle turbine idrauliche, uno strumento utile nella fase di selezione della geometria ottima per ogni particolare applicazione. In analogia a quanto visto nel Capitolo 5 relativamente alle pompe, anche per le turbine idrauliche sono stati tracciati dei grafici di origine empirica analoghi al Diagramma di Baljé (figura 6.2). La figura 6.3 riporta come varia il rendimento al variare del numero di giri specifico, e quindi della tipologia di macchina, per geometrie ottimizzate. Per ogni tipologia di macchina è poi possibile associare a ciascun numero di giri specifico una geometria ottimale della macchina.



PELTON Turbine



FRANCIS Turbine



PROPELLER Turbine

Figura 6.1 – Turbine idrauliche.

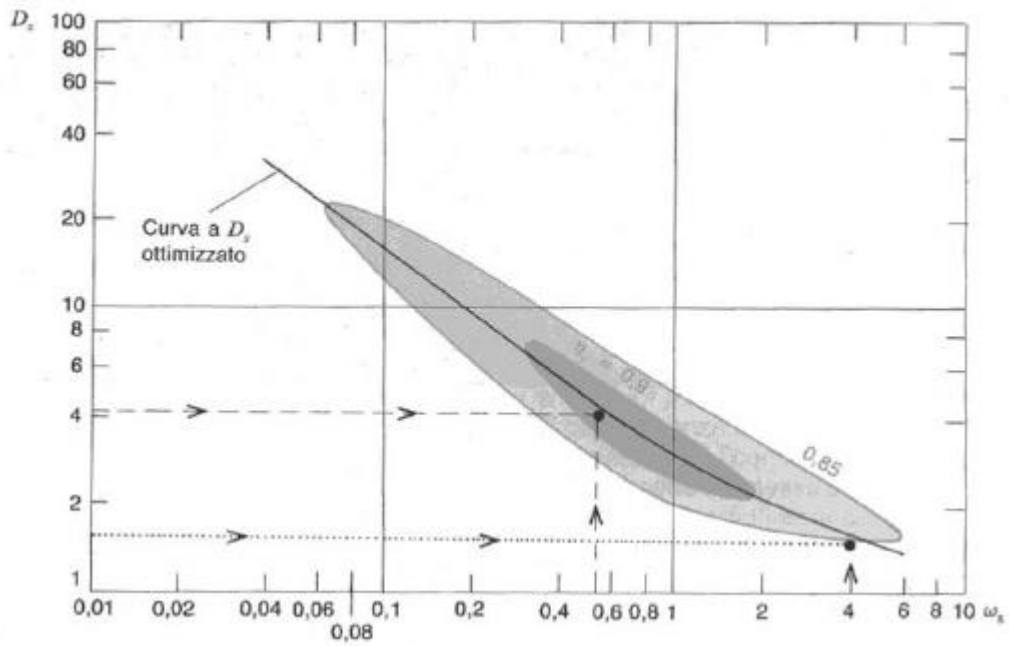


Figura 6.2 – Diagramma di Baljé per le turbine idrauliche.

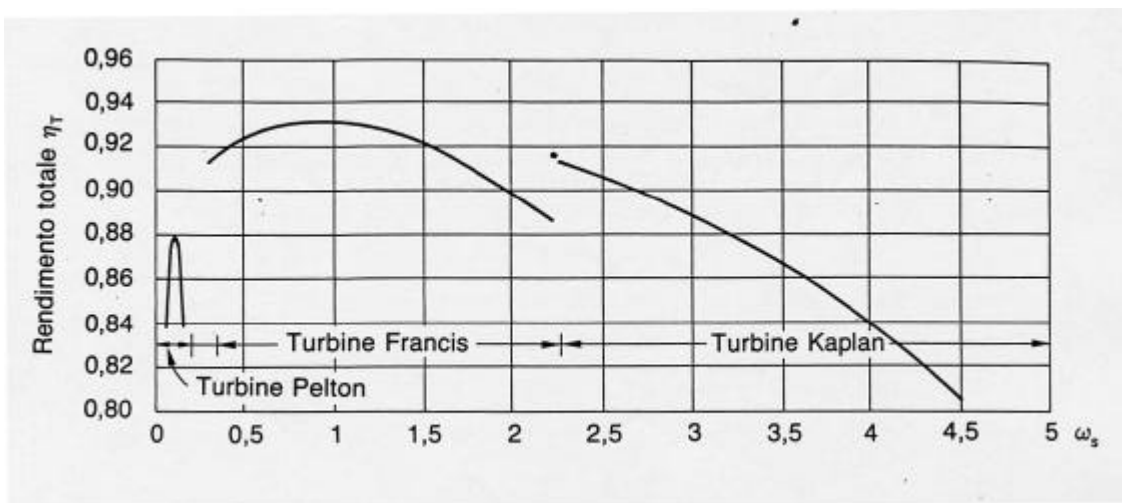


Figura 6.3 – Rendimento in funzione di w_s per geometrie ottimizzate.

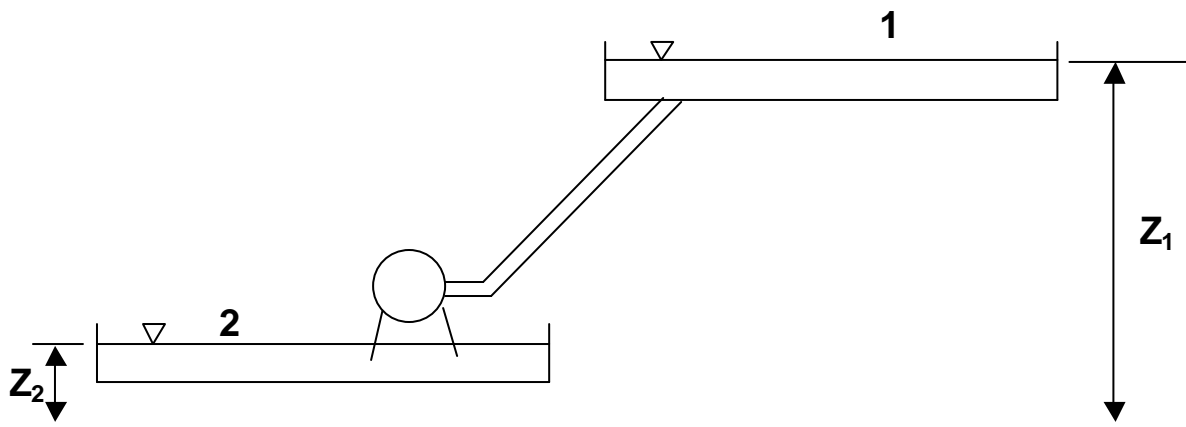


Figura 6.4 – Schema di un impianto idroelettrico.

6.2. Salto motore e K_p

L'energia messa a disposizione dall'impianto idraulico, e sfruttabile dalla turbina, viene calcolata effettuando un bilancio di energia tra le sezioni individuate dai peli liberi dei bacini di monte e valle. Consideriamo l'impianto idroelettrico schematizzato in figura 6.4 e applichiamo l'equazione di Bernoulli tra il pelo libero del bacino di accumulo, indicato con 1, e il pelo libero del bacino di raccolta, indicato con 2:

$$H_m = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} + (z_1 - z_2) - Y \quad (6.3)$$

dove H_m è detto *salto motore*. Il salto motore non è altro che l'energia netta disponibile alla turbina. Esso è quindi, dal punto di vista della macchina, il lavoro idealmente disponibile. All'interno della macchina il fluido subirà delle perdite, e quindi la turbina erogherà all'albero una potenza minore. Con le usuali ipotesi, già assunte nel caso degli impianti di sollevamento acqua, per cui l'effetto della variazione di quota sulla pressione atmosferica si suppone trascurabile ($p_1 = p_2 = p_{atm}$), così come la velocità di variazione del pelo libero dei due bacini ($V_1 = V_2$), l'equazione di Bernoulli diventa:

$$H_m = (z_1 - z_2) - Y \quad (6.4)$$

Introducendo il salto geodetico diventa:

$$H_m = H_g - Y \quad (6.5)$$

Si vede chiaramente che il salto motore è il salto geodetico depurato dalle perdite lungo la condotta. Esso rappresenta l'energia a disposizione della macchina. Il rapporto tra salto motore e salto geodetico prende il nome di *rendimento della condotta*:

$$h_{condotta} = \frac{H_m}{H_g} \quad (6.6)$$

Infatti, se non ci fossero perdite, nei condotti così come nella macchina, la potenza idealmente disponibile sarebbe esattamente quella corrispondente al salto geodetico:

$$P_{id} = \rho Q g H_g \quad (6.7)$$

La presenza delle perdite nella condotta fa sì che la potenza effettivamente disponibile per essere sfruttata dalla turbina sia:

$$P_d = \rho Q g H_m \quad (6.8)$$

La potenza che la turbina erogherà realmente all'albero dell'alternatore sarà ovviamente inferiore:

$$P_u = h_t \rho Q g H_m \quad (6.9)$$

essendo η_t il *rendimento della turbina*. Questo rendimento tiene conto, in maniera del tutto analoga al caso delle pompe, di tre distinti contributi:

$$h_t = h_{idr} h_v h_m \quad (6.10)$$

- il *rendimento idraulico* η_{idr} , tiene conto delle perdite fluidodinamiche che il fluido subisce nell'attraversamento della macchina
- il *rendimento volumetrico* η_v tiene conto delle eventuali perdite di portata nei trafiletti
- il *rendimento meccanico* η_m tiene conto delle perdite nelle trasmissioni e nei cuscinetti.

Va notato come, in realtà, la sezione di uscita della macchina può trovarsi ad una quota diversa rispetto al pelo libero del bacino di raccolta. Nel caso della Pelton il salto motore andrà calcolato tra il bacino di accumulo e la quota a cui si trova l'ugello che alimenta la ruota. Nel caso delle turbine Francis e Kaplan, il salto motore corrisponderà al dislivello tra i peli liberi dell'acqua nella camera di alimento alla turbina e nel canale di scarico allo sbocco del diffusore.

Un parametro fondamentale nello studio delle turbine, ed in particolare di quelle idrauliche, è il **coefficiente di velocità periferica** K_p , definito come il rapporto tra la velocità periferica e un'ipotetica velocità corrispondente al salto motore:

$$K_p = \frac{U}{\sqrt{2gH_m}} = \frac{U}{V_{id}} \quad (6.11)$$

A seconda del valore assunto da questo parametro, si dice che una macchina è più o meno veloce.

Analizziamo ora le tre principali tipologie di turbine idrauliche, cominciando dalla Pelton. Per ogni tipo di macchina ne sarà fornita una descrizione dei diversi elementi che la compongono; si forniranno gli strumenti per calcolarne le prestazioni, e si definirà la condizione di massimo rendimento e il legame tra numero di giri specifico e parametri geometrici della macchina.

6.3. Turbina Pelton

Le turbine Pelton sono macchine ad azione a flusso tangenziale che lavorano con basse portate ma alti salti. Esse possono fornire potenze massime dell'ordine dei 250 MW, con ruote aventi diametri dell'ordine dei 6 m.

La turbina Pelton (figura 6.5) si compone di uno o più **ugelli** (detti anche **boccagli**), posti allo scarico della condotta forzata, e una ruota. In figura 6.5 è rappresentata una sezione (piano radiale-tangenziale) di una macchina ad asse verticale dotata di 6 ugelli. La condotta forzata trasforma l'energia geodetica in pressione che gli ugelli trasformano in energia cinetica dei getti d'acqua che investono la ruota. Con riferimento alla figura 6.6, all'interno di ogni ugello è presente un elemento detto **spina mobile**, che permette la regolazione della portata. Esso è infatti sagomato in maniera tale che, scorrendo all'interno dell'ugello, lungo il suo asse, permette di variare la sezione di sbocco. Come vedremo, la velocità di uscita dell'acqua dagli ugelli è imposta dal salto motore, e quindi poco dipendente dalla portata (il salto motore varia leggermente con la portata, in quanto variano le perdite). L'unico modo quindi di variare la portata è variando la sezione di uscita dal boccaglio, essendo:

$$Q = VA \quad (6.12)$$

Oltre alla spina mobile, ogni ugello è dotato di un elemento detto **coltello** o **tegolo deviatore**. Quest'elemento ha lo scopo di evitare le manovre brusche di chiusura rapida. Infatti, nel caso sia necessario interrompere istantaneamente l'erogazione di potenza, il flusso d'acqua viene prima deviato dal tegolo in modo che non colpisca la ruota: la ruota così non erogherà più potenza, mentre le valvole di intercettazione del flusso potranno venire chiuse lentamente evitando l'insorgere del colpo d'ariete nella condotta. Quando si verifica una brusca manovra di chiusura dell'ugello possono generarsi nella condotta delle onde di sovrappressione che a loro volta generano forti sollecitazioni sulla condotta stessa che possono diventare distruttive.

L'acqua in uscita dagli ugelli va a colpire le pale del rotore. Queste hanno una forma tipica a doppio cucchiaio (figura 6.8). L'acqua colpisce la pala nella zona centrale secondo la direzione tangenziale ($V_1 = V_{1t}$), e quindi si suddivide tra i due cucchiai. Con riferimento al disegno in figura 6.8, in cui è riportata la sezione assiale – tangenziale della pala, l'acqua lambisce quindi la superficie palare. Il flusso quindi evolve mantenendosi mediamente su un piano posto ad una distanza costante rispetto all'asse di rotazione (in questo senso può essere considerata una macchina assiale, essendo $U = U_1 = U_2$). Il flusso lascia quindi la pala del rotore con una velocità relativa W_2 diretta tangente al bordo d'uscita della pala, che forma un angolo β_2 con la direzione tangenziale.

Il flusso d'acqua colpisce una pala alla volta; ne risulterebbe quindi un andamento del flusso discontinuo, essendo le pale in numero finito. Per rendere più graduale il funzionamento della macchina, facilitando il passaggio dell'acqua da una pala alla successiva, la pala del rotore presenta un'incavo nella parte centrale. Il rotore quindi non lavora immerso, ma solo alcune pale

interagiscono con il flusso d'acqua; il resto del rotore gira in aria a pressione atmosferica. Si tratta quindi di una turbina ad *azione*, trovandosi il rotore in un ambiente a pressione costante, pari a quella atmosferica. Questo significa che l'accelerazione del flusso avviene tutta e solo nell'organo fisso, mentre nel rotore il flusso viene unicamente deviato ($W_1 = W_2$). Tutto ciò ovviamente nel caso di macchina ideale.

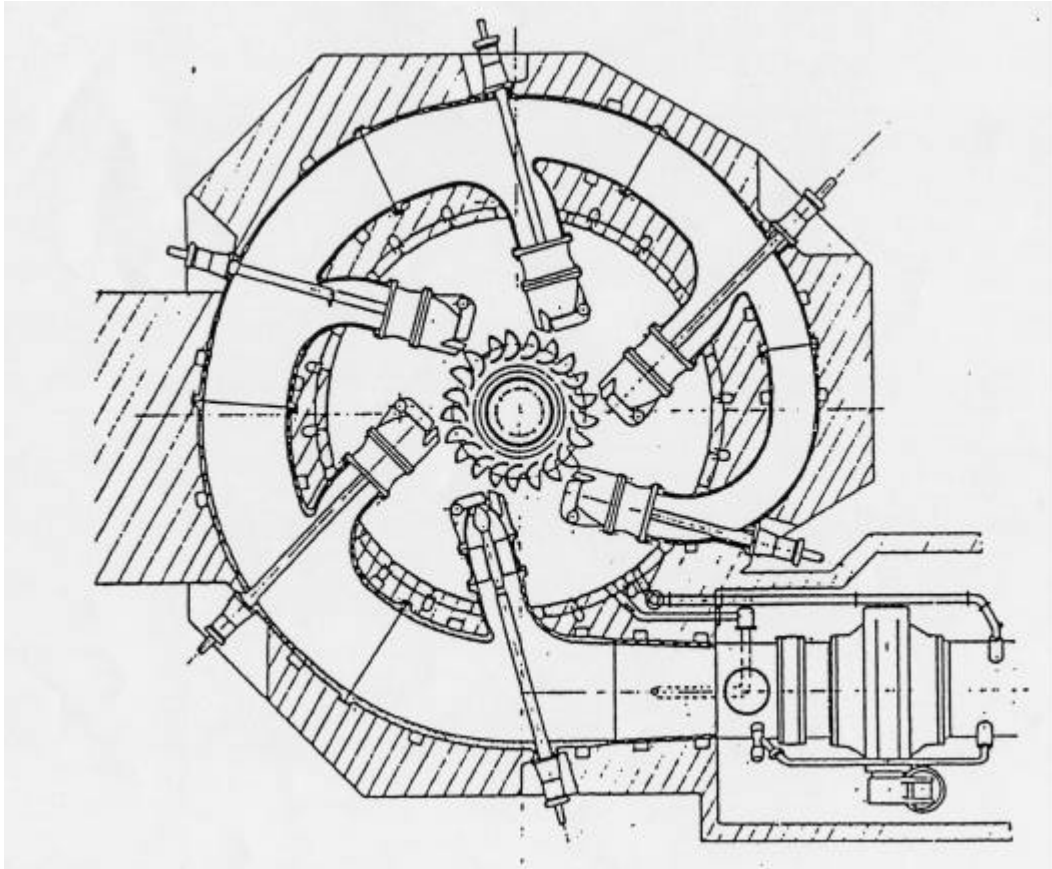


Figura 6.5 – Turbina Pelton (Costruzione Neyrpic) ad asse verticale a 6 getti installata a Bridge-River (Canada) ($P = 62 \text{ MW}$, $H = 342 \text{ m}$, $Q = 300 \text{ t/min}$).

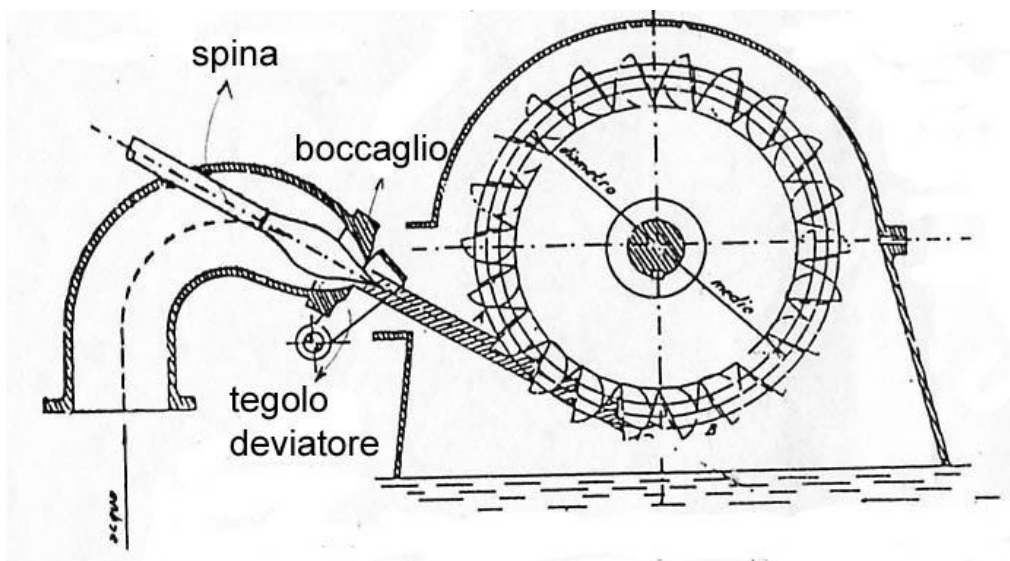


Figura 6.6 – Particolare dell'ugello di una turbina Pelton.

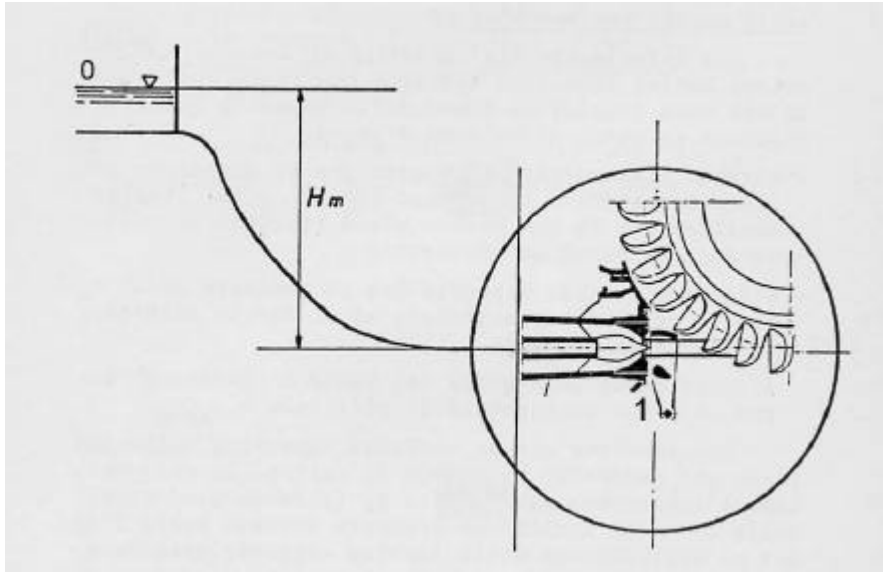


Figura 6.7 – Calcolo della velocità di uscita dal bocaglio.

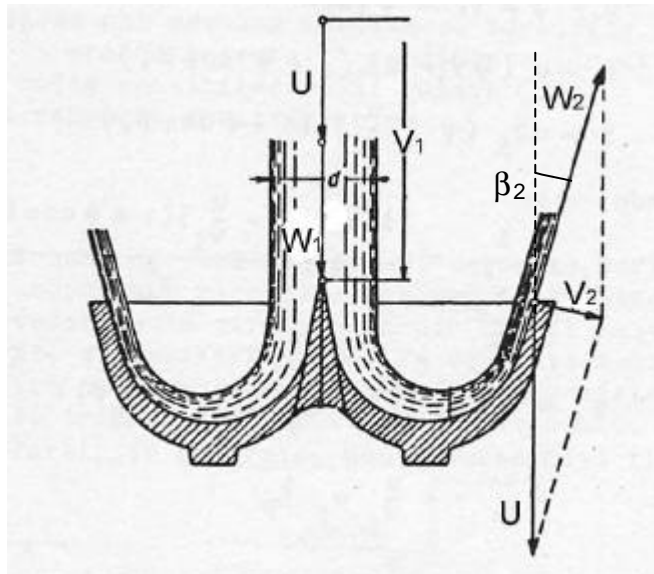


Figura 6.8 – La pala della ruota Pelton e i triangoli delle velocità.

6.3.1. Triangoli di velocità, lavoro e rendimento

Vogliamo calcolare il lavoro scambiato e il rendimento della macchina, evidenziando i parametri da cui questi dipendono. Per fare ciò è necessario innanzi tutto definire i triangoli di velocità in ingresso ed uscita dal rotore, che permettono il calcolo del lavoro realmente scambiato tra fluido e macchina, attraverso l'equazione di Eulero. Per semplicità supponiamo che la macchina sia composta da un unico ugello che alimenta la ruota.

Applicando l'equazione di Bernoulli tra il pelo libero del bacino di accumulo e la sezione di uscita dell'ugello (indicata con 1 in figura 6.7) si ricava la velocità dell'acqua in uscita dall'ugello:

$$\frac{p_0}{\rho g} + z_0 = \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + Y \quad (6.13)$$

ma l'ugello scarica in atmosfera, quindi $p_0 = p_1 = p_{atm}$. La relazione precedente fornisce quindi:

$$\boxed{V_1 = \sqrt{2gH_m}} \quad (6.14)$$

che è esattamente la velocità ipotetica che era stata introdotta nella definizione del coefficiente K_p di velocità periferica. Questa velocità, dal punto di vista della macchina, è una velocità ideale, poiché, pur dipendendo dalle perdite nella condotta, essa non tiene conto delle eventuali perdite subite dal fluido negli ugelli, ugelli che sono invece parte integrante della macchina. Essa è quindi la velocità con la quale il fluido idealmente andrebbe a colpire le pale del rotore, e per questo verrà indicata come $V_{1,id}$. Si nota come questa velocità sia poco influenzata dalla portata. Per variare la portata è infatti necessario cambiare le sezioni di passaggio, come anticipato nel paragrafo precedente, essendo la velocità imposta dal salto motore.

Nella realtà il fluido subisce delle perdite nell'attraversare l'ugello. Non solo; quando il fluido lascia l'ugello, prima di colpire la pala del rotore attraversa un tratto in aria. Il getto subirà quindi dapprima un restringimento fino ad una sezione di minimo, detta **sezione contratta**, in cui i filetti fluidi sono rettilinei e paralleli. A questo punto, l'azione degli sforzi sulla frontiera tra getto ad alta velocità e aria esterna ferma fa sì che il getto cominci ad allargarsi, risultandone una diminuzione media della velocità del getto.

Per tenere conto di tutte queste perdite, nell'ugello e in aria, che si interpongono tra l'ingresso all'ugello e l'ingresso nel rotore, si introduce un **coefficiente riduttivo della velocità assoluta** nell'ugello φ definito come il rapporto tra la velocità reale con cui l'acqua colpisce le pale del rotore e la velocità ideale, cioè che si avrebbe in assenza di perdite:

$$j = \frac{V_1}{V_{1,id}} \quad (6.15)$$

Questo coefficiente di perdita ha un valore intorno allo 0.98. La velocità assoluta reale con cui l'acqua colpisce le pale del rotore è data quindi da:

$$V_1 = j V_{1,id} = j \sqrt{2gH_m} \quad (6.16)$$

Consideriamo ora i triangoli di velocità in ingresso e uscita dal rotore, facendo riferimento a quanto tracciato in figura 6.8. Il triangolo in ingresso al rotore è un triangolo degenerato in una linea. La velocità assoluta in ingresso al rotore è infatti diretta tangenzialmente, così come la velocità periferica. La velocità relativa sarà quindi semplicemente la differenza tra velocità assoluta (ideale o reale) e velocità periferica:

$$W_{1,id} = V_{1,id} - U \quad (\text{caso ideale}) \quad (6.17)$$

$$W_1 = V_1 - U \quad (\text{caso reale}) \quad (6.18)$$

e sarà anch'essa diretta secondo la direzione tangenziale.

Per ricavare la velocità relativa all'uscita del rotore applichiamo l'equazione di conservazione dell'energia nel sistema relativo tra ingresso e uscita del rotore. Nel caso ideale (cioè in assenza di perdite nel rotore) fornisce:

$$\frac{\rho_1}{r} + \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = \frac{\rho_2}{r} + \frac{W_{2,id}^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \quad (6.19)$$

La velocità periferica si mantiene costante tra ingresso e uscita del rotore, così come la pressione. La relazione precedente quindi diventa:

$$|W_{2,id}| = W_1 \quad (6.20)$$

Il rotore infatti deflette solo il flusso, senza accelerarlo, in accordo con il fatto che la macchina è ad azione. Si fa notare come, nel caso di macchina ideale, e cioè quando non si hanno perdite né nell'ugello né nel rotore, nelle relazioni (6.19) e (6.20) al posto di W_1 va sostituita $W_{1,id}$.

Nella realtà il fluido subisce delle perdite nell'attraversamento del rotore. Ne risulterà quindi una velocità W_2 inferiore rispetto a quella in ingresso. In analogia a quanto fatto per l'ugello, anche per il rotore si introduce un **coefficiente riduttivo della velocità relativa** nel rotore ψ , definito come il rapporto tra la velocità relativa in uscita reale e quella ideale, quest'ultima pari alla velocità in ingresso, per la (6.20):

$$y = \frac{W_2}{W_{2,id}} = \frac{|W_2|}{W_1} \quad (6.21)$$

Valori tipici di questo coefficiente sono dell'ordine di 0.97. Il flusso lascerà quindi il rotore dotato di una velocità relativa avente un modulo pari a:

$$|W_2| = y W_1 \quad (6.22)$$

Tale velocità sarà diretta secondo la tangente alla superficie palare nel bordo d'uscita. Essa formerà quindi l'angolo β_2 con la direzione tangenziale, così come riportato in figura 6.8. Per un osservatore fisso, il fluido lascerà il rotore dotato di una velocità assoluta V_2 diretta secondo l'angolo α_2 , le cui componenti assiale e tangenziale possono essere facilmente ricavate da semplici relazioni trigonometriche:

$$V_{2t} = U - |W_2| \cos b_2 = U - y W_1 \cos b_2 \quad (6.23)$$

$$V_{2ax} = W_{2ax} = y W_1 \sin b_2 \quad (6.24)$$

Noti i triangoli di velocità, è possibile ricavare il lavoro scambiato tra fluido e macchina. L'espressione del lavoro di Eulero, tenuto conto delle (6.18), (6.23) e (6.24) diventa:

$$L_r = U(V_{1t} - V_{2t}) = U(V_1 - U + y W_1 \cos b_2) = U[V_1 - U + y(V_1 - U) \cos b_2] \quad (6.25)$$

che, raccogliendo opportunamente i vari termini, fornisce:

$$L_r = U(V_1 - U)(1 + y \cos b_2) \quad (6.26)$$

Introduciamo ora il coefficiente riduttivo della velocità assoluta nell'ugello (equazione (6.16)) e ricordiamo la definizione del coefficiente di velocità periferica K_p (equazione (6.11)). L'equazione precedente diventa, dopo semplici passaggi:

$$L_r = U(j V_{1,id} - U)(1 + y \cos b_2) = \frac{V_{1,id}^2}{2} [2K_p(j - K_p)(1 + y \cos b_2)] \quad (6.27)$$

Il lavoro dipende quindi dal salto motore, attraverso la velocità ideale in ingresso alla macchina, dalle perdite nell'ugello e nel rotore, dal coefficiente di velocità periferica e dall'angolo di inclinazione delle pale del rotore in uscita:

$$L_r = f(H_m, j, y, K_p, b_2) \quad (6.28)$$

E' infine possibile calcolare il rendimento idraulico della turbina Pelton, ricordando che è definito come il rapporto tra lavoro reale e lavoro ideale:

$$h_{idr} = \frac{L_r}{L_{id}} = \frac{L_r}{gH_m} = 2K_p(j - K_p)(1 + y \cos b_2) \quad (6.29)$$

Il rendimento idraulico in condizioni di ottimo è piuttosto elevato, dell'ordine del 90%.

Il rendimento della macchina è funzione del K_p , delle perdite nell'ugello e nel rotore e dell'angolo di inclinazione delle pale del rotore allo scarico β_2 :

$$h_{idr} = f(K_p, j, y, b_2) \quad (6.30)$$

6.3.2. Condizione di ottimo rendimento

Ci si chiede a questo punto quale sia, se esiste, la combinazione dei suddetti parametri che permetta di ottenere il massimo rendimento. Per quanto riguarda l'angolo di scarico dal rotore, la condizione di ottimo si avrebbe quando $\beta_2 = 0^\circ$. In queste condizioni risulterebbe però nulla la componente assiale della velocità, e quindi il rotore non smaltirebbe portata. Valori tipici dell'angolo β_2 sono dell'ordine dei 20° . I coefficienti di perdita nell'ugello e nella ruota sono molto prossimi ad 1,

indicando come le perdite fluidodinamiche interne siano limitate. La condizione di massimo rendimento è allora funzione del coefficiente di velocità periferica. In pratica si determina il valore del K_p che massimizza il rendimento andando a calcolare la derivata del rendimento rispetto al K_p e ponendo il risultato uguale a 0:

$$\frac{\partial h_{idr}}{\partial K_p} = j - K_p - K_p = 0 \quad (6.31)$$

da cui si ricava la condizione di ottimo rendimento:

$$K_{p,ottimo} = \frac{j}{2} \quad (6.32)$$

Per una Pelton caratterizzata da un coefficiente di perdita del 95% nell'ugello, il K_p ottimo vale circa 0.47. In queste condizioni (figura 6.9), il massimo rendimento vale:

$$h_{idr,max} = \frac{j^2}{2} (1 + y \cos b_2) \quad (6.33)$$

ed è circa pari al 92%.

Si fa notare come la condizione di massimo rendimento derivi dalla minimizzazione di tutte le perdite che hanno luogo nella macchina, e quindi nell'ugello, nel rotore e allo scarico. Nel caso particolare di macchina ideale, in cui cioè le perdite nell'ugello e nel rotore sono nulle, l'unica perdita che resta è quella relativa all'energia cinetica allo scarico. Quindi, solo ed esclusivamente nel caso di macchina ideale, la condizione di ottimo rendimento corrisponde al minimo dell'energia cinetica persa allo scarico, il che a sua volta consisterebbe nell'avere la velocità assoluta allo scarico diretta assialmente ($V_2 = V_{2ax}$). In questa condizione il $K_{p,ottimo}$ risulta pari a 0.5, a cui corrisponde un rendimento unitario.

La figura 6.9 riporta l'andamento del rendimento al variare del K_p nel caso di macchina reale e ideale. Entrambi mostrano una curva a massimo. Si osserva come il K_p possa in pratica variare solo in conseguenza di una variazione del regime di rotazione della macchina, essendo la velocità assoluta $V_{1,id}$ in ingresso al rotore imposta dal salto motore, costante al variare della portata. D'altra parte però il regime di rotazione è fissato dall'alternatore. Quindi, una volta definito il K_p , questo resterà costante. Ciò significa che questo parametro può essere variato solo in fase di dimensionamento della macchina, ma resta costante in fase di esercizio dell'impianto. Le uniche condizioni operative per cui il numero di giri può variare sono all'avviamento e quando viene a mancare il carico dell'alternatore.

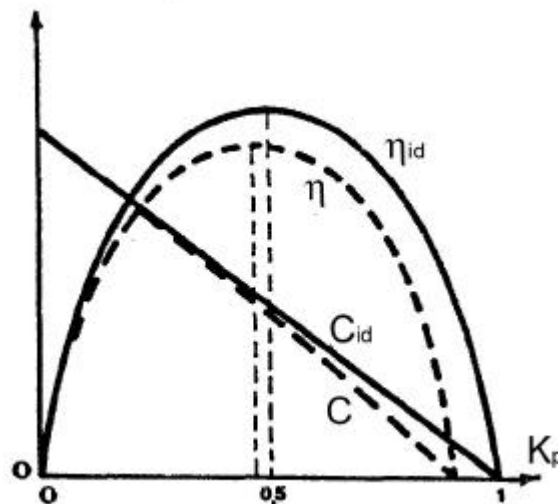


Figura 6.9 – Andamento del rendimento idraulico e della coppia al variare del K_p .

6.3.3. Velocità di fuga, coppia allo spunto e curve caratteristiche

Dalla curva del rendimento si nota come esso si annulli quando $K_p = \varphi$. In queste condizioni si dice che la girante ha raggiunto il **punto di fuga**. Quando il carico sull'alternatore viene a mancare, la velocità di rotazione non è più imposta dall'alternatore, e il rotore accelera fino a portarsi nella condizione di potenza erogata nulla. In questa condizione la velocità di rotazione del rotore raggiunge la **velocità di fuga**, pari alla velocità dell'acqua in ingresso al rotore V_1 . Infatti, quando $K_p = \varphi$ si ottiene:

$$\frac{U_{fuga}}{V_{1,id}} = \frac{V_1}{V_{1,id}} \rightarrow U_{fuga} = V_1 \quad (6.34)$$

Ma in condizioni di ottimo rendimento si aveva:

$$\frac{U_{ottimo}}{V_{1,id}} = \frac{V_1}{2V_{1,id}} \rightarrow U_{ottimo} = \frac{V_1}{2} \quad (6.35)$$

ed essendo V_1 costante, si ottiene che la velocità di fuga è pari al doppio della velocità di rotazione del rotore in condizioni di ottimo rendimento:

$$\boxed{n_{fuga} = 2n_{ottimo}} \quad (6.36)$$

Si fa notare che, nelle condizioni di fuga, la velocità relativa del flusso in ingresso al rotore è stata annullata ($W_1 = 0$), risultandone quindi annullato anche il lavoro scambiato tra fluido e rotore, con entrambi che si muovono alla stessa velocità.

E' inoltre possibile stimare il massimo salto motore sfruttabile da una ruota Pelton. L'esistenza di tale limite è imposto dal raggiungimento delle massime sollecitazioni ammissibili, sollecitazioni legate all'azione della forza centrifuga sulle pale del rotore. Esiste allora un limite massimo sulla velocità periferica U , che non deve superare i 100 m/s. Assunto un valore ragionevole del coefficiente di velocità periferica pari a 0.45, si ricava che il massimo salto motore risulta pari a circa 2500 m, essendo:

$$(H_m)_{max} = \left(\frac{V_{1,id}^2}{2g} \right)_{max} = \frac{1}{2g} \frac{U_{max}^2}{K_p^2} \quad (6.37)$$

La potenza erogata all'asse dalla turbina Pelton è nota, noti il salto motore, la portata smaltita e il rendimento idraulico della macchina, al netto di quello volumetrico:

$$\boxed{PrQgH_m h_{idr}} \quad (6.38)$$

Nota la potenza, è possibile calcolare la coppia all'albero:

$$C = \frac{P}{\omega} = rQ \frac{L_r D}{2U} \quad (6.39)$$

essendo $\omega = 2U/D$, e D il diametro della ruota. Sostituendo l'espressione del lavoro reale (6.27) ricavata in precedenza, si ottiene, dopo alcune semplificazioni:

$$\boxed{C = rQ \frac{D}{2} V_{1,id} (j - K_p) (1 + y \cos b_2)} \quad (6.40)$$

Si vede che la coppia diminuisce linearmente con il K_p , ed è massima allo spunto (cioè per $U = 0$), così come mostrato in figura 6.10. Ovviamente la coppia si annulla quando $K_p = \varphi$, e cioè nelle condizioni di fuga.

La coppia allo spunto si ricava calcolando la derivata della potenza rispetto al regime di rotazione per $\omega = 0$:

$$C_{\max} = \left. \frac{\partial P}{\partial w} \right|_{w=0} = \left. \frac{D \partial P}{2 \partial U} \right|_{U=0} \quad (6.41)$$

Ricordando che la potenza è il prodotto della coppia (equazione 6.40) per la velocità angolare, si ricava:

$$P = rQU(j V_{1,td} - U)(1 + y \cos b_2) \quad (6.42)$$

da cui si ottiene:

$$C_{\max} = rQ \frac{D}{2} V_{1,td} j (1 + y \cos b_2) \quad (6.43)$$

E' infine possibile tracciare le curve caratteristiche per la turbina Pelton, cioè gli andamenti della potenza e del rendimento in funzione della portata. Tali curve sono riportate in figura 6.11. Si nota come la potenza vari praticamente linearmente con la portata, mentre il rendimento risulti pressoché costante per gran parte del campo di utilizzo. Esso ovviamente è nullo per portate nulle.

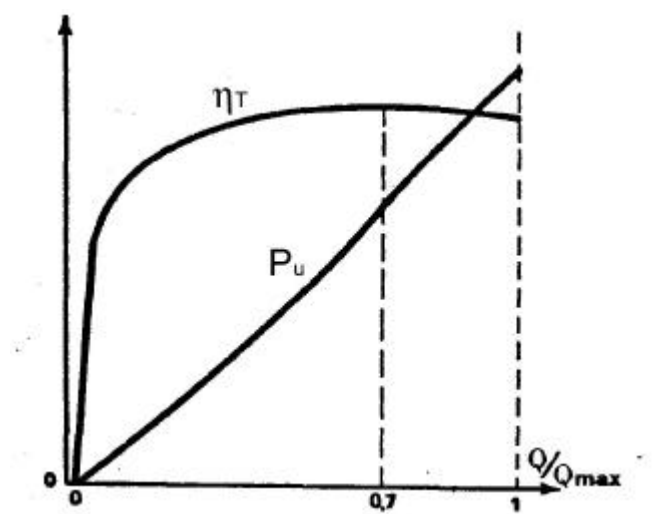


Figura 6.10 – Curve caratteristiche di una turbina Pelton.

6.3.4. Dimensionamento della macchina

Ci si chiede a questo punto come scegliere le dimensioni della macchina e il regime di rotazione. Se infatti si suppone di dover scegliere una macchina per una ben precisa applicazione, cioè noti la portata e il salto motore disponibili, il dimensionamento della macchina andrà fatto ovviamente supponendo che questa operi in condizioni di massimo rendimento. In questo modo, stimato ragionevolmente un valore del coefficiente di perdita negli ugelli, è possibile valutare il coefficiente K_p e quindi la velocità periferica U . Velocità periferica, velocità di rotazione e diametro della ruota sono tra loro legati dalla semplice relazione:

$$U = w \frac{D}{2} = \frac{p D n}{60} \quad (6.44)$$

La scelta di questi parametri dovrà tenere conto di diversi aspetti:

- dimensioni contenute per limitare gli ingombri e quindi i costi della macchina;
- velocità di rotazione non troppo elevate per evitare l'uso di riduttori;
- il legame tra dimensioni della pala e diametro dell'ugello: se la pala è troppo grande, il getto è inefficace, e lo stesso avviene se il getto è sproporzionato rispetto alla pala.

Per effettuare la scelta ottima, sarebbe necessario valutare le perdite al variare delle dimensioni della macchina. Ecco però che la Teoria della Similitudine permette di studiare una macchina ed

estendere i risultati a tutte quelle in similitudine con essa, e quindi appartenenti alla stessa famiglia. Ciò riduce notevolmente il numero di geometrie da testare.

Abbiamo visto come una famiglia di macchine simili possa essere identificata dal valore che assume il numero di giri specifico. Cerchiamo allora di esplicitare un legame tra questo numero di giri specifico e i parametri geometrici e di funzionamento della Pelton. Ricordiamo la definizione di numero di giri specifico:

$$n_s = n \frac{\sqrt{Q}}{(gH_m)^{3/4}} \quad (6.45)$$

Sia i il numero di ugelli tra cui è ripartita equamente la portata. Detto d il diametro dell'ugello, supposte nulle le perdite nel percorso del getto in atmosfera, la portata può essere scritta come:

$$Q = V_1 \frac{\rho d^2}{4} i = j V_{1,id} \frac{\rho d^2}{4} i \quad (6.46)$$

Sostituendo la relazione precedente nell'espressione del numero di giri specifico, tenuto conto della (6.16), si ricava, dopo alcuni passaggi:

$$n_s = \cos t \cdot K_p \frac{d}{D} \sqrt{i} \quad (6.47)$$

Si osserva come la geometria della macchina sia in realtà individuata da un unico parametro, il rapporto tra il diametro dell'ugello e della ruota d/D , oltre che dal numero di ugelli tra cui è ripartita la portata.

6.4. Turbine Francis

Come si è detto in precedenza, le turbine Francis sono macchine a reazione a flusso misto centripeto nella girante, che lavorano con portate e salti medi. Esse possono fornire potenze massime dell'ordine dei 700 MW, con rotorii aventi diametri massimi dell'ordine dei 7 m.

Con riferimento alla figura 6.11, esse si compongono di quattro elementi: la *voluta* o *cassa spirale*, il *distributore*, la *girante* e il *diffusore*. La voluta ha lo scopo di distribuire il flusso in ingresso alla palettatura statorica in maniera uniforme su tutta la circonferenza. Il distributore ha ingresso e uscita nel piano radiale - tangenziale: esso consiste in una schiera di pale a calettamento variabile (figura 6.12); l'angolo di calettamento può essere infatti variato in modo tale da mantenere il corretto angolo di incidenza del flusso sulle pale del rotore, qualunque sia la portata. La girante è a flusso misto centripeto; il flusso entra in direzione prevalentemente radiale e viene scaricato in direzione assiale. Il diffusore presente allo scarico della girante ha lo scopo di recuperare parte dell'energia cinetica del flusso in uscita dal rotore e di sfruttare il salto restante a valle della girante, fino al serbatoio di valle. A differenza della turbina Pelton, la turbina Francis è completamente immersa nell'acqua.

Essendo una macchina a flusso misto, il lavoro reale scambiato dal fluido con la macchina è dato dalla forma generale del lavoro di Eulero:

$$L_r = U_1 V_{1t} - U_2 V_{2t} \quad (6.48)$$

dove le componenti della velocità in ingresso e uscita dal rotore sono indicate in figura 6.13. Il lavoro ideale è ancora pari al salto motore, risultando un rendimento idraulico dato da:

$$h_{idr} = \frac{L_r}{L_{id}} = \frac{L_{eu}}{gH_m} \quad (6.49)$$

che varia, a seconda del tipo di macchina, nell'intervallo 0.85 – 0.92.

Il rendimento della macchina è funzione delle perdite che il fluido incontra nell'attraversamento dei vari componenti: voluta, distributore, girante e diffusore. Per tenere conto di queste perdite, è possibile definire, anche in questo caso, per ogni componente della macchina, dei coefficienti riduttivi della velocità: nel distributore, nella girante, oltre che nella voluta e nel diffusore.

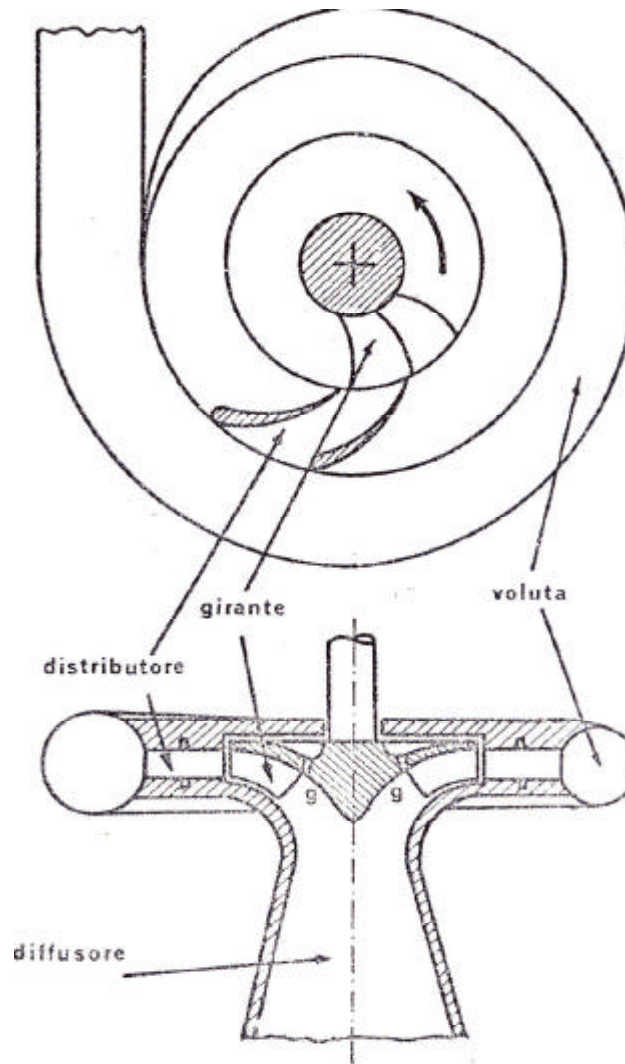


Figura 6.11 – Schema di una turbina Francis.

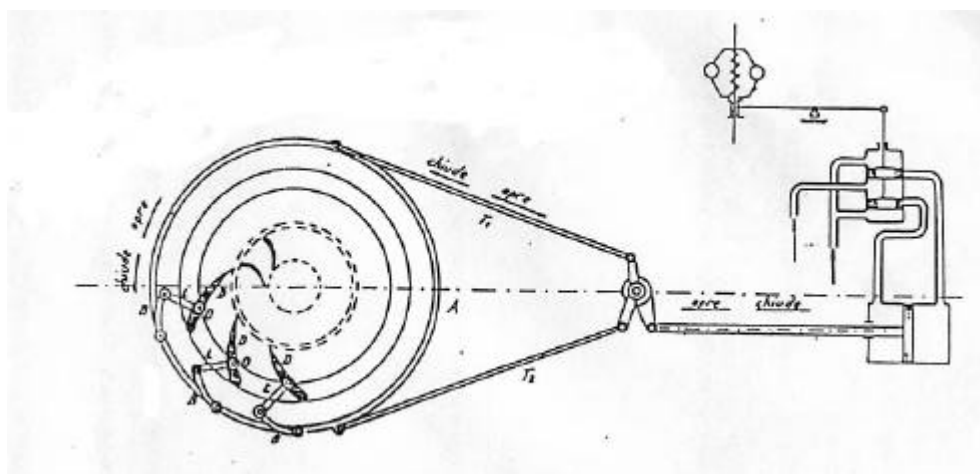


Figura 6.12 – Distributore Fink.

La **condizione di massimo rendimento** per una macchina **ideale** corrisponde alla condizione per cui si annulla la componente tangenziale della velocità assoluta all'uscita della girante ($V_{2t} = 0$),

avendo assunto nulle tutte le perdite tranne quella di energia cinetica allo scarico. Va però sottolineato come, nel progetto delle Francis, l'imporre componente tangenziale nulla alla velocità assoluta allo scarico del rotore sia una pratica usuale, in quanto ciò facilita il progetto del diffusore, migliorandone nel contempo il rendimento. Assumiamo quindi tale ipotesi, per cui il rendimento diventa:

$$(h_{idr})_{max} = \frac{U_1 V_{1t}}{gH_m} \quad (6.50)$$

Ricordando che V_{id} è la velocità che corrisponde al salto motore, il lavoro può essere anche calcolato come:

$$L = h_{idr} gH_m = h_{idr} \frac{V_{id}^2}{2} \quad (6.51)$$

Dal triangolo delle velocità in ingresso al rotore (figura 6.13) si ricava:

$$\frac{V_1}{U_1} = \frac{\sin b_1}{\sin(b_1 - a_1)} \quad (6.52)$$

che permette di esprimere il massimo rendimento in funzione del K_p :

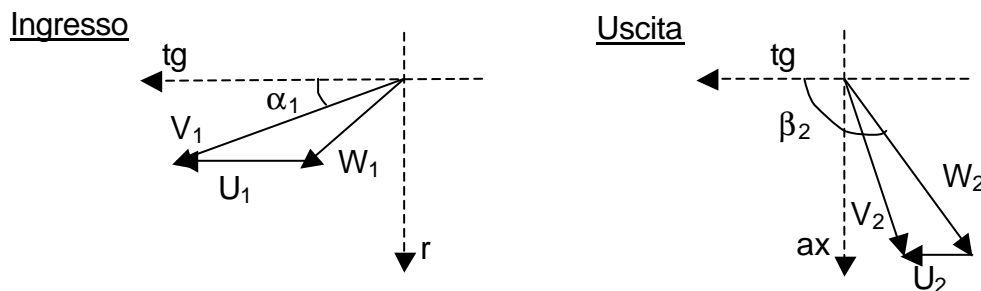


Figura 6.13 – Triangoli di velocità.

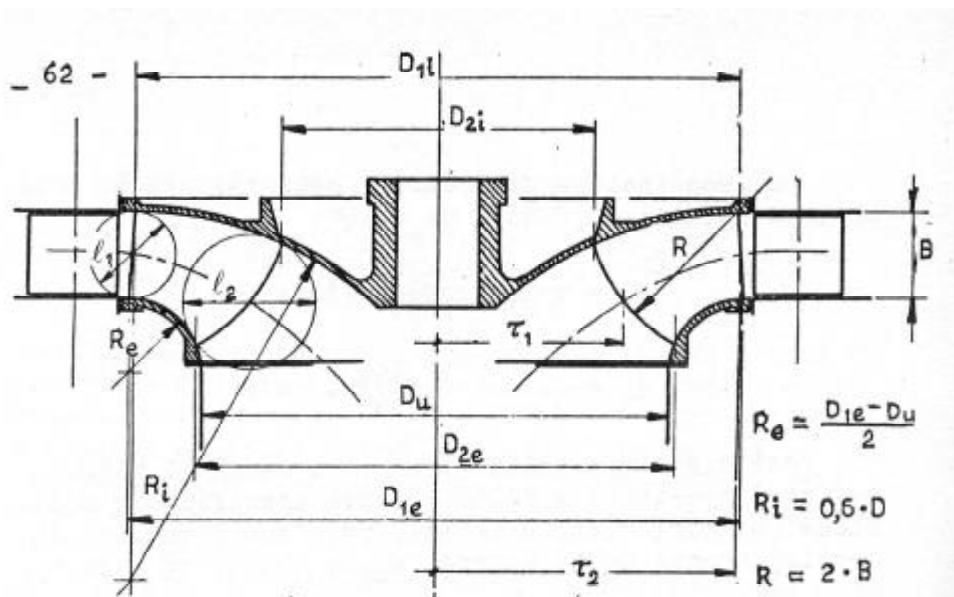


Figura 6.14 – Parametri geometrici per una turbina Francis.

$$\boxed{(h_{idr})_{\max} = \frac{2U_1V_1 \cos a_1}{V_{id}^2} = 2K_p^2 \frac{1}{1 - \frac{\tan a_1}{\tan b_1}}} \quad (6.53)$$

Si vede quindi che il rendimento massimo è funzione del K_p e dell'angolo di apertura del distributore.

Vediamo ora come legare questi parametri al grado di reazione. In condizioni di massimo rendimento il lavoro diventa:

$$\boxed{L = U_1V_1 \cos a_1 = V_1^2 \cos a_1 \frac{\sin(b_1 - a_1)}{\sin b_1}} \quad (6.54)$$

che, tenuto conto della (6.51), fornisce:

$$\left(\frac{V_1}{V_{id}}\right)^2 = \frac{h_{idr}}{2} \frac{\sin b_1}{\cos a_1 \sin(b_1 - a_1)} \quad (6.55)$$

Ricordando infine la definizione del grado di reazione per una macchina idraulica (equazione 3.118), tenuto conto della relazione precedente, si ricava:

$$\boxed{c = 1 - \frac{1}{2} \frac{\sin b_1}{\cos a_1 \sin(b_1 - a_1)} + \frac{K_u^2}{h_{idr}}} \quad (6.56)$$

essendo il coefficiente K_u il rapporto tra la velocità assoluta all'uscita del rotore e V_{id} :

$$K_u = \frac{V_2}{V_{id}} \quad (6.57)$$

Si vede che, per una turbina Francis, il grado di reazione varia al variare dell'angolo di calettamento delle pale del distributore, oltre che della geometria della macchina.

Il dimensionamento della turbina Francis, rispetto alla Pelton, coinvolge un numero di parametri geometrici e di funzionamento decisamente maggiore. Utilizzando ancora la Teoria della Similitudine a supporto della fase di scelta e/o progetto della macchina, è possibile individuare una relazione funzionale che evidenzia i diversi parametri che possono influenzare il numero di giri specifico:

$$n_s = f\left(a_1, b_1, \frac{D_2}{D_1}, \frac{\ell_1}{D_1}, K_p, K_u\right) \quad (6.58)$$

essendo ℓ_1 l'altezza di pala in ingresso al rotore, D_1 e D_2 i diametri medi rispettivamente in ingresso ed uscita dal rotore (figura 6.14). E' possibile in realtà ricavare svariate relazioni, a seconda ad esempio di dove viene calcolata la portata. Se questa viene calcolata all'uscita del rotore:

$$Q = V_{2ax} \frac{\rho D_2^2}{4} \quad (6.59)$$

si ottiene la seguente relazione, avendo opportunamente accorpato tutte le costanti e i termini dipendenti dall'angolo di uscita delle pale del rotore nella costante moltiplicativa:

$$n_s = \text{cost} \cdot \frac{D_2}{D_1} K_p \sqrt{K_u} \quad (6.60)$$

Se la portata fosse invece stata calcolata in ingresso al rotore:

$$Q = V_{1r} \rho D_1 \ell_1 \quad (6.61)$$

la relazione (6.60) diventerebbe:

$$n_s = \text{cost} \cdot \sqrt{\frac{\ell_1}{D_1}} K_p \sqrt{K_{Vr1}} \quad (6.62)$$

dove il parametro K_{Vr1} non è altro che il rapporto tra la componente radiale della velocità in ingresso al rotore e la velocità ideale.

La figura 6.15 mostra come cambia la geometria della macchina al crescere del numero di giri specifico; in particolare, per bassi numeri di giri il rotore ha uno sviluppo per lo più radiale, che evolve verso una configurazione assiale al crescere del numero di giri specifico, fino ad assumere la configurazione della turbina Kaplan. Inoltre, ad ogni geometria di macchina, a cui corrisponde un ben preciso valore di n_s , corrisponde un altrettanto preciso valore del grado di reazione, essendo anch'esso funzione di analoghi parametri a-dimensionali che restano costanti per macchine simili.

Va però notato come, mentre la scelta della macchina viene fatta per ben precise condizioni di esercizio, il suo reale funzionamento possa avvenire in condizioni variabili di portata e prevalenza. Per la turbina Francis, in regime di funzionamento, il numero di giri specifico e il grado di reazione variano al variare del punto di funzionamento, il che significa non solo al variare della portata, ma anche al variare dell'angolo di apertura delle pale del distributore. Se infatti viene variato l'angolo di apertura del distributore, cambia la geometria della macchina, e quindi cambiano i triangoli delle velocità e il rendimento della macchina. La Tabella 6.1 riassume i valori tipici dei suddetti parametri per le diverse tipologie di turbina, da quelle lente a quelle ultraveloci.

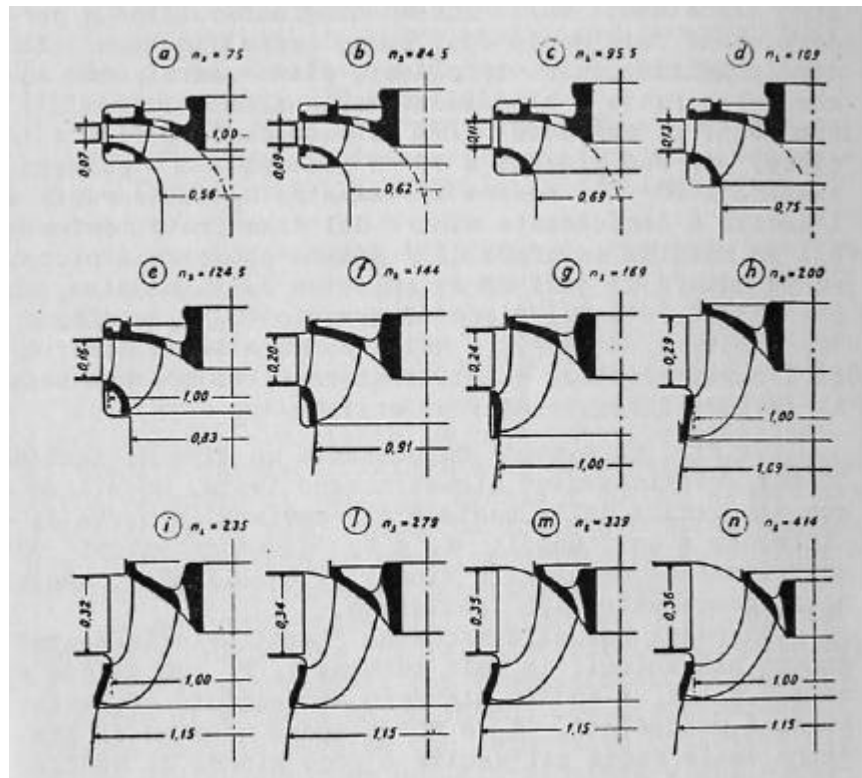


Figura 6.15 – Profili di ruote a variare del numero di giri specifico.

Tipologia	n_s	a_1	c	h_{idr}
Lenta	50 ÷ 80	18° ÷ 25°	0.3 ÷ 0.4	0.83
Normale	80 ÷ 150	25° ÷ 30°	0.4 ÷ 0.5	0.85
Veloce	150 ÷ 350	30° ÷ 40°	0.6 ÷ 0.65	0.88
ultraveloce	350 ÷ 500	> 40°	0.65 ÷ 0.7	0.9

Tabella 6.1

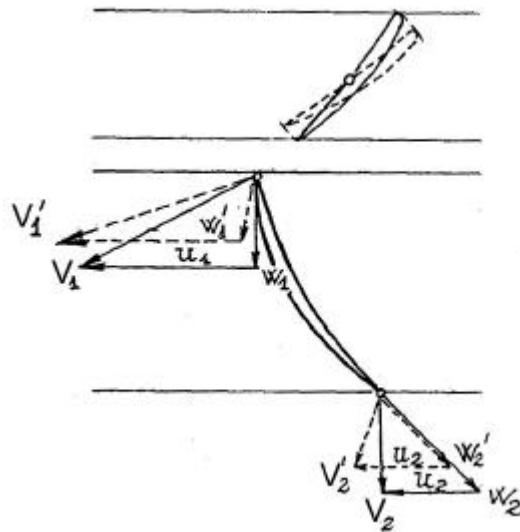


Figura 6.16 – Triangoli di velocità al variare della portata.

6.4.1. Regolazione della turbina Francis e curve caratteristiche

Consideriamo una turbina Francis operante ad un certo numero di giri fissato dall'alternatore n e sotto un certo salto motore H_m , anch'esso costante. La regolazione della macchina viene fatta agendo sulla portata che la attraversa. La portata viene variata cambiando l'inclinazione delle pale del distributore, cambiando conseguentemente le sezioni di passaggio.

La figura 6.16 mostra come variano i triangoli di velocità in ingresso e uscita dal rotore al variare della portata. Supponiamo ad esempio che la portata venga ridotta; se il distributore restasse fisso, cambierebbe l'angolo d'incidenza del flusso sulle pale del rotore, risultandone un aumento delle perdite e una diminuzione del rendimento. La figura 6.17a mostra l'andamento del rendimento e della prevalenza in funzione della portata relativo ad una ben precisa posizione, costante, delle pale del distributore, da cui si nota come il campo di variabilità della portata risulterebbe alquanto limitato in queste condizioni di esercizio.

Per ottenere un campo di funzionamento più ampio, e quindi avere valori del rendimento elevati per maggiori variazioni della portata, il distributore viene ruotato in modo tale da riportare il vettore velocità relativa W_1 allineato al bordo d'attacco del rotore. Così facendo, la componente radiale della velocità V_{1r} , responsabile del trasporto di massa in questa sezione della macchina, viene nel contempo ridotta, mentre la velocità assoluta V_1 in uscita dal distributore aumenta, in seguito alla riduzione della sezione di passaggio. Quindi, W_1 non sarà esattamente diretta secondo la tangente alla linea media nel bordo d'attacco della pala del rotore, ma sarà dotata di un certo angolo di incidenza, come mostrato in figura 6.16. All'uscita del rotore il flusso relativo segue comunque l'angolo imposto dalla pala, e quindi W_2 sarà inclinato di un angolo β_2 che resta invariato. Viceversa, perché si conservi la portata deve diminuire la componente assiale della velocità V_{2ax} , essendo rimasta inalterata, in questa sezione, l'area di passaggio. Conseguentemente aumenta la componente tangenziale della velocità assoluta allo scarico V_{2t} . Tutto ciò fa sì che nella realtà aumentino le perdite, e quindi il rendimento diminuisca. Ciò spiega la forma chiusa delle curve isorendimento tracciate in figura 6.17b sovrapposte alle curve caratteristiche della macchina, al variare dell'angolo di apertura del distributore α_d .

La figura 6.17c mostra infine l'andamento del rendimento al variare della portata, risultante dalla regolazione tramite la variazione dell'angolo di apertura del distributore. E' inoltre tracciato come varia l'angolo con la portata. Entrambe le curve si riferiscono ad un ben preciso valore, costante, del salto, e possono essere facilmente ricavate dalla mappa sovrastante, effettuandone una sezione

lungo H^* . Si nota come ora la curva del rendimento presenti valori elevati su una gamma più ampia di portate.

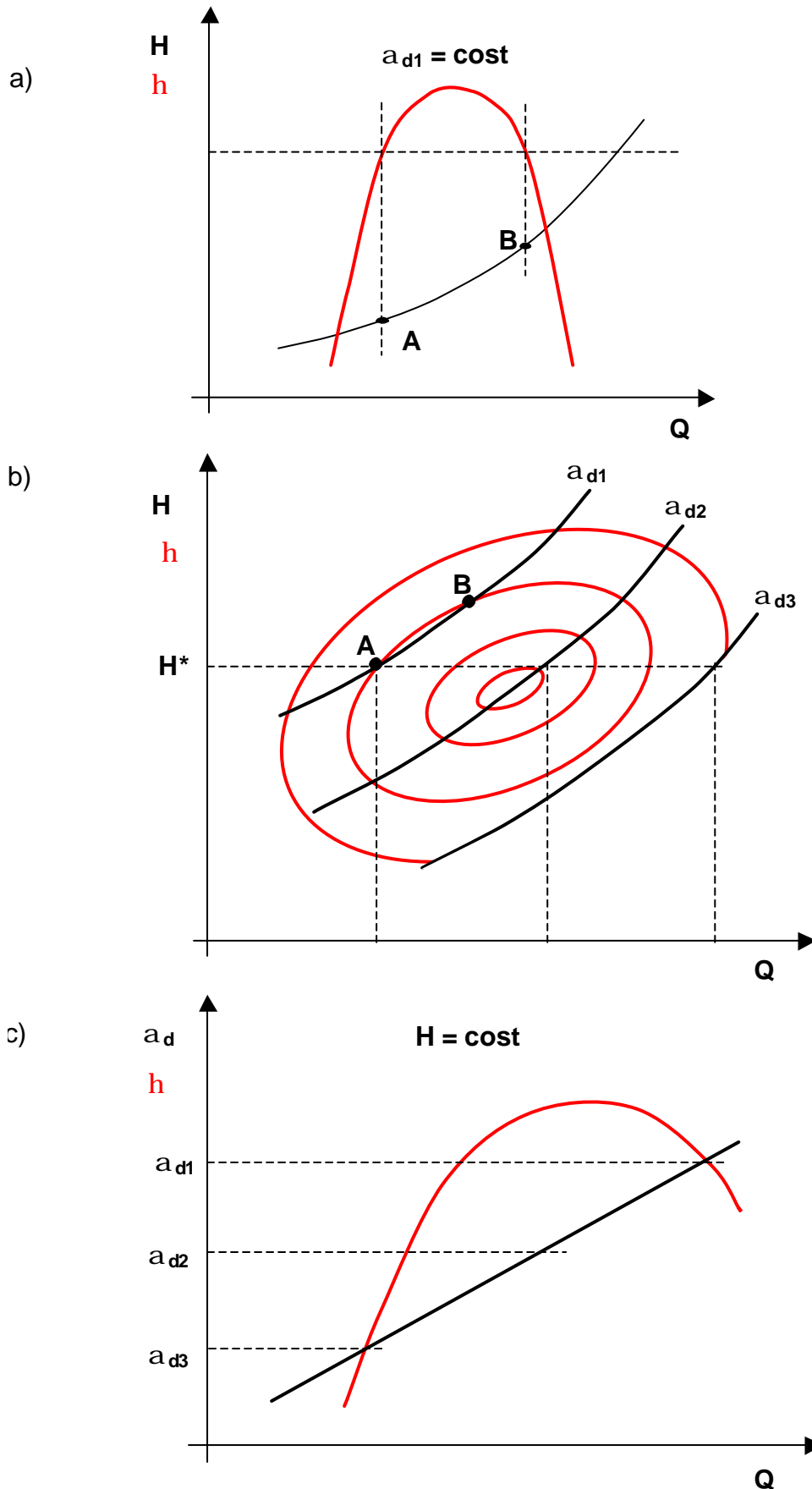


Figura 6.17 – Curve caratteristiche di una Francis: a) $a_d = \text{cost}$; b) mappa completa; c) $H = \text{cost}$.

Si fa infine notare come il rendimento si annulli per un valore della portata diverso da zero. Il valore di portata per cui si annulla il rendimento è la portata di marcia a vuoto, e cioè la portata minima che consente un funzionamento a numero di giri costante senza erogare potenza. Tale portata è diversa da zero in quanto è necessario vincere le perdite.

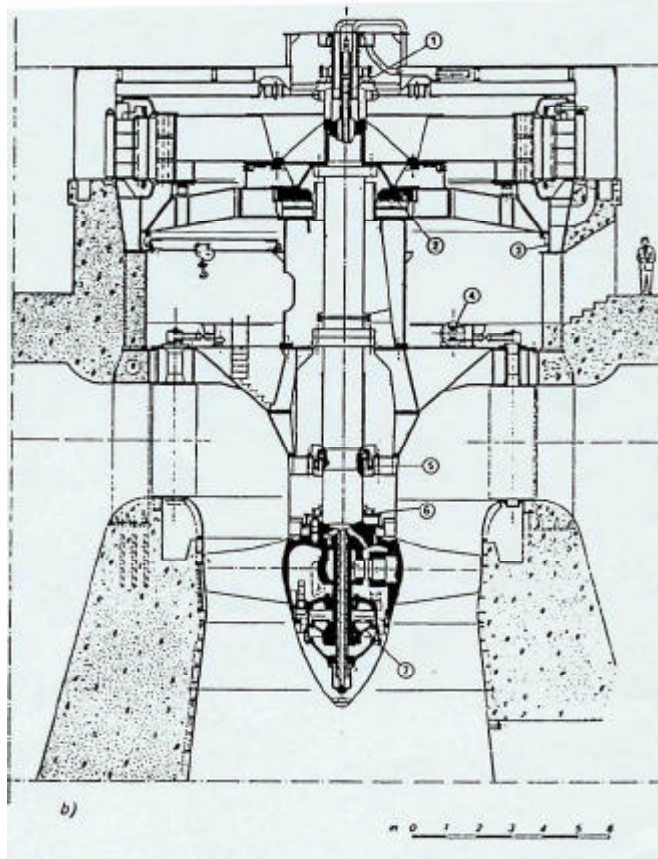


Figura 6.18 – Turbina Kaplan.

6.5. Turbine Kaplan

Le turbine Kaplan sono turbine assiali a reazione, il cui campo di utilizzo è limitato alle applicazioni in cui siano disponibili bassi salti con elevate portate, come nel caso degli impianti ad acqua fluente. Possono essere considerate la naturale evoluzione delle turbine Francis, quando il grado di reazione raggiunge il suo massimo.

Con riferimento alla figura 6.18, esse si compongono di un distributore a pale fisse, e di una girante caratterizzata da un numero limitato di pale che possono ruotare tutte insieme in maniera tale da permettere alla turbina di funzionare in condizioni di ottimo rendimento al variare della portata. E' sempre inoltre presente un diffusore a valle.

Il comportamento della macchina è quindi del tutto analogo a quello della Francis, dove però ingresso ed uscita dal rotore avvengono alla stessa distanza dall'asse di rotazione della macchina, e quindi $U_1 = U_2 = \text{costante}$. Anche in questo caso la condizione di progetto viene considerata quella per cui il flusso viene scaricato assialmente ($V_{2t} = 0$). A differenza però della Francis, la regolazione della portata è fatta agendo sull'angolo di calettamento delle pale del rotore. Con riferimento alla figura 6.19, se viene ad esempio ridotta la portata, cambia la componente assiale della velocità in ingresso al rotore V_{1ax} , senza però che vari l'angolo d'inclinazione del flusso assoluto α_1 , imposto da ciò che precede il rotore. La pala del rotore ruota in maniera tale da allinearsi all'angolo di incidenza relativo β_1 . Ma allora la componente tangenziale della velocità assoluta in ingresso V_{1t}

diminuisce. Nell'ipotesi che il salto motore non vari, comparirà una componente tangenziale della velocità assoluta allo scarico V_{2t} negativa, e cioè diretta in senso opposto alla velocità periferica. Le curve caratteristiche sono del tutto analoghe a quelle delle Francis, a patto di considerare come parametro l'angolo di calettamento delle pale del rotore al posto di quello del distributore.

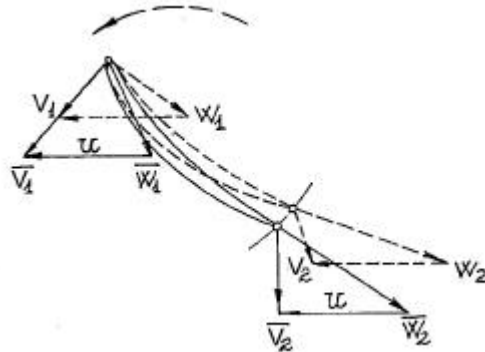


Figura 6.19 – Triangoli di velocità al variare della portata (Kaplan).

6.6. Altezza di aspirazione e Cavitazione

Nella descrizione generale della turbina Francis si è accennato al fatto che, a valle del rotore, è presente un condotto divergente, detto diffusore. Il diffusore è inoltre presente anche nelle turbine Kaplan. Tale condotto ha lo scopo di trasformare parte dell'energia cinetica del flusso in uscita dalla girante in pressione, abbassando quindi la pressione allo scarico del rotore. Se infatti il rotore scaricasse direttamente in atmosfera, la pressione a valle della girante sarebbe pari alla pressione atmosferica. La presenza di un diffusore, di altezza L , fa sì che la pressione allo scarico del rotore diminuisca.

La presenza del diffusore è importante per le macchine a reazione veloci, e quindi anche per la Kaplan, dove la velocità assoluta all'uscita del rotore può diventare significativa.

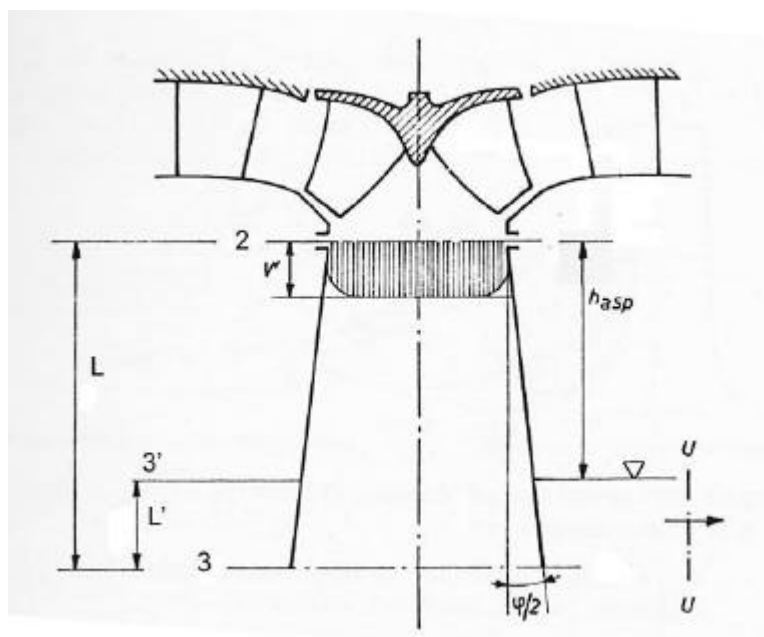


Figura 6.20 – Diffusore.

Con riferimento alla figura 6.20, applichiamo l'equazione di Bernoulli tra la sezione di uscita del rotore, indicata con 2, e la sezione di uscita dal diffusore, indicata con 3:

$$\frac{\rho_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{\rho_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 + Y_{23} \quad (6.63)$$

Applichiamo ora Bernoulli tra la sezione di scarico del diffusore 3 e il pelo libero del bacino di valle, indicato con 3':

$$\frac{\rho_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{\rho_{3'}}{\rho g} + \frac{V_{3'}^2}{2g} + z_{3'} + Y_{33'} \quad (6.64)$$

Considerando come origine per il calcolo delle quote la sezione corrispondente al pelo libero del bacino di valle ($z_{3'} = 0$), sapendo che qui regna la pressione atmosferica ($\rho_{3'} = \rho_{atm}$) e che la sua velocità è trascurabile ($V_{3'} = 0$), e sapendo inoltre che l'unica perdita tra i punti 3 e 3' consiste nell'energia cinetica del flusso ($Y_{33'} = V_3^2/2g$), l'equazione precedente diventa:

$$\frac{\rho_3}{\rho g} = \frac{\rho_{atm}}{\rho g} - z_3 \quad (6.65)$$

da cui si vede come la pressione all'uscita del diffusore sia inferiore alla pressione atmosferica. Ma risalendo il diffusore la pressione diminuisce, e quindi la sezione di uscita dalla girante, in corrispondenza della flangia a cui è collegato il diffusore, risulta quella a minima pressione. Dalla (6.63) si ricava, tenuto conto della (6.65):

$$\frac{\rho_2}{\rho g} = \frac{\rho_{atm}}{\rho g} - \frac{V_2^2 - V_3^2}{2g} - h_{asp} + Y_{23} \quad (6.66)$$

Perché non si verifichi cavitazione, anche per le turbine, così come per le pompe, sarà necessario imporre che la pressione nel punto di minimo sia maggiore della pressione di evaporazione dell'acqua, più l'eventuale pressione parziale dei gas disciolti. Come per le pompe però, anche per la Francis (lo stesso vale per la Kaplan) questa condizione nella realtà non si verifica all'uscita del rotore, ma leggermente al suo interno, e in prossimità del mozzo, cioè alla base della pala. Sarà allora necessario che sia verificata la seguente disuguaglianza:

$$\frac{\rho_2 - \Delta p}{\rho g} \geq \frac{\rho_v + \rho_g}{\rho g} \quad (6.67)$$

Sostituendo la (6.66) si ricava che l'altezza di aspirazione, così come indicata in figura 6.20, deve soddisfare il seguente vincolo:

$$h_{asp} \leq \frac{\rho_{atm} - (\rho_v + \rho_g) - \Delta p}{\rho g} - \frac{V_2^2 - V_3^2}{2g} + Y_{23} \quad (6.68)$$

Bibliografia:

Macchine a fluido incompressibile, C. Casci, Ed. Masson Italia Editori
Macchine Idrauliche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino

CAPITOLO 7

COMPRESSORI

7.1. Introduzione

Argomento del presente capitolo sono le macchine operatrici funzionanti su fluidi comprimibili, e cioè i compressori. Verranno analizzati nel dettaglio il funzionamento ed i criteri di dimensionamento dei compressori centrifughi, limitando la trattazione ai soli aspetti di funzionamento per i compressori assiali. Si darà infine una breve descrizione del ciclo di funzionamento dei compressori volumetrici alternativi.

La scelta di una tipologia di macchina piuttosto che di un'altra dipende sostanzialmente dalle caratteristiche dell'impianto in cui la macchina deve essere inserita; dipende quindi ancora una volta dalla coppia portata – lavoro richiesta dall'impianto. Anche per i compressori, così come per tutte le macchine studiate fin ora, sono state raccolte informazioni sui principali parametri di funzionamento e sulla loro geometria. Tali informazioni sono state raccolte sotto forma di diagrammi, in cui sono riportate le curve isorendimento al variare dei parametri specifici ω_s e D_s . La figura 7.1 riporta il Diagramma di Baljé per i compressori, da cui si nota come, per bassi valori di ω_s la scelta cada sui compressori volumetrici rotativi, mentre per valori crescenti di ω_s siano preferibili i compressori dinamici, prima quelli centrifughi, poi quelli a flusso misto ed infine quelli assiali. La figura 7.2 mostra la curva del rendimento al variare dell' ω_s , per geometrie ottimizzate. Si nota come i compressori dinamici presentino rendimenti migliori rispetto a quelli volumetrici. Ricordiamo che, per un compressore, la velocità angolare specifica e il diametro specifico sono così definiti:

$$w_s = w \frac{\sqrt{Q_1}}{(\Delta h_s)^{3/4}} \quad (7.1)$$

$$D_s = D \frac{(\Delta h_s)^{1/4}}{\sqrt{Q_1}} \quad (7.2)$$

dove, nel caso di compressori centrifughi, il diametro D va calcolato all'uscita del rotore.

Come si è visto nel Capitolo 3 relativo all'introduzione allo studio delle turbomacchine, il lavoro ideale di compressione (relativo cioè ad una trasformazione adiabatica reversibile, e quindi isentropica), nel caso di gas perfetto, è funzione della temperatura del fluido in ingresso al compressore, del rapporto di compressione β e del tipo di fluido:

$$L_s = \frac{g}{g-1} RT_1 \left(b^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \quad (7.3)$$

Si ricorda che il rapporto di compressione è definito come il rapporto tra la pressione all'uscita del compressore e quella in ingresso. Un'espressione identica può essere ricavata anche per i compressori volumetrici. E' quindi possibile definire un ben preciso legame tra lavoro ideale e rapporto di compressione. Si vede quindi che i compressori volumetrici trovano applicazione quando sono richieste elevate differenze di pressione, da fornire però a portate limitate. All'estremo opposto si trovano i compressori assiali, che vengono usati per fornire salti di pressione limitati a grandi portate.

All'interno delle turbomacchine, nella maggior parte delle applicazioni industriali la scelta cade sulle macchine centrifughe, in quanto accoppiano a rendimenti migliori un funzionamento più regolare anche ai carichi parziali, in virtù del loro minore numero di stadi. Vedremo invece che il

comportamento fuori progetto dei compressori assiali è estremamente critico, in quanto influenzato dall'insorgere di separazioni del flusso dalle superfici palari, con conseguente stallo di intere parti della macchina, che non solo ne compromettono il corretto funzionamento, ma sono causa di rumore, vibrazioni e possono quindi indurre sollecitazioni a fatica sulle pale, con conseguenti rotture.

L'applicazione principale dei compressori assiali è nei gruppi turbogas, sia aeronautici, sia terrestri, in quanto elaborano alte portate con bassi ingombri e pesi. I compressori centrifughi invece, oltre che in moltissime applicazioni industriali, vengono utilizzati nei gruppi sovra - alimentatori dei motori a combustione interna, e nei gruppi turbogas installati sugli elicotteri, cioè in tutte quelle applicazioni in cui siano presenti portate limitate.

Sempre nel Capitolo 3 si è visto come il lavoro reale scambiato tra macchina e fluido risulti espresso, nel caso di approccio mono - dimensionale, dall'equazione di Eulero qui riportata:

$$L_{eu} = L_r = U_2 V_{2t} - U_1 V_{1t} \tag{7.4}$$

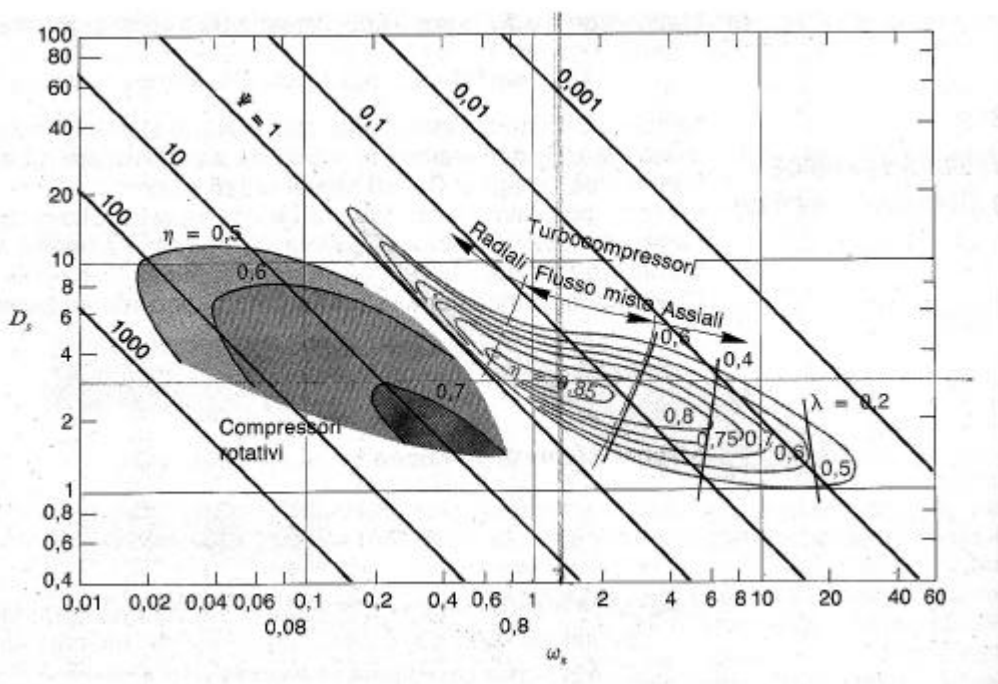


Figura 7.1 -- Diagramma di Baljé per i compressori.

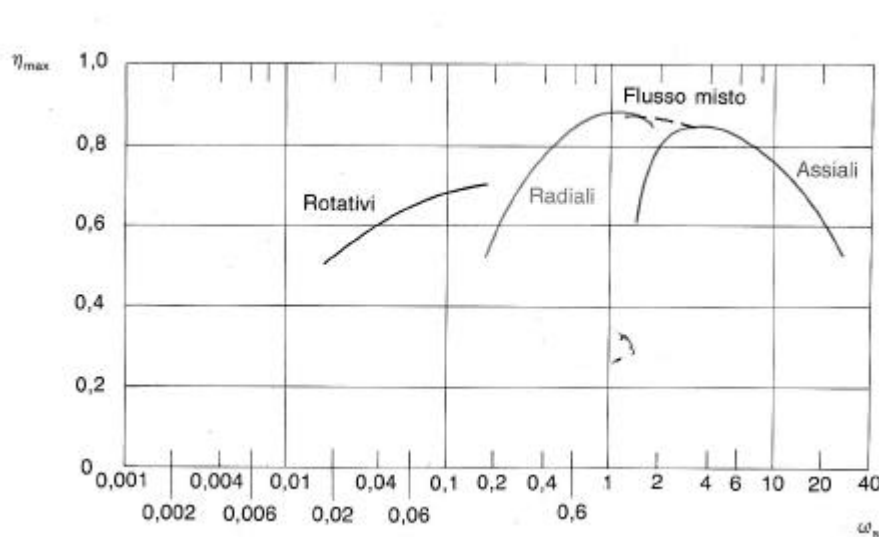


Figura 7.2 – Rendimento in funzione di w_s per geometrie ottimizzate.

7.2.1 compressori centrifughi

La figura 7.3 riporta uno schema di massima di un compressore centrifugo, in cui si possono individuare i suoi componenti principali: il **rotore** (impeller), il **diffusore** e la **voluta** o **cassa a spirale**. Il flusso assoluto in ingresso al rotore è di solito diretto secondo l'asse di rotazione della macchina ($V_1 = V_{1ax}$). In figura 7.3 il diffusore è in realtà diviso in tre parti: una prima parte non palettata, una seconda palettata ed una terza coincidente con la voluta. Si osserva come, nei compressori centrifughi, l'aumento di pressione del fluido sia dovuto principalmente all'azione del campo centrifugo, e solo in parte alla decelerazione del flusso nei canali palari. Cominciamo con il definire i triangoli di velocità a cavallo del rotore, per poter calcolare il lavoro scambiato dallo stadio ed il suo rendimento.

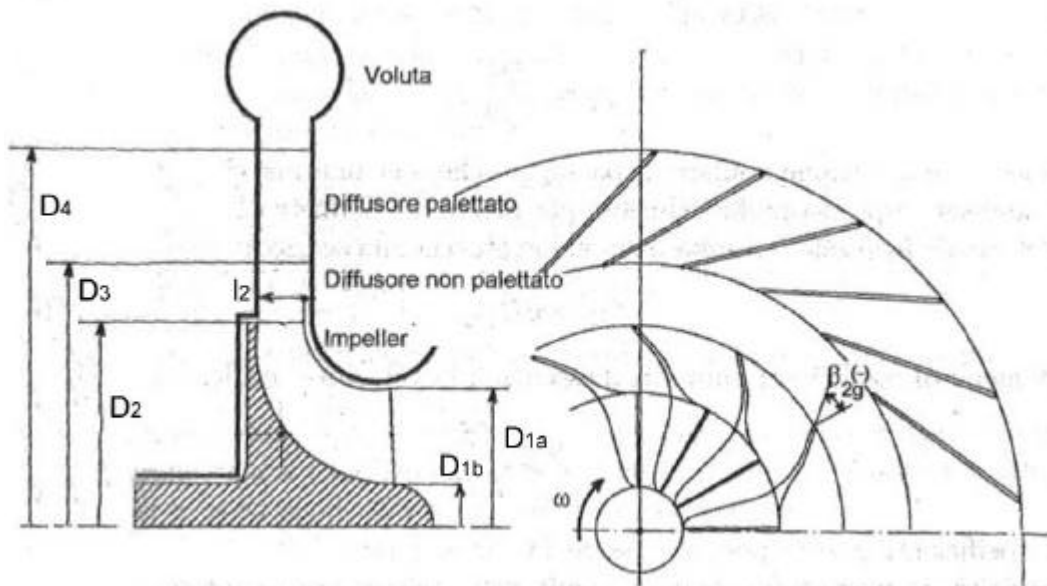


Figura 7.3 – Sezioni di un compressore centrifugo.

7.2.1. Triangoli di velocità, lavoro e grado di reazione

Volendo applicare l'analisi mono-dimensionale al compressore centrifugo, limitiamo le nostre considerazioni a ciò che avviene a monte e a valle della palettatura, ad una distanza sufficiente da essa. Si fa notare come buona parte della trattazione che segue è del tutto analoga a quanto fatto nel caso delle pompe centrifughe.

Con riferimento alla figura 7.3, la sezione di ingresso è individuata dal diametro medio $D_{m,1}$, così definito:

$$D_{1m} = \frac{D_{1a} + D_{1b}}{2} \quad (7.5)$$

Il triangolo di velocità in ingresso alla macchina giace nel piano assiale – tangenziale. Assunto che il rotore ruoti a velocità angolare costante ω , la velocità relativa W_1 di cui è dotato il flusso nel sistema di riferimento solidale al rotore vale:

$$\overline{W}_1 = \overline{V}_1 - \overline{U}_1 \quad (7.6)$$

Proiettando il triangolo delle velocità nelle due direzioni, assiale e tangenziale, si ricava:

$$W_{1ax} = V_{1ax} = V_1 \quad (7.7)$$

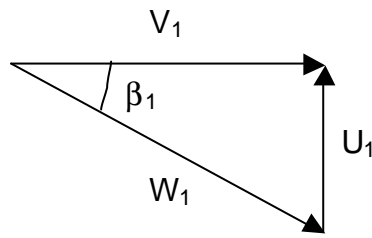


Figura 7.4 – Triangolo di velocità in ingresso al rotore.

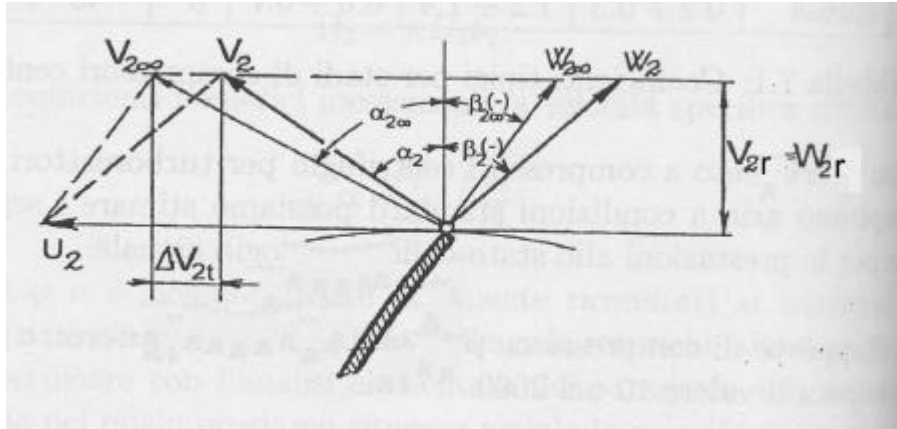


Figura 7.5 – Triangolo di velocità all'uscita del rotore.

$$W_{1t} = U_1 \quad (7.8)$$

Il triangolo di velocità in ingresso è riportato in figura 7.4. La pala del rotore dovrà essere quindi inclinata di un angolo β_1 rispetto alla direzione assiale. Si fa notare come, nella realtà, l'angolo di ingresso della pala del rotore non si mantenga costante lungo l'altezza di pala. Infatti, la velocità periferica aumenta all'aumentare della distanza radiale dall'asse di rotazione, mentre la velocità assoluta V_1 resta costante. Ne deriva che la velocità relativa in ingresso al rotore varia in modulo e direzione lungo l'altezza di pala, ed è massima all'apice.

Il triangolo di velocità all'uscita giace nel piano radiale – tangenziale. Consideriamo inizialmente la **macchina ideale**. In queste condizioni il fluido subisce una trasformazione isentropica nel rotore. Nei capitoli precedenti si è sempre ipotizzato che il flusso segua perfettamente la direzione imposta dalle superfici palari. Nelle macchine centrifughe, sia pompe che compressori, e in minor misura anche nelle macchine assiali, tale condizione all'uscita del rotore potrebbe a rigori verificarsi solo nel caso in cui il rotore fosse composto da un numero infinito di pale, di spessore infinitesimo. Nella realtà il rotore è composto da un numero finito di pale; ciò comporta che, anche nel caso di macchina ideale, e cioè anche in assenza di perdite, il flusso relativo in uscita dal rotore non segue la direzione imposta dalla pala, ma ne risulta deviato, anche mantenendo l'ipotesi di macchina ideale.

Consideriamo inizialmente il caso di rotore con **infinite pale**, infinitamente sottili. Con riferimento alla figura 7.5, un osservatore solidale con il rotore vede il flusso lasciare il rotore dotato di una velocità $W_{2,\infty}$, diretta secondo la tangente alla superficie palare nel bordo d'uscita, che forma un angolo $\beta_{2,\infty}$ negativo, con la direzione radiale. Per un osservatore fisso invece, il flusso lascia il rotore, ed entra quindi nel diffusore, dotato di una velocità $V_{2,\infty}$, le cui componenti radiale e tangenziale si ottengono proiettando il triangolo di velocità:

$$V_{2r} = W_{2r} \quad (7.9)$$

$$V_{2t,\infty} = U_2 - W_{2t,\infty} \quad (7.10)$$

Nel caso di rotore con un **numero di pale finito**, pari a Z , il flusso relativo subisce una deflessione diversa nell'attraversamento del rotore, sempre accompagnata da una riduzione della forza agente sulle pale, rispetto al caso con infinite pale. I filetti fluidi infatti, all'interno del rotore, piegano in senso opposto al senso di rotazione. Ne segue che l'angolo del flusso è minore dell'angolo costruttivo delle pale, e quindi si hanno valori diversi delle velocità, ed in particolare una minore componente tangenziale della velocità assoluta V_{2t} , come mostrato in figura 7.5. Per quantificare questa differenza, si definisce un fattore di scorrimento, dall'inglese slip factor, σ :

$$s = \frac{V_{2t}}{V_{2t,\infty}} \quad (7.11)$$

Ovviamente questo parametro risulta minore di 1, ed è fornito da correlazioni teoriche. Esso inoltre fornisce la stima della variazione dell'angolo relativo del flusso rispetto all'angolo geometrico della pala. Si fa invece notare come la componente radiale della velocità non cambi, essendo imposta dalla portata e dalle dimensioni della corona di scarico del rotore. Ciò è ovviamente vero a parità di portata, quindi quando si considera un ben preciso punto di funzionamento. Se si ragiona invece al variare del punto di funzionamento, la portata cambia al variare del carico, e quindi anche al variare dello slip factor.

Il diffusore vedrà in ingresso un flusso dotato di una velocità V_2 inclinata, rispetto alla direzione radiale, di un angolo α_2 . Il diffusore ha lo scopo di convertire l'energia cinetica che il fluido ancora possiede all'uscita del rotore in energia di pressione; il fluido lascerà quindi il diffusore dotato di una velocità V_3 , tipicamente inferiore alla velocità V_2 .

Ricaviamo l'espressione del lavoro scambiato tra macchina e fluido. Il procedimento è del tutto analogo a quanto è già stato fatto nel caso della pompa centrifuga. Il risultato a cui si giunge, nell'ipotesi di considerare la macchina ideale e il rotore composto da un numero infinito di pale, è il seguente:

$$L_{s,\infty} = U_2^2 - U_2 \frac{\dot{m}}{r_2 \rho D_2 l_2} \tan b_{2,\infty} \quad (7.12)$$

E' poi possibile ottenere le curve di funzionamento del compressore in forma a-dimensionale, introducendo i **coefficienti di portata** ϕ e **di carico** ψ così definiti:

$$f = \frac{Q_2}{U_2 \rho D_2 l_2} \quad (7.13)$$

$$y = \frac{\Delta h_{t,s}}{U_2^2} \quad (7.14)$$

In queste definizioni, si è scelta come sezione di riferimento la sezione di scarico del rotore. Sostituendo queste espressioni nella (7.12) si ricava:

$$y_{s,\infty} = 1 - f_2 \tan b_{2,\infty} \quad (7.15)$$

Anche nel caso dei compressori è possibile individuare tre diverse configurazioni delle pale del rotore, a seconda del valore assunto dall'angolo di uscita delle pale del rotore: in avanti, radiali e all'indietro. Nella realtà si usano pale radiali o piegate all'indietro, ma con angoli di inclinazione decisamente inferiori rispetto al caso delle pompe, per evitare condizioni di funzionamento che comporterebbero eccessive sollecitazioni. La configurazione con pale in avanti viene usata solo per i ventilatori, dove l'effetto richiesto è quello di aumentare la velocità dell'aria che lo attraversa, piuttosto che la pressione. Si ricorda inoltre che la velocità assoluta del flusso all'uscita del rotore risulta maggiore nel caso di pale radiali, e via via diminuisce con il diminuire dell'angolo d'uscita della pala, che, con la convenzione adottata in figura 7.5, si ricorda essere negativo. E' allora ovvia

conseguenza che le macchine a pale radiali necessitano della presenza di un diffusore a valle, per recuperare l'energia cinetica che andrebbe altrimenti persa.

Quando si toglie l'ipotesi relativa al numero di pale, il lavoro ideale risulta pari a:

$$\boxed{L_{s,z} = s L_{s,\infty}} \quad (7.16)$$

Se infine si toglie l'ipotesi di macchina ideale, è necessario anche per i compressori considerare l'effetto dei due tipi di perdite già introdotti per le pompe, e cioè le perdite per incidenza all'imbocco del rotore e del diffusore palettato, e le perdite distribuite o di profilo, legate all'azione dell'attrito sulle superfici bagnate, fisse e mobili. La figura 7.6 riporta gli andamenti del coefficiente di carico in funzione del coefficiente di portata nei diversi casi analizzati: (1) caso ideale con infinite pale, (2) caso ideale con z pale, (3) caso reale. Si nota infine come il lavoro ideale nel caso di rotore con z pale in realtà non vari linearmente con la portata, essendo lo slip factor funzione, esso stesso, della portata.

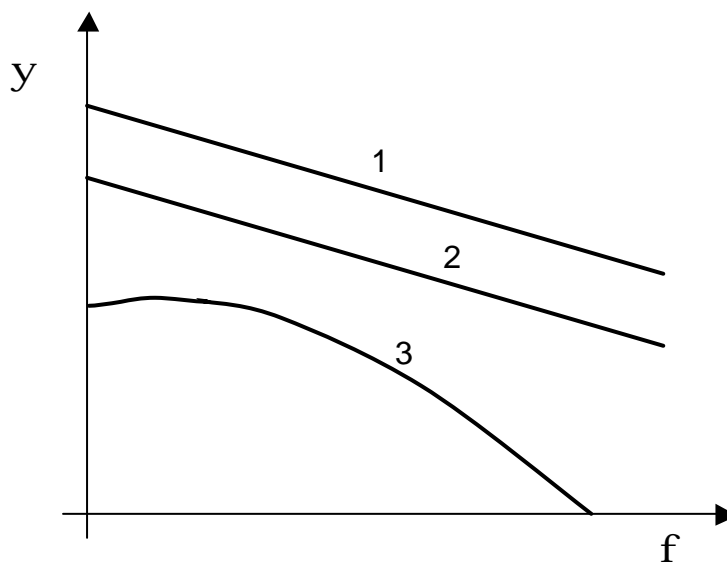


Figura 7.6 – Curve caratteristiche di compressori centrifughi.

E' opportuno sottolineare come lo slip factor, per quanto definito per una macchina ideale, fornisca una previsione corretta dell'angolo d'uscita del flusso relativo dal rotore. L'azione delle perdite si traduce invece in una riduzione del modulo della velocità.

Si ricorda che il rendimento del compressore è sempre il rapporto tra lavoro ideale e lavoro reale, e che sono possibili due definizioni, a seconda che venga o meno considerata persa l'energia cinetica allo scarico: un rendimento total to total e un rendimento total to static, entrambi definiti nel Capitolo 3.

E' poi possibile calcolare il grado di reazione, definito nel caso ideale. Supponendo che si conservi la componente meridiana della velocità, e cioè che la componente assiale della velocità in ingresso sia uguale alla componente radiale della velocità in uscita dallo stadio, condizione peraltro normalmente adottata in fase di progettazione, e assumendo inoltre che la variazione di energia cinetica a cavallo dello stadio sia trascurabile, si ricava:

$$\boxed{c = \frac{\Delta h_{s,rot}}{\Delta h_{s,stadio}} = 1 - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2U_2 V_{2t}} = 1 - \frac{V_{2t}^2}{2U_2 V_{2t}} = 1 - \frac{y}{2}} \quad (7.17)$$

Ricordando che il coefficiente di carico varia linearmente con la portata e a seconda dell'angolo di inclinazione delle pale, secondo le (7.15) e (7.16), si vede che il grado di reazione cresce al

diminuire dell'angolo di inclinazione, da pale in avanti a radiali a pale all'indietro. Sapendo poi che il campo di utilizzo dei compressori centrifughi è ristretto a valori dei coefficienti di portata e carico rispettivamente dell'ordine di 0.2 – 0.5 e 0.6 – 0.8, si vede immediatamente come il grado di reazione sia indicativamente variabile tra 0.5 e 0.7.

7.2.2. Il Diffusore

Si è detto come lo scopo del diffusore sia quello di ridurre la velocità del flusso in uscita dal rotore, trasformando così l'energia cinetica in pressione. Sarà allora necessario realizzare, a valle del rotore uno o più condotti divergenti. Il diffusore può quindi essere o meno palettato. Dalla conservazione della portata, supponendo di compensare le variazioni di densità con una riduzione dell'altezza del canale, si ricava:

$$V_r r = \text{cost.} \quad (7.18)$$

Inoltre, nel diffusore non esiste lavoro scambiato con l'esterno, trattandosi di un elemento fisso. Ne deriva quindi, dall'equazione di conservazione del momento della quantità di moto lungo l'asse di rotazione:

$$V_t r = \text{cost.} \quad (7.19)$$

avendo trascurato l'azione delle forze viscosse, e supposto le superfici assialsimmetriche. Ciò implica che la relazione precedente è vera al centro del canale, lontano dalle pareti, e quindi fuori dallo strato limite. Dalle relazioni precedenti si vede come effettivamente lungo il diffusore il fluido venga rallentato, essendo il diffusore a sviluppo radiale. Procedendo infatti lungo il diffusore, il raggio aumenta, e quindi diminuiscono sia la componente radiale sia la componente tangenziale della velocità. Resta invece costante l'angolo di inclinazione del vettore velocità:

$$\boxed{a = \tan^{-1} \frac{V_t}{V_r} = \text{cost}} \quad (7.20)$$

Ne segue che, nel caso di diffusore non palettato, il flusso procede allontanandosi dal rotore mantenendo l'angolo che aveva all'uscita della girante e descrivendo quella che si chiama una spirale logaritmica, che altro non è che una traiettoria caratterizzata, in ogni suo punto, da un valore dell'angolo α costante. Spesso però l'altezza del canale resta costante, per cui se la densità aumenta, il flusso seguirà una traiettoria più tangenziale, e quindi α aumenta lungo il diffusore.

Ne deriva allora che, per ridurre significativamente la velocità, sono necessari sviluppi radiali elevati, che comportano ingombri elevati, grandi superfici bagnate e quindi alte perdite. Per contro, hanno un comportamento robusto rispetto alle variazioni di portata.

Il diffusore palettato forza invece il flusso a seguire una traiettoria più radiale, realizzando quindi la stessa riduzione di velocità su un tragitto più breve. Esso ha allora il vantaggio di richiedere ingombri minori e di presentare minori superfici bagnate, e quindi minori perdite. Il suo comportamento è però più critico in condizioni di funzionamento fuori progetto, in quanto soggetto a possibili separazioni del flusso che ne riducono il rendimento molto velocemente al variare della portata.

7.2.3. Dimensionamento della macchina

Il dimensionamento della macchina passa attraverso la definizione della geometria delle sezioni di ingresso e uscita del rotore, degli angoli di ingresso e uscita del flusso nel rotore e nell'eventuale diffusore, palettato o meno. A tale scopo, i parametri fondamentali per procedere al dimensionamento sono la portata smaltita e il rapporto di compressione β , che permette di calcolare il lavoro ideale scambiato dalla macchina con il fluido (ad esempio attraverso l'equazione (3.11)).

Attraverso la Teoria della Similitudine è possibile scegliere, utilizzando ad esempio i Diagrammi di Baljé, la coppia numero di giri – diametro specifici che permettono di ottenere il massimo rendimento. In ogni processo di dimensionamento la strada da seguire non è univoca, così come i parametri da definire non sono univocamente determinati. E' invece sempre necessario effettuare delle scelte progettuali, e dotarsi poi di strumenti adeguati per la valutazione dell'accettabilità o meno delle scelte fatte. In questo caso particolare, la strada più seguita, una volta optato per una macchina di tipo centrifugo, consiste nel fissare un valore iniziale del numero di giri e di scegliere una geometria ottimizzata. Ciò quindi fissa anche il rendimento della macchina che si vuole ottenere. Si arriva quindi a definire una coppia di valori $\omega_s - D_s$, a cui sono associati il regime di rotazione, il rendimento della macchina, ed il diametro esterno della girante D_2 .

Il passo successivo consiste nel dimensionamento delle sezioni di passaggio, in ingresso al rotore prima, ed in uscita poi. La conservazione della portata dice che la portata in massa deve rimanere costante, ovunque venga calcolata. In particolare, scritta nella sezione di ingresso, essa fornisce:

$$\dot{m} = r_1 V_1 \rho D_{1m} \ell_1 \quad (7.21)$$

essendo ℓ_1 l'altezza di pala:

$$\ell_1 = \frac{D_{1a} - D_{1b}}{2} \quad (7.22)$$

e ρ_1 la densità del gas, assunto perfetto, calcolata nelle condizioni di ingresso, note:

$$r_1 = \frac{\rho_1}{RT_1} \quad (7.23)$$

E' allora necessario stimare i diametri all'apice e alla base della pala. Il diametro alla base della pala coincide con il diametro del mozzo che, a sua volta, a meno della tolleranza per il montaggio, coincide con il diametro dell'albero. Per calcolare il diametro dell'albero si effettua una verifica di resistenza, andando a considerare le condizioni di funzionamento più critiche. Le condizioni di funzionamento in cui si hanno le sollecitazioni maggiori sono all'avviamento, dove la coppia è circa il doppio di quella in condizioni nominali di progetto. E' poi buona norma maggiorare ulteriormente la potenza, e quindi la coppia all'albero, ad esempio del 20%, per tenere conto di eventuali urti o sovra sollecitazioni:

$$C = \frac{2P}{\omega} 1.2 \quad (7.24)$$

La sollecitazione massima è quella a torsione, per cui è necessario imporre che la tensione tangenziale massima sia inferiore rispetto a quella ammissibile dal materiale di cui è costituito l'albero:

$$t_{\max} = \frac{C}{W_t} \leq t_{\text{amm}} \quad (7.25)$$

essendo W_t il momento d'inerzia polare dell'albero:

$$W_t = \frac{\rho d_a^3}{16} \quad (7.26)$$

Noto allora il diametro dell'albero, lo si maggiora del 20% per ricavare il diametro del mozzo, che coincide con il diametro alla base della pala.

La scelta del diametro all'apice della pala viene fatta imponendo che siano minime le perdite nel rotore, e che la velocità in ingresso al rotore sia subsonica. Sapendo che, nel rotore, le perdite sono proporzionali al quadrato della velocità relativa, e sapendo inoltre che la velocità relativa è massima in ingresso al rotore all'apice della pala, si sceglierà il diametro all'apice della pala tale da minimizzare il quadrato della velocità relativa, calcolata in questa sezione:

$$\frac{\partial W_{1a}^2}{\partial D_{1a}} = 0 \quad (7.27)$$

nell'attraversamento della macchina. Il valore della densità all'uscita del rotore dipende quindi dalle perdite che il fluido subisce nell'attraversamento del rotore stesso. Per calcolarlo è necessario calcolare pressione e temperatura reale nella sezione 2.

Nel caso ideale, la variazione di entalpia totale a cavallo del rotore coincide con il lavoro ideale:

$$L_s = h_{t,2s} - h_{t1} \quad (7.33)$$

ed è un dato iniziale del problema. La conoscenza del rendimento della macchina permette di calcolare il lavoro reale, e quindi l'entalpia totale all'uscita del rotore:

$$h_{t2} = h_{t1} + \frac{L_s}{h_{ad}} \quad (7.34)$$

Ricordando che, per un gas perfetto, l'entalpia è proporzionale alla temperatura, è possibile calcolare la temperatura all'uscita dal rotore nel caso reale:

$$T_2 = T_{t1} + \frac{L_r - V_2^2/2}{C_p} \quad (7.35)$$

a patto di conoscere la velocità assoluta all'uscita del rotore. Per calcolare questa velocità, innanzitutto è immediato calcolarne la componente tangenziale. Basta infatti ricordare che il lavoro reale è pari al lavoro di Eulero, quindi:

$$V_{2t} = \frac{L_r}{U_2} = \frac{L_s}{U_2 h_{ad}} \quad (7.36)$$

Per calcolare la componente radiale della velocità, un possibile approccio consiste nello scegliere una velocità radiale allo scarico uguale alla velocità assiale in ingresso ($V_{2r} = V_1$). Un'altra scelta progettuale può invece essere quella di fissare l'angolo d'inclinazione delle pale all'uscita. Considerando un rotore a pale rivolte all'indietro, l'angolo d'uscita delle pale del rotore β_2 assume tipicamente valori al massimo pari a $40^\circ - 50^\circ$ rispetto alla direzione radiale. Scelto quindi un valore dell'angolo β_2 dettato dall'esperienza, è possibile ricavare la componente radiale della velocità:

$$V_{2r} = W_{2r} = \frac{W_{2t}}{\tan b_2} = \frac{U_2 - V_{2t}}{\tan b_2} \quad (7.37)$$

e quindi conoscere la velocità V_2 , che permette il calcolo della temperatura reale T_2 e l'entalpia h_2 . Per calcolare la temperatura T_{2s} , un possibile approccio consiste nel fissare il rendimento del rotore, definito come il rapporto tra il salto entalpico a cavallo del rotore in condizioni ideali, e quello in condizioni reali. Con riferimento alla trasformazione tracciata in figura 7.7, esso vale:

$$h_{rot} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad (7.38)$$

E' allora facile calcolare l'entalpia h_{2s} e la temperatura T_{2s} :

$$T_{2s} = T_1 + \frac{h_{2s} - h_1}{C_p} = T_1 + h_{rot} \frac{h_2 - h_1}{C_p} \quad (7.39)$$

Ma allora è immediato il calcolo della pressione all'uscita del rotore:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_{2s}}{T_1} \right)^{\frac{g}{g-1}} \quad (7.40)$$

che permette il calcolo della densità, e quindi dell'altezza di pala allo scarico del rotore, nota la velocità assoluta all'uscita V_2 .

E' infine possibile calcolare il triangolo delle velocità allo scarico, e in particolare l'angolo del flusso assoluto α_2 . Se il diffusore presente a valle è palettato, α_2 sarà l'angolo d'inclinazione delle pale in ingresso; se invece non è palettato, questo è l'angolo che la traiettoria descritta dal fluido mantiene costante fino all'uscita.

Inoltre, per avere un'idea della ripartizione del salto entalpico tra rotore e diffusore, è possibile calcolare il grado di reazione:

$$c = \frac{\Delta h_{s,rot}}{\Delta h_{s,stadio}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{3s} - h_1} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{t,2s} - \frac{V_{3s}^2}{2} - h_1} \quad (7.41)$$

dove la velocità allo scarico ideale V_{3s} dal diffusore può essere facilmente calcolata a partire dall'entalpia totale e dalle condizioni statiche all'uscita della macchina, note in quanto dati di progetto.

Nel dimensionamento del diffusore è necessario poi specificare se esso è palettato o meno, e nel caso lo sia, scegliere l'angolo di uscita dal diffusore. Fissato tale angolo, è possibile calcolare la velocità all'uscita del diffusore semplicemente dalla conservazione dell'entalpia totale e della portata. Questa infatti vale (punto 3 di figura 7.7):

$$\dot{m} = r_3 V_{3r} \rho D_3 \ell_3 \quad (7.42)$$

in cui, per calcolare il diametro esterno del diffusore o si considera l'altezza del canale costante ($\ell_3 = \ell_2$), oppure si suppone di compensare le variazioni di densità con le variazioni di altezza ($\rho_3 \ell_3 = \rho_2 \ell_2$).

7.3.1 compressori assiali

A differenza dei compressori centrifughi, i compressori assiali sono macchine multi - stadio, in cui ogni stadio realizza una limitata compressione del fluido, in quanto non è più utilizzata l'azione delle forze centrifughe. Ogni stadio quindi fornisce un rapporto di compressione limitato, il cui ordine di grandezza è intorno a 1.2 - 1.4. Nelle macchine assiali il flusso attraversa la macchina muovendosi su una traiettoria media che mantiene una distanza costante dall'asse di rotazione. Ne deriva quindi che la velocità periferica risulta costante ovunque venga calcolata ($U_1 = U_2$).

Procediamo in maniera analoga a quanto fatto nel caso precedente, individuando dapprima i triangoli di velocità e definendo quindi lavoro, portata, rendimento e grado di reazione.

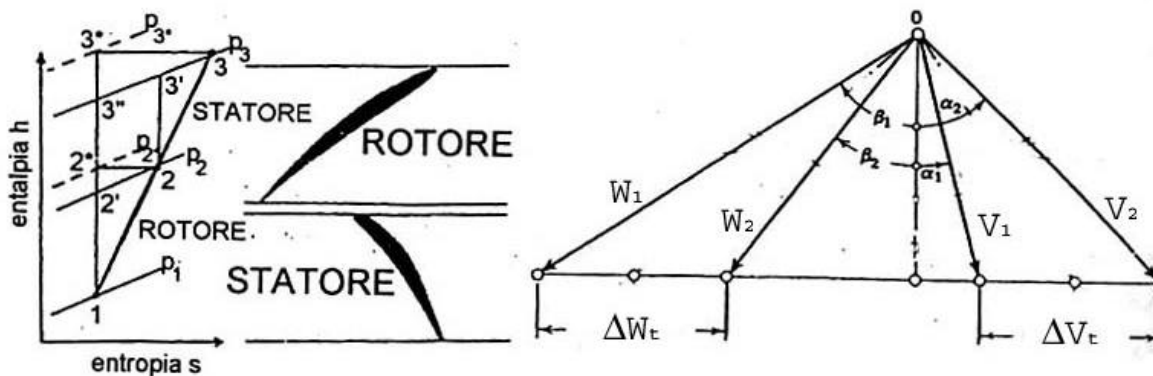


Figura 7.8 – Trasformazione e triangoli di velocità in un compressore assiale.

7.3.1.1. Triangoli di velocità, lavoro e grado di reazione

Si suppone di considerare il primo stadio di un compressore operante in condizioni ideali. Con questa assunzione, il flusso in ingresso alla macchina, e quindi in ingresso al rotore, è diretto lungo l'asse della macchina ($V_1 = V_{1ax}$), analogamente a quanto visto per i compressori centrifughi. Consideriamo inoltre lo stadio ripetitivo, per cui la velocità assoluta all'uscita dello statore è uguale a quella in ingresso al rotore ($V_1 = V_3$). Un'altra ipotesi largamente utilizzata, anche in fase di progetto della macchina, è quella di considerare costante la componente assiale della velocità.

Assumeremo pertanto che $V_1 = V_{2ax} = V_{3ax}$. L'altezza di pala varierà quindi per compensare l'aumento della densità in quanto, dalla conservazione della portata risulta:

$$\dot{m} = r_1 V_1 \rho D_m l_1 = r_2 V_{2ax} \rho D_m l_2 = r_3 V_{3ax} \rho D_m l_3 \quad (7.43)$$

dove il diametro medio D_m è costante ovunque lo si calcoli.

La figura 7.8 riporta uno schema dei triangoli di velocità a cavallo del rotore, triangoli che giacciono ora nello stesso piano, assiale - tangenziale. Il vettore velocità relativa in ingresso al rotore risulterà allineato con l'angolo di inclinazione della pala β_1 , e avrà le seguenti componenti:

$$W_{1ax} = V_1 \quad (7.44)$$

$$W_{1t} = U \quad (7.45)$$

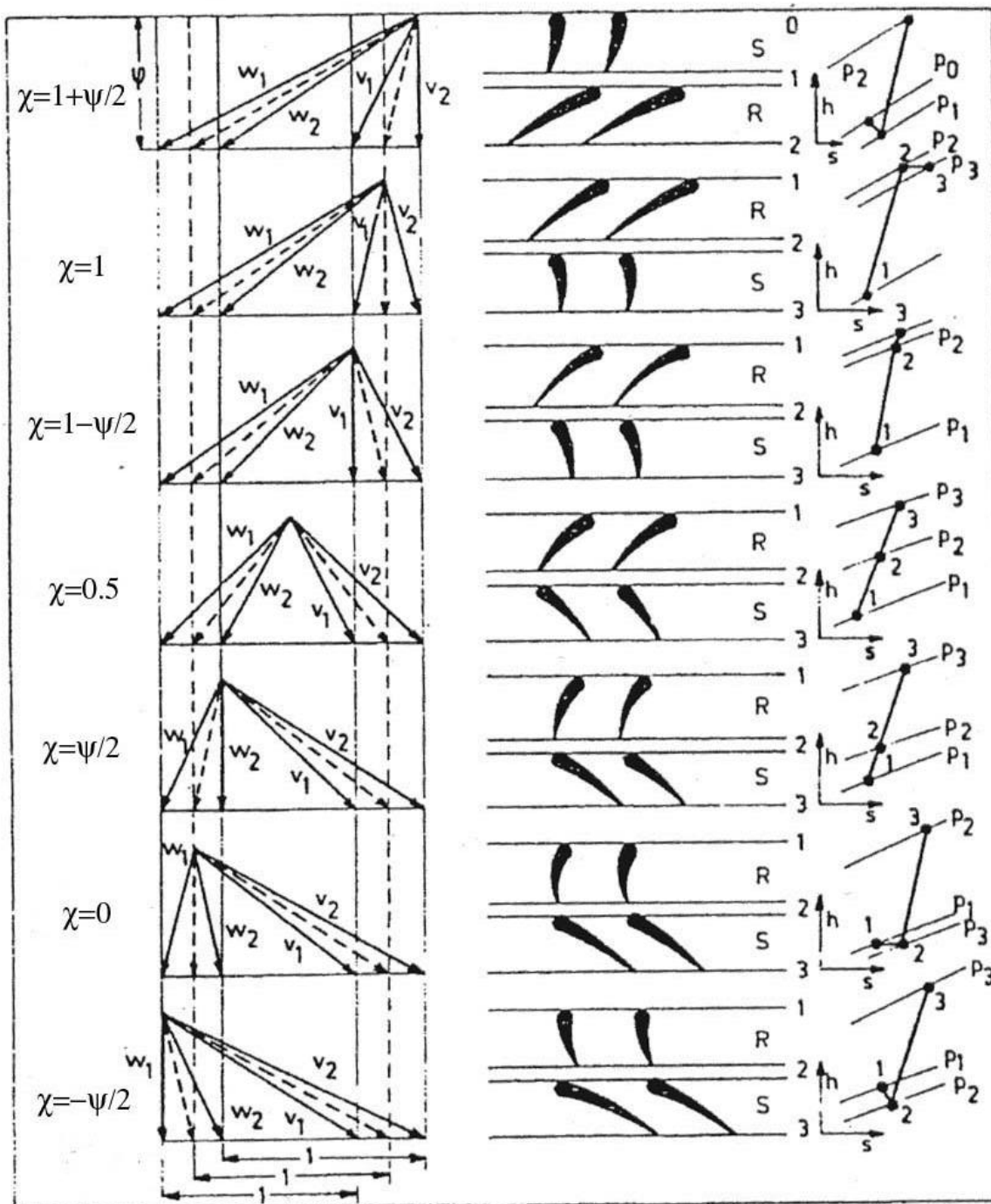


Figura 7.9 – Tipologie di stadi di compressore assiale al variare del grado di reazione.

All'uscita del rotore il flusso segue la direzione imposta dalla superficie palare. Esso sarà quindi dotato di una velocità relativa W_2 , inclinata dell'angolo β_2 rispetto alla direzione assiale. La velocità periferica resta immutata, e quindi un osservatore fisso vedrà il fluido in uscita dal rotore, ed in ingresso allo statore, dotato di una velocità V_2 avente le seguenti componenti:

$$V_{2ax} = W_{2ax} = W_{1ax} = V_1 \quad (7.46)$$

$$V_{2t} = U - |W_{2t}| \quad (7.47)$$

Lo statore convertirà una parte di energia cinetica in pressione; esso quindi rallenterà il fluido fino a portarlo ad avere, al suo scarico, una velocità inferiore e, per l'ipotesi di stadio ripetitivo, identica a quella in ingresso allo stadio:

$$V_3 = V_{3ax} = V_1 \quad (7.48)$$

Nel caso di compressore assiale, con le ipotesi fatte, il lavoro di Eulero diventa:

$$L_{eu} = U(V_{2t} - V_{1t}) = U\Delta V_t = U\Delta W_t \quad (7.49)$$

Infatti, essendo la componente assiale della velocità ovunque costante, così come la velocità periferica, le variazioni di velocità tangenziale assoluta e relativa coincidono, come mostrato in figura 7.8.

Nel caso reale, è possibile definire dei coefficienti riduttivi delle velocità nel rotore e nello statore, per tenere conto delle perdite che il fluido subisce nei diversi organi della macchina. E' possibile dimostrare che il rendimento dello stadio, fissati questi coefficienti di perdita, è funzione del coefficiente a-dimensionale di portata e del grado di reazione:

$$\boxed{h = f(f, c)} \quad (7.50)$$

La figura 7.9 riporta le diverse tipologie di stadio di compressore assiale al variare del grado di reazione, fissati i coefficienti a-dimensionali di portata e lavoro. Si nota come, al variare del grado di reazione, cambi la forma dei triangoli delle velocità, cambi l'inclinazione delle pale e cambi anche la ripartizione del lavoro tra rotore e statore. Ci si chiede allora se esista un valore del grado di reazione che permette di ottenere il massimo rendimento. Procedendo nel modo usuale, e cioè derivando l'espressione del rendimento rispetto al grado di reazione e eguagliando il risultato a zero, si ricava che il valore ottimo del grado di reazione è pari a 0.5, qualunque sia il coefficiente di portata. A questo risultato si poteva giungere anche intuitivamente. Basti infatti pensare che la scelta $\chi = 0.5$ implica di ripartire equamente il salto entalpico su rotore e statore, che quindi dovranno impartire al flusso la stessa compressione, realizzando quindi gli stessi rapporti di variazione delle sezioni di passaggio. E' allora possibile utilizzare canali palari divergenti con buone prestazioni in entrambe le palettature, che quindi lavoreranno entrambe con buoni rendimenti. Se viceversa si carica di più uno dei due, ce ne sarà sempre uno (rotore nel caso di grado di reazione elevato, statore nel caso opposto) affetto da elevate perdite.

7.3.2. Comportamento fuori progetto

Come già accennato in precedenza, il comportamento fuori progetto dei compressori assiali è critico, per il sopraggiungere di fenomeni legati alla separazione dello strato limite dalle superfici palari. Se ad esempio diminuisce la portata in ingresso al compressore, cambia la velocità assoluta in ingresso al rotore V_1 , mentre la velocità periferica resta costante. Di conseguenza varia l'angolo di incidenza del flusso sul rotore, che aumenta, ed aumentano anche le perdite. Ad un certo punto lo strato limite si separa sul lato in depressione, portando all'insorgere dello *stallo*. Un fenomeno analogo può verificarsi anche ai bassi regimi di rotazione e per valori elevati della portata. In questo caso lo strato limite si separerà sull'altro lato della pala (lato in pressione), come conseguenza di un'incidenza negativa del flusso sul rotore.

In queste condizioni, il flusso in ingresso al rotore non vede più le variazioni di sezione che erano imposte dalle superfici palari, ma le sezioni aumentano meno, e quindi il fluido subisce una

compressione parziale, o addirittura nessuna compressione. Al limite, il flusso risulta completamente separato, e il compressore non è più in grado di funzionare. Ecco che quindi l'insorgere dello stallo, positivo o negativo, impone dei limiti alle condizioni di funzionamento del compressore.

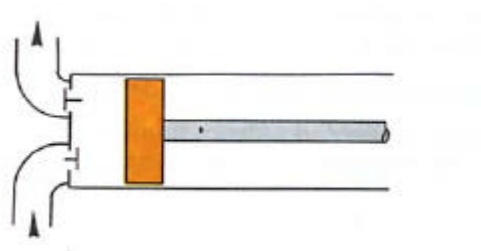


Figura 7.10 – Schema di un compressore volumetrico alternativo.

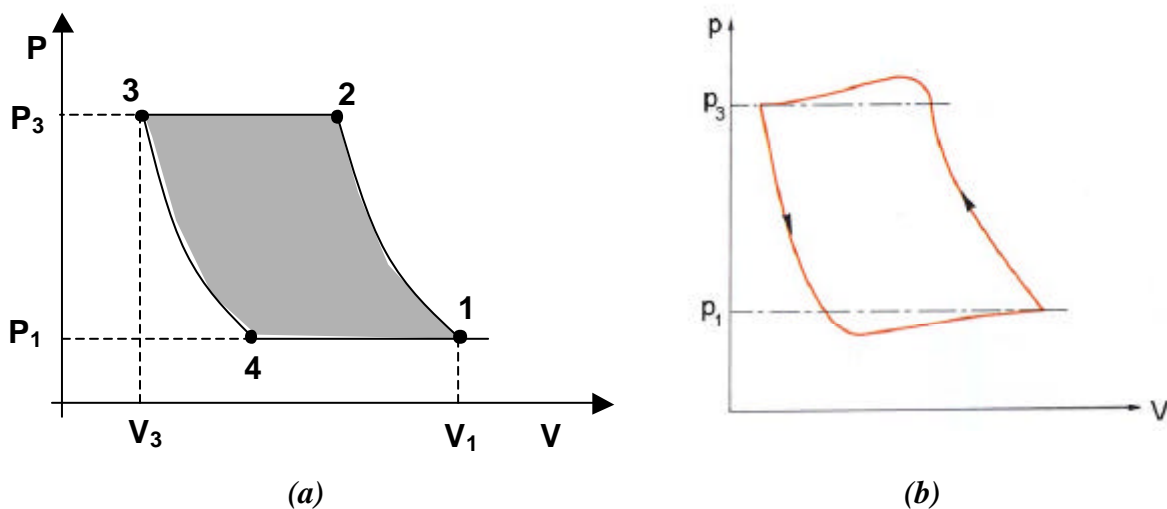


Figura 7.11 – Ciclo descritto da un compressore alternativo: a) ideale e b) reale.

7.4. Compressori alternativi

I compressori alternativi consistono di un cilindro al cui interno scorre uno stantuffo (figura 7.10). Il volume spazzato dal pistone costituisce la **cilindrata**, che non è altro che la differenza tra il volume occupato dal fluido al punto morto inferiore e quello corrispondente al punto morto superiore. Nel cilindro sono praticate opportune aperture, per l'ingresso e l'uscita del fluido, che viene regolata grazie all'apertura e chiusura di valvole. Essi elaborano piccole portate, fornendo elevati incrementi di pressione. Il ciclo che descrivono, tracciato in figura 7.11 nel piano (p,V) , essendo V il volume, consiste idealmente di due trasformazioni isentropiche collegate da due isobare. Il punto 1 corrisponde al punto morto inferiore, mentre il punto morto superiore coincide con il punto 3. La cilindrata è allora la differenza tra i volumi corrispondenti a queste due posizioni:

$$Cilindrata = V_1 - V_3 \tag{7.51}$$

Si nota come il volume non può annullarsi, ma esiste un volume morto, o spazio morto, dovuto al fatto che lo stantuffo non può andare a sbattere contro la testa del cilindro.

Quando il pistone si trova al punto morto inferiore le valvole vengono chiuse. Il volume è occupato dalla carica fresca. A questo punto lo stantuffo sale e il fluido contenuto nel cilindro viene compresso. Nelle pompe volumetriche la compressione è istantanea, perché in presenza di fluido incompressibile, appena lo stantuffo comincia a risalire, la pressione aumenta immediatamente e

comanda subito l'apertura della valvola di uscita. Nel caso di fluido comprimibile invece, la pressione nel cilindro aumenta gradualmente, man mano che lo stantuffo scorre nel cilindro, dal punto morto inferiore a quello superiore.

Nell'ipotesi di considerare il processo ideale, in assenza di scambio termico con l'esterno, la trasformazione che subisce il fluido è una compressione isentropica (1-2 in figura 7.11a). Quando la pressione nel cilindro raggiunge il valore desiderato, essa comanda l'apertura della valvola di scarico. A questo punto la pressione all'interno del cilindro resta costante, perché è in comunicazione con la zona del circuito ad alta pressione, mentre lo stantuffo prosegue la sua corsa fino al punto morto superiore, spingendo fuori il fluido. La trasformazione 2-3 è allora una trasformazione a pressione costante, ma a massa variabile. Giunti al punto 3, lo stantuffo inverte il moto, e quindi la pressione nel cilindro tende a scendere, comandando la chiusura della valvola di scarico. Man mano che lo stantuffo retrocede, il fluido che è rimasto all'interno del cilindro espande, secondo una trasformazione adiabatica isentropica (3-4 in figura 7.11a), se ancora si assume il processo ideale senza scambi di calore con l'esterno. Ad un certo punto lungo l'espansione, la pressione scende al di sotto del valore che comanda l'apertura della valvola di aspirazione. Lo stantuffo continua a retrocedere e la nuova carica entra nel cilindro, ristabilendo le condizioni iniziali.

Si fa notare che, se cambiano le condizioni all'aspirazione, perché ad esempio varia la temperatura o la pressione, il volume V_1 non cambia, mentre cambierà il volume specifico, e quindi la portata in massa aspirata.

Il lavoro scambiato tra macchina e fluido in condizioni ideali in un ciclo è pari all'area racchiusa dalle trasformazioni:

$$L_{s,ciclo} = \oint pdV = \oint Vdp \quad (7.52)$$

Il lavoro viene scambiato in tutte e quattro le trasformazioni: da 1 a 2 si tratta di lavoro di compressione, da 2 a 3 lavoro di pulsione, in quanto si fa uscire una certa quantità di fluido, da 3 a 4 espande, per cui è il fluido a cedere lavoro allo stantuffo, e infine da 4 a 1 si ha ancora il fluido che, entrando, spinge lo stantuffo. Detto β il rapporto di compressione e supposto il fluido un gas perfetto, il lavoro vale:

$$L_{s,ciclo} = C_v(T_2 - T_1) + p_3(V_2 - V_3) - C_v(T_3 - T_4) - p_1(V_1 - V_4) \quad (7.53)$$

sapendo che, grazie all'isentropicità delle trasformazioni 1-2 e 3-4, $T_3/T_4 = T_2/T_1$, e $V_3/V_4 = V_2/V_1$ si ricava, con semplici passaggi:

$$L_{s,ciclo} = \frac{g}{g-1} p_1 (V_1 - V_4) \left(b^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \quad (7.54)$$

Se poi si calcola il lavoro scambiato per unità di massa, e quindi non più quello scambiato sul ciclo, si torna alla forma generale riportata nel primo paragrafo (equazione (7.3)), essendo la quantità di gas introdotta nel cilindro ogni ciclo pari a $r_1(V_1 - V_4)$.

Nel caso reale, per far sì che il fluido esca dal cilindro ed entri nel condotto di mandata, all'interno del cilindro si dovrà raggiungere una pressione leggermente maggiore rispetto a p_3 . Analogamente, per agevolare l'ingresso della nuova carica, la pressione scende sotto p_1 , in fase di aspirazione. Questi due effetti tendono entrambi ad aumentare l'area racchiusa dalle trasformazioni, come mostrato in figura 7.11b, e quindi sarà necessario fornire più lavoro.

Bibliografia:

Compressori di gas, C. Casci, Stampa Tamburini Editore – Milano
Macchine Termiche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino

CAPITOLO 8

IMPIANTI A VAPORE

8.1. Introduzione

Per la produzione di potenza elettrica si usano impianti basati prevalentemente sul Ciclo *Rankine*, rappresentato schematicamente in figura 8.1. Tale ciclo sfrutta il cambiamento di fase dell'acqua o di altri fluidi, e trova applicazione nei seguenti impianti:

- Centrali Termoelettriche (combustibili fossili)
- Centrali Nucleari
- Centrali Geotermiche
- Centrali Solari

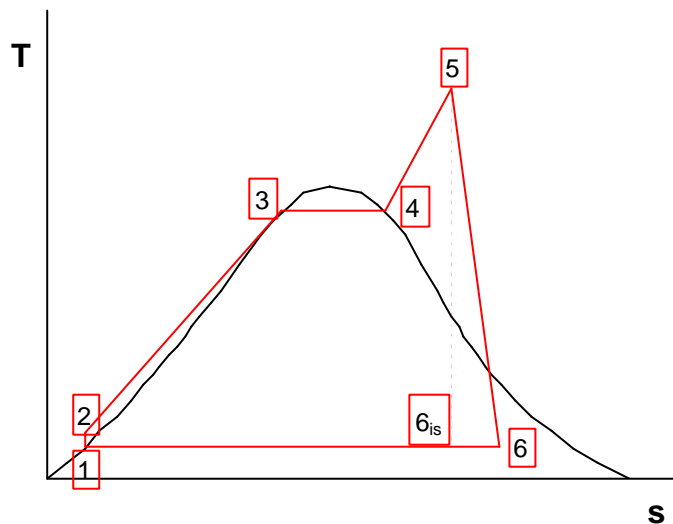


Figura 8.1. Ciclo Rankine.

8.2. Proprietà del vapore d'acqua

Ci limitiamo alla trattazione di cicli in cui il fluido evolvente sia acqua. Il comportamento dell'acqua è completamente descritto se si ha a disposizione il suo diagramma di stato, sotto forma grafica come Piano di Mollier, o attraverso le Tabelle del vapore, saturo e surriscaldato. In figura 8.2 è rappresentato il Diagramma di Mollier nei piani (h,s) e (T,s). In entrambi i piani è possibile identificare una zona in cui l'acqua è nella fase liquida, una zona in cui è in fase gassosa (vapore secco) ed una intermedia di passaggio di stato, in cui fase liquida e gassosa coesistono (vapore umido). Si chiama *curva limite inferiore* la curva che separa la zona di liquido dalla zona di passaggio di stato, e *curva limite superiore* quella che separa la zona di passaggio di stato da quella del vapore secco. Queste due curve racchiudono quella che va sotto il nome di campana, che non è altro che la zona di passaggio di stato, in cui le linee a pressione costante coincidono con quelle a temperatura costante. Tali linee assumono la denominazione di isotermobariche. Il vertice della campana è il *punto critico* ($p_{cr} = 221.2 \text{ bar}$, $T_{cr} = 374.15 \text{ °C}$). Al di sopra di questo punto il

passaggio di stato liquido – vapore avviene senza fasi intermedie. In figura 8.2 sono inoltre indicate le isobare, le isocore, le isotitolo e così via.

Nel diagramma di stato esistono zone limitate in cui l'acqua può essere considerata un liquido perfettamente incomprimibile, e il vapore un gas perfetto. Con riferimento alla figura 8.3, è possibile identificare diverse zone. A sinistra della campana, il liquido può essere considerato incomprimibile purché si trovi a temperature moderate (zona 5 in figura 8.3). Man mano che la temperatura sale, la densità comincia a variare e il liquido diventa ad alta comprimibilità (zona 6). All'interno della campana, per bassi valori della temperatura, e quindi anche della pressione, il vapore presente nella miscela bifase può essere trattato come un gas perfetto (zona 1). Se però la temperatura sale, cominciano a verificarsi effetti di gas reale, per cui la frazione di vapore presente nella miscela bifase non può più essere assimilata a gas perfetto (zona 3). Anche nella zona del vapore surriscaldato, al di sotto dell'isobara critica, si distinguono due zone, una a bassa pressione, in cui l'ipotesi di gas perfetto è applicabile (zona 2), ed una a più alta pressione (zona 4), dove, per la presenza di vapore ad alta densità, si verificano effetti di gas reale. Al di sopra del punto critico, e per pressioni superiori alla pressione critica (zona 7), il fluido non può essere considerato un gas perfetto, in quanto si ha la presenza di un fluido che è a metà strada tra un liquido e un gas. Il vapore può nuovamente essere considerato un gas perfetto ad alta pressione e temperatura (zona 8). Quando però la temperatura raggiunge i 2000-3000K, la comparsa di fenomeni di dissociazione molecolare fa sì che il fluido presenti elevati effetti di gas reale.

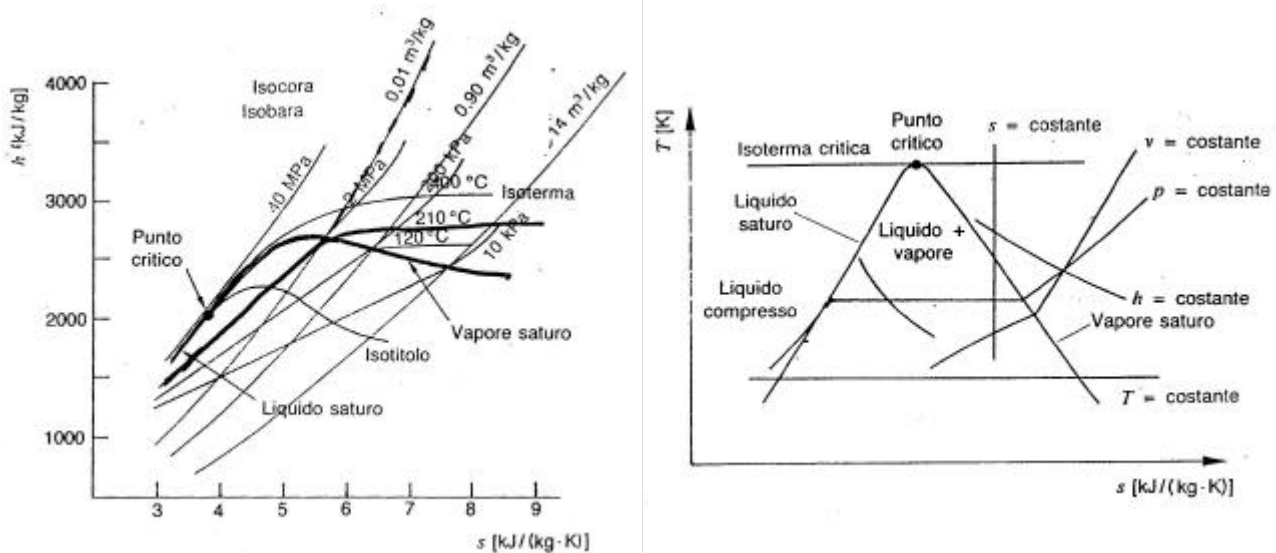


Figura 8.2. Diagrammi (h,s) e (T,s) per l'acqua.

Si ricorda che la relazione $pv^\gamma = \text{cost}$, valida per trasformazioni isentropiche, può essere scritta anche per il vapore, ma ora γ non è più il rapporto tra i calori specifici a pressione e volume costante, ma varia da punto a punto, come mostrato a destra in figura 8.3. Esso, nella zona 2, assume valori tra 1.3 e 1.33. γ risulterà essere quindi funzione della temperatura e dell'entropia, secondo la definizione seguente:

$$g = -\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \quad (8.1)$$

L'effetto di gas reale causa una riduzione del volume specifico, rispetto all'ipotesi di gas perfetto. Ricordando che il lavoro, nel caso ideale, è dato da:

$$L_s = \int v dp \quad (8.2)$$

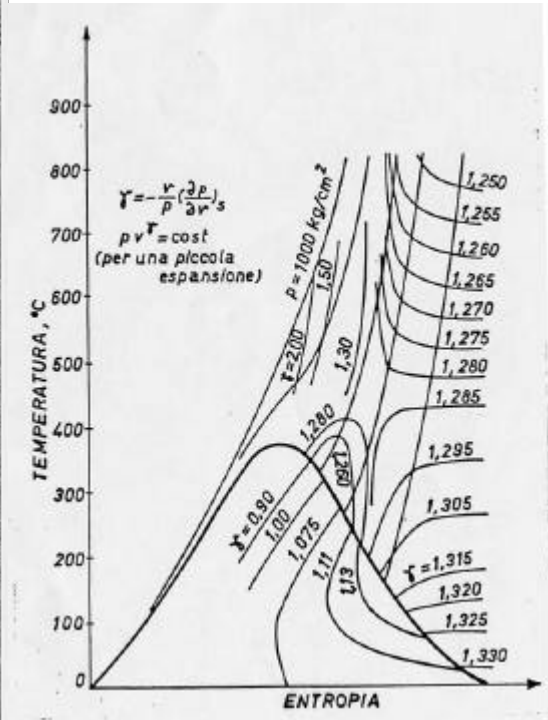
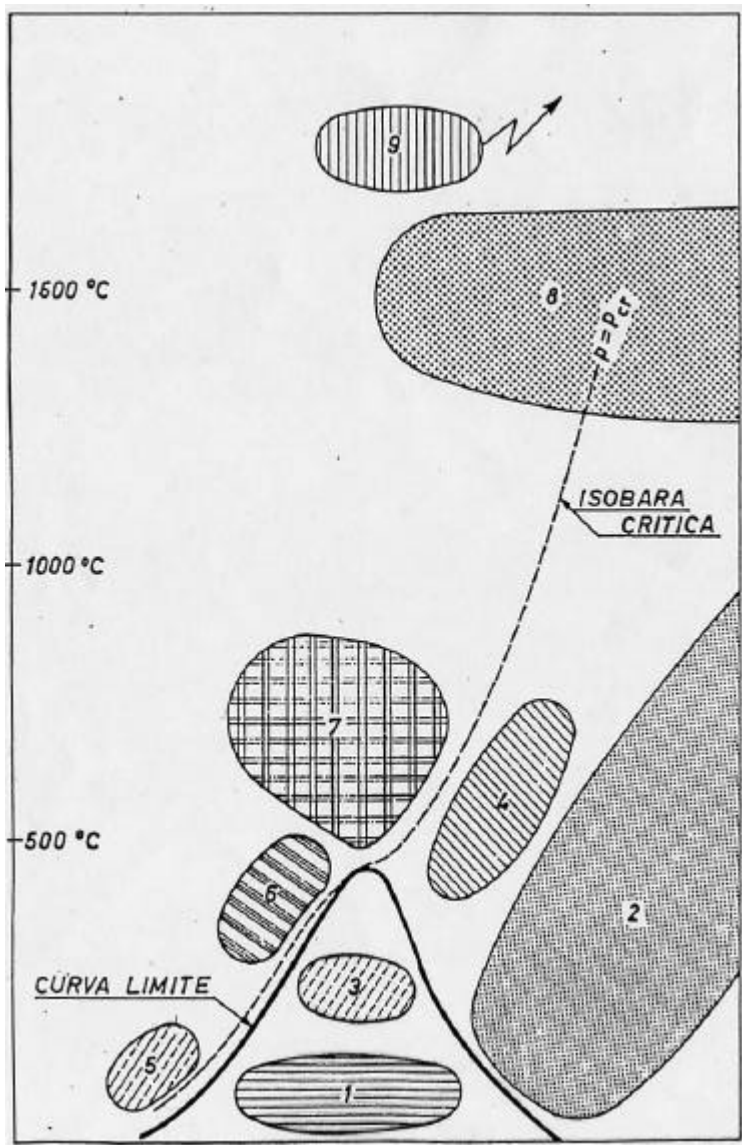


Figura 8.3. Diverse tipologie di fluido nel piano (T,s).

Ne segue che il lavoro di espansione di un gas reale risulterà inferiore, così come la temperatura di fine trasformazione, e ciò a causa dell'azione delle forze intermolecolari. Quando si ha a che fare con un gas reale, l'equazione costitutiva che può essere utilizzata in sostituzione alla classica equazione dei gas perfetti, è ad esempio l'equazione di Van der Waals:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \quad (8.3)$$

dove a e b sono coefficienti correttivi.

8.3. Ciclo Ideale

8.3.1. Ciclo a vapore saturo

Consideriamo il ciclo tracciato, nei piani (T,s) e (p,v) in figura 8.4. Nella stessa figura è disegnato lo schema d'impianto che realizza tale ciclo.

Il ciclo descritto dal fluido comprende 5 trasformazioni: una compressione in fase liquida (1-2), un riscaldamento a pressione costante (2-3), un passaggio di stato o evaporazione (3-4), un'espansione in zona bifase (4-5) e un nuovo passaggio di stato o condensazione (5-1) per riportare il fluido alle condizioni iniziali. Si tratta quindi di un ciclo chiuso, in cui il fluido evolvente è sempre lo stesso, qualunque sia la trasformazione considerata. Il ciclo tracciato in figura 8.4 fa riferimento ad un caso ideale. Si suppone cioè di considerare le macchine ideali, assenza di perdite di calore verso l'esterno e di perdite di carico nei condotti di collegamento dei diversi elementi dell'impianto così come negli scambiatori di calore presenti.

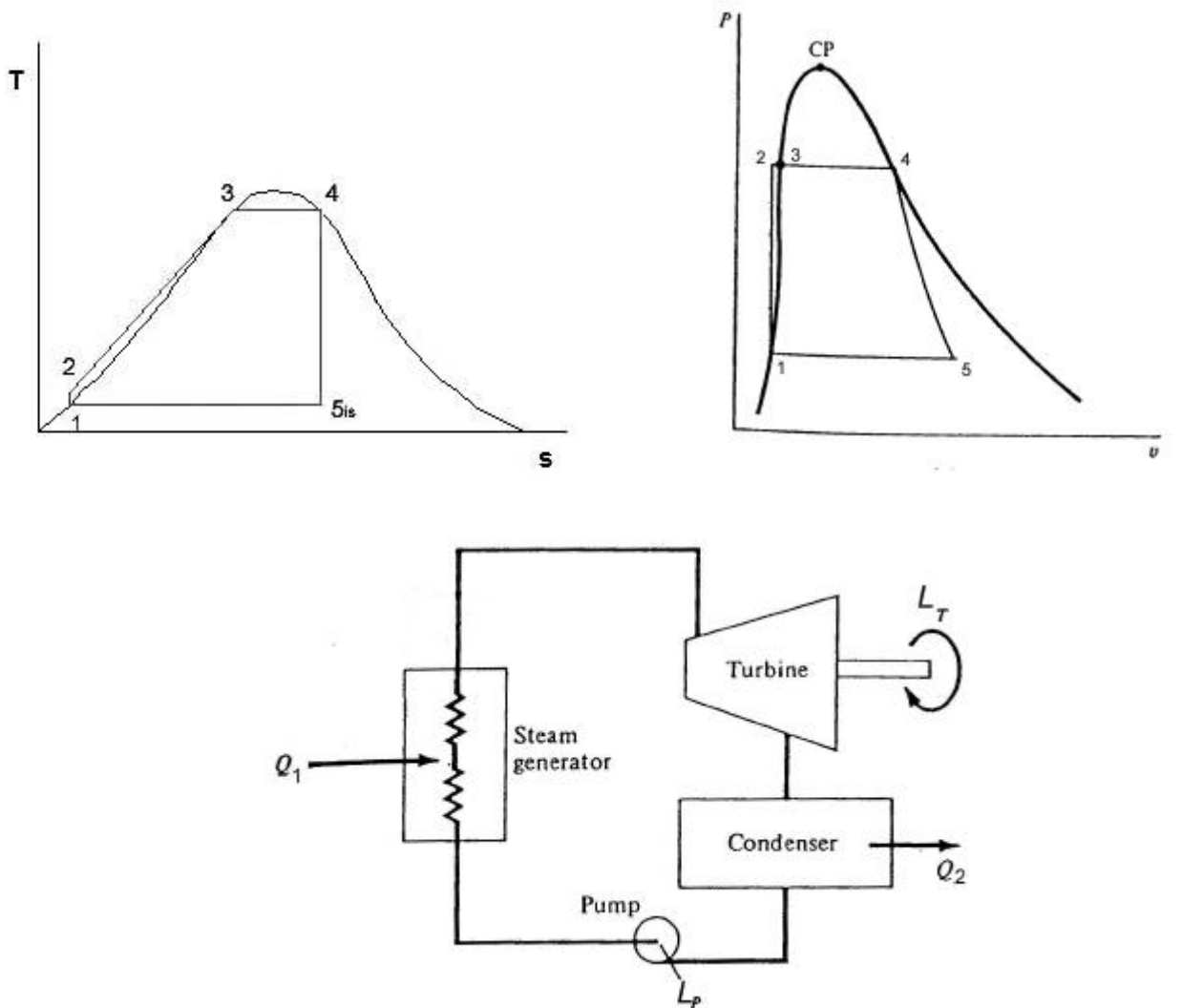


Figura 8.4. Ciclo ideale a vapore saturo.

La trasformazione 1-2 avviene in una stazione di pompaggio attraverso una **pompa**, e richiede un assorbimento di potenza dall'esterno pari a:

$$P_p = m_v L_{p,id} = m_v \frac{p_2 - p_1}{r} \quad (8.4)$$

essendo m_v la portata di fluido evolvente nel ciclo.

Le trasformazioni 2-3 e 3-4 avvengono in un **generatore di vapore** o caldaia. Sono trasformazioni a pressione costante, in cui si ha l'introduzione di calore nel ciclo. Nel generatore di vapore l'acqua viene inizialmente riscaldata in un elemento detto **Economizzatore**. Raggiunta la temperatura di

saturation corrispondente alla pressione di evaporazione (pari alla pressione in uscita dalle pompe), l'acqua inizia ad evaporare. Il processo di evaporazione avviene lungo un'isotermobarica, ed è realizzata nell'*evaporatore*. Il calore necessario perché avvengano queste trasformazioni è fornito, ad esempio negli impianti termoelettrici, dalla combustione di un combustibile fossile, carbone piuttosto che olio combustibile. Questo calore rappresenta il calore entrante nel ciclo Q_1 :

$$Q_1 = \int_2^4 T ds = h_4 - h_2 \quad (8.5)$$

La trasformazione 4-5 avviene in una *turbina*. La turbina sarà collegata ad un alternatore. La potenza utile erogata dalla turbina, al lordo quindi di eventuali perdite nelle trasmissioni, sarà pari a:

$$P_t = m_v L_{t,s} = m_v (h_4 - h_5) \quad (8.6)$$

La trasformazione 5-1 avviene infine in un *condensatore*. Questo elemento non è altro che uno scambiatore di calore a superfici, in cui il fluido bifase viene fatto condensare. Il calore di condensazione Q_2 uscente dal ciclo viene ceduto ad un fluido secondario di raffreddamento. Esso vale:

$$Q_2 = \int_1^5 T ds = h_5 - h_1 \quad (8.7)$$

Per un ciclo chiuso, si definisce *rendimento del ciclo* il rapporto tra effetto utile e quanto si spende per ottenerlo. Nel caso del ciclo a vapore, l'effetto utile è la potenza netta uscente dal sistema, e quindi la differenza tra quella prodotta dalla turbina e quella assorbita dalla pompa. Per produrre questa potenza netta, è necessario fornire al ciclo una potenza termica \dot{Q}_1 . Il rendimento risulta quindi:

$$h = \frac{P_u}{\dot{Q}_1} = \frac{P_t - P_p}{\dot{Q}_1} \quad (8.8)$$

La portata di acqua in circolo nell'impianto è ovunque la stessa, quindi al posto delle potenze si possono utilizzare i lavori e i calori specifici all'unità di massa:

$$h = \frac{L_t - L_p}{Q_1} \quad (8.9)$$

Si deve notare che il lavoro assorbito dalle pompe è trascurabile rispetto a quello fornito dalla turbina. Ciò è dovuto al fatto che il volume specifico dell'acqua in fase liquida è molto piccolo, e

quindi il lavoro assorbito dalla pompa $L_p = \int_1^2 v dp$ risulta molto ridotto se confrontato con quello

della turbina $L_t = \int_4^5 v dp$, dove il fluido evolvente è vapore ad alta temperatura, e quindi dotato di un

volume specifico decisamente maggiore. Essendo le macchine attraversate dalla stessa portata in massa, è evidente che la pompa assorbirà una potenza nettamente inferiore rispetto a quella erogata dalla turbina. Se ad esempio si pensa di far subire al liquido un incremento di pressione pari a 80 bar nella pompa, il lavoro assorbito sarà pari a 8 kJ/kg. L'ordine di grandezza del lavoro fornito dalla turbina è nettamente maggiore, aggirandosi intorno agli 800 kJ/kg.

Considerando trascurabile il lavoro assorbito dalle pompe, il rendimento del ciclo diventa:

$$h \cong \frac{L_t}{Q_1} \quad (8.10)$$

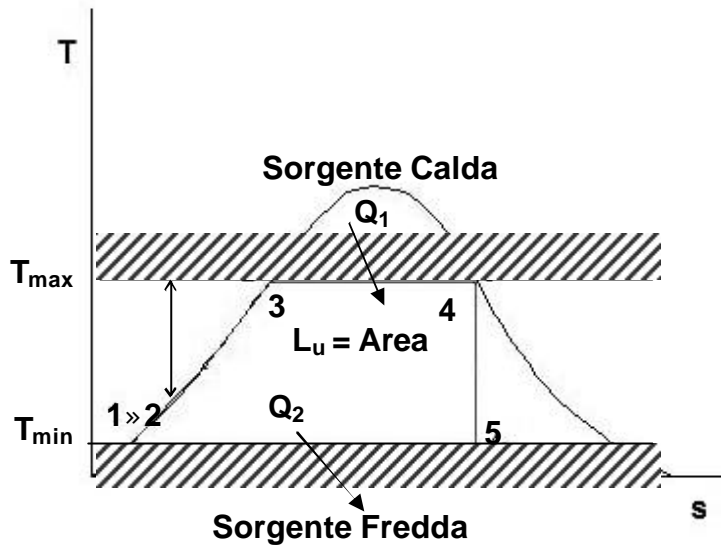


Figura 8.5. Ciclo ideale a vapore saturo.

E' quindi evidente la ragione per cui il ciclo a vapore non venga normalmente rappresentato nel piano (p,v) , in quanto in questo piano le trasformazioni nella pompa e nella turbina risultano analoghe, così come mostrato in figura 8.4, fornendo quindi una rappresentazione fuorviante dell'importanza relativa delle trasformazioni.

Dal bilancio energetico applicato al ciclo, eguagliando la somma delle energie entranti a quella delle energie uscenti, si ricava:

$$L_t - L_p = Q_1 - Q_2 \quad (8.11)$$

che, sostituita nell'espressione del rendimento, fornisce:

$$h = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (8.12)$$

Questa formulazione del rendimento del ciclo indica solamente qual'è la percentuale di effetto utile e quant'è l'entità del calore rigettato nell'ambiente, ma non permette di identificare dove le perdite effettivamente avvengono. Per cercare di individuare le sorgenti di perdita, si preferisce utilizzare una forma alternativa dell'espressione del rendimento, in cui compaiano esplicitamente le irreversibilità:

$$h = h_{Carnot} - \frac{\sum \Delta s_j T_{min}}{Q_1} \quad (8.13)$$

Questa espressione, che fornisce esattamente lo stesso valore della (8.8), fa uso del rendimento di un ciclo di Carnot di riferimento, ossia del ciclo di Carnot che evolverebbe tra le stesse temperature minima e massima del ciclo, come mostrato in figura 8.5:

$$h_{Carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \quad (8.14)$$

In questa analisi si assume cioè che la sorgente calda sia collocata ad una temperatura corrispondente alla T_{max} del ciclo che, in questo caso, coincide con la temperatura di evaporazione. La sorgente fredda si trova invece alla T_{min} del ciclo, coincidente con la temperatura di condensazione. Il ciclo a vapore saturo è pertanto quello che più si avvicina al ciclo di Carnot. Esso tuttavia non ne raggiunge il rendimento in quanto, pur avendo supposto ogni trasformazione ideale, presenta una fase di introduzione di calore a temperatura variabile (2-3), in cui il calore viene scambiato (tra sorgente e fluido) con differenze finite di temperatura, che quindi comporta la presenza di irreversibilità.

Un ulteriore parametro fondamentale per descrivere le prestazioni di un ciclo a vapore è il *lavoro utile*. Nel caso ideale, l'area racchiusa dalle trasformazioni rappresenta il lavoro utile:

$$L_u = Q_1 - Q_2 = \int_2^4 T ds - \int_5^1 T ds \quad (8.15)$$

E' quindi evidente che, per aumentare il lavoro fornito dalla turbina sarà necessario aumentare il più possibile l'area racchiusa dal ciclo. Questo può essere ottenuto diminuendo la temperatura di condensazione e aumentando quella di evaporazione.

I cicli a vapore saturo vengono usati solamente nelle centrali nucleari e in impianti geotermici, dove la sorgente termica si trova a bassa temperatura. Essi possono raggiungere rendimenti, nel caso ideale, dell'ordine del 30-35%. Per superare questi inconvenienti e ottenere cicli termodinamici caratterizzati da rendimenti maggiori si introduce il ciclo a vapore surriscaldato.

8.3.2. Ciclo a vapore surriscaldato

Con riferimento alla figura 8.6, il ciclo a vapore surriscaldato si differenzia da quello a vapore saturo per la presenza, nel generatore di vapore, di una terza zona, detta *surriscaldatore*. Il vapore in uscita dall'evaporatore entra in un ulteriore scambiatore di calore in cui si riscalda fino alla temperatura T_{SH} (dall'inglese super heat). Il fluido che entra in turbina è quindi un vapore surriscaldato, che ha tutte le caratteristiche di un gas perfetto. L'introduzione del surriscaldamento ha diversi effetti benefici. Innanzitutto aumenta il lavoro utile L_u , avendo aumentato l'area racchiusa dal ciclo, nel caso ideale. Inoltre vedremo che aumenta anche il rendimento del ciclo, avendo aumentato la temperatura media di introduzione del calore.

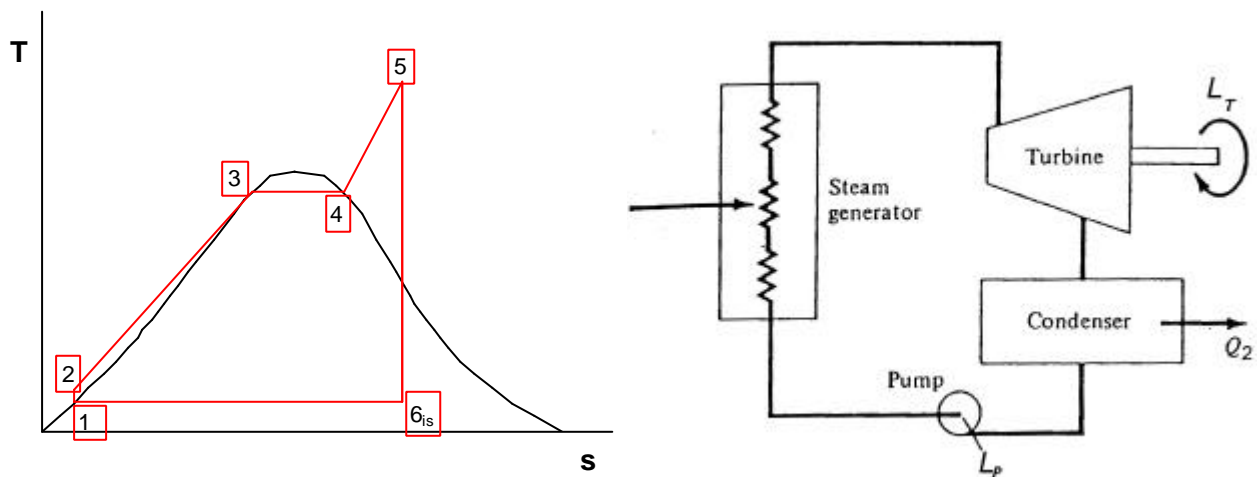


Figura 8.6. Ciclo ideale a vapore surriscaldato.

L'aumento di rendimento conseguente all'introduzione del surriscaldamento può essere facilmente spiegato se si immagina di suddividere il ciclo in tre cicli elementari, così come schematizzato in figura 8.7. Ricordando che il rendimento di un ciclo è tanto maggiore quanto più è grande la differenza tra le temperature medie di introduzione e cessione del calore, è evidente che il rendimento del ciclo I è sicuramente inferiore rispetto a quello del ciclo II il quale è, a sua volta, inferiore rispetto a quello del ciclo III:

$$h_I < h_{II} < h_{III} \quad (8.16)$$

Il rendimento complessivo del ciclo surriscaldato può essere facilmente calcolato come la media pesata sui calori entranti dei rendimenti dei singoli cicli. Basta infatti ricordare che la relazione (8.12) può essere scritta per ogni ciclo, così come per il ciclo complessivo, per cui si ricava:

$$h = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{(Q_1 - Q_2)' + (Q_1 - Q_2)'' + (Q_1 - Q_2)'''}{Q_1' + Q_1'' + Q_1'''} = \frac{h_I Q_1' + h_{II} Q_1'' + h_{III} Q_1'''}{Q_1' + Q_1'' + Q_1'''} \quad (8.17)$$

Ma allora, se il rendimento del terzo ciclo, quello introdotto con il surriscaldamento, è maggiore del rendimento del ciclo saturo di partenza, il rendimento finale del ciclo a vapore surriscaldato sarà una via di mezzo tra i due, e quindi sicuramente maggiore del rendimento del ciclo saturo di partenza.

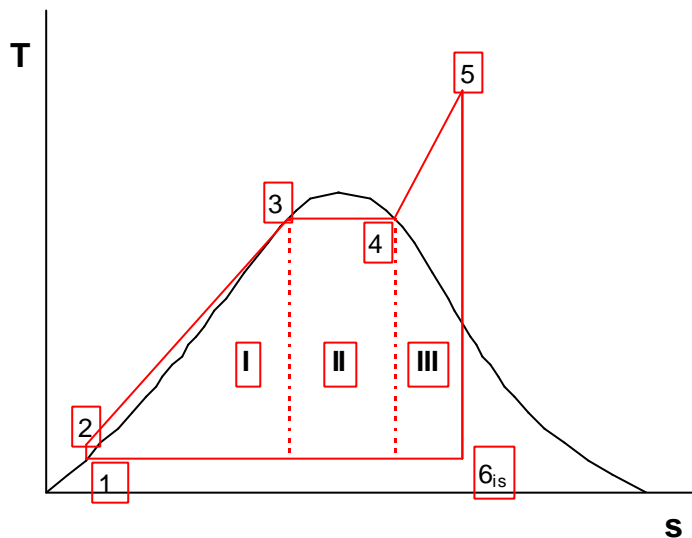


Figura 8.7. Suddivisione del Ciclo ideale in tre cicli elementari.

8.4. Ciclo Rankine reale

Prima di analizzare nel dettaglio i parametri che influenzano il rendimento dell'impianto, consideriamo il caso di ciclo reale rappresentato in figura 8.8, cioè quel ciclo in cui, rispetto al caso ideale, si introducono le irreversibilità in fase di compressione del liquido e di espansione in turbina. Si continuano invece ad assumere nulle le perdite di calore verso l'esterno, così come le perdite di carico nelle tubazioni e negli scambiatori.

Analizziamo le diverse trasformazioni che costituiscono il ciclo. Si fa presente che, in tutte le macchine e componenti di impianto che analizzeremo, assumeremo sempre che sia trascurabile la variazione di quota così come di energia cinetica tra ingresso e uscita. Con queste assunzioni, le due forme dell'equazione dell'energia per sistemi aperti al flusso di massa a nostra disposizione sono le seguenti:

$$L_e - L_w = \int_{in}^{out} v dp \quad (8.18)$$

$$L_e + Q_e = h_{out} - h_{in} \quad (8.19)$$

Ogni elemento costitutivo dell'impianto verrà analizzato inizialmente come se fosse una scatola nera. Si vedrà quindi cosa succede tra ingresso e uscita, tenendo conto delle perdite nelle macchine attraverso la definizione di opportuni rendimenti. Si ricorda inoltre che le trasformazioni nelle macchine a fluido, pompe e turbine, sono comunque adiabatiche.

Pompa: la trasformazione 1-2 avviene in una o più pompe. Se si considerano le macchine ideali, il punto di fine compressione 2 si trova alla stessa entropia del punto 1. Il lavoro ideale assorbito dalla macchina, essendo il fluido incomprimibile, vale:

$$L_{p,id} = v\Delta p = h_{2s} - h_1 \quad (8.20)$$

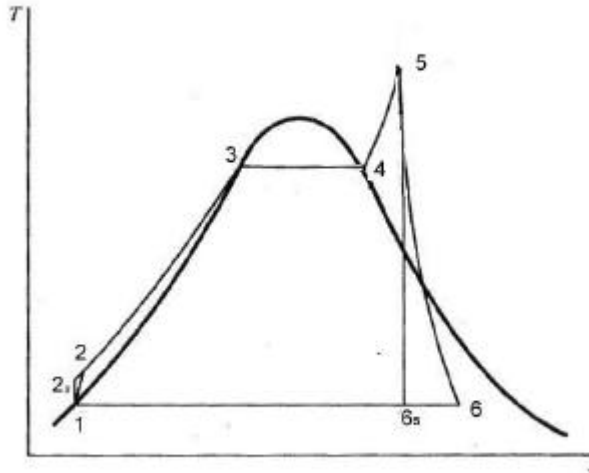


Figura 8.8. Ciclo Rankine reale.

Se viceversa la macchina è reale, il punto di fine compressione si troverà allo stesso livello di pressione del caso ideale, ma ad un'entropia maggiore. Detto η_p il **rendimento della pompa**, definito come il rapporto tra lavoro ideale e lavoro reale, il lavoro reale sarà:

$$L_p = \frac{L_{p,id}}{\eta_p} = h_2 - h_1 \quad (8.21)$$

E' inoltre possibile valutare anche la temperatura del fluido all'uscita della macchina. Trattandosi sempre di liquido, la variazione di entalpia dovuta alle irreversibilità è esprimibile in termini di variazione di temperatura:

$$h_2 - h_{2s} = c(T_2 - T_{2s}) \quad (8.22)$$

essendo c il calore specifico dell'acqua, pari a 4.186 kJ/kgK.

Si fa notare come l'ipotesi di trascurare il lavoro assorbito dalle pompe si traduca nell'assumere che la variazione di entalpia a cavallo della macchina sia trascurabile, così come la variazione di temperatura. Ovviamente lo stesso non può essere detto per la pressione.

Caldia: la trasformazione 2-3-4-5 avviene nel generatore di vapore e coinvolge un riscaldamento in fase liquida fino al raggiungimento delle condizioni di saturazione, a cui segue un passaggio di fase a pressione e temperatura costanti, ed infine un'ulteriore riscaldamento del vapore ancora a pressione costante fino alla temperatura di surriscaldamento. Il calore specifico all'unità di massa introdotto nel ciclo vale quindi:

$$Q_1 = h_5 - h_2 \quad (8.23)$$

Turbina: se la macchina è ideale, il punto di fine espansione si trova alla temperatura e pressione minime del ciclo, e con un'entropia uguale a quella del punto d'inizio espansione (punto 6s in figura 8.1). Il lavoro ideale fornito dalla turbina vale quindi:

$$L_{t,s} = h_5 - h_{6s} \quad (8.24)$$

Se invece si considera la macchina reale, il fluido in uscita dalla turbina avrà la stessa pressione e temperatura del caso ideale, ma un'entropia maggiore, e quindi un titolo del vapore maggiore. Introducendo un **rendimento adiabatico della turbina** η_t , anch'esso definito come il rapporto tra lavoro reale e lavoro ideale:

$$\boxed{h_t = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_{6s}}} \quad (8.25)$$

è possibile calcolare il lavoro realmente erogato dalla turbina:

$$\boxed{L_t = h_t L_{t,s} = h_5 - h_6} \quad (8.26)$$

Il fluido, lungo l'espansione, passa da vapore surriscaldato a fluido bifase. Non è quindi utilizzabile alcuna relazione semplice per il calcolo delle diverse grandezze termodinamiche all'uscita della macchina, ma sarà necessario utilizzare il piano di Mollier o le tabelle del vapore.

Condensatore: il fluido bifase uscente dalla turbina viene fatto condensare a pressione e temperatura costanti. Il calore sottratto al fluido vale:

$$\boxed{Q_2 = h_6 - h_1} \quad (8.27)$$

E' infine possibile esprimere il **rendimento del ciclo** in funzione dei salti entalpici che il fluido subisce nelle diverse trasformazioni:

$$\boxed{h = \frac{(h_5 - h_6) - (h_2 - h_1)}{h_5 - h_2}} \quad (8.28)$$

Si ricorda come, quanto detto fino ad ora, si riferisca o al caso di ciclo ideale o a quello in cui vengono considerate le perdite nelle trasformazioni che hanno luogo nelle pompe e nella turbina. Tutte le altre ipotesi, e cioè le assunzioni di assenza di perdite di calore verso l'esterno, di perdite di carico nel condensatore e nel generatore di vapore nulle, così come nei condotti di collegamento tra i diversi componenti, sono state mantenute per entrambi i cicli. Queste ipotesi fanno sì che nella realtà le trasformazioni che il fluido subisce nel compiere il ciclo di lavoro siano diverse, e che il rendimento dell'impianto reale sia inferiore, così come la potenza erogata dalla turbina.

Le prestazioni di un impianto a vapore vengono spesso fornite in termini di **Consumo specifico (Heat Rate)**, che altro non è se non l'inverso del rendimento. Il consumo specifico, pur essendo concettualmente un parametro a-dimensionale, viene solitamente calcolato in kcal/kWh, ed esprime quindi quanta energia termica viene utilizzata per produrre un kWattora:

$$Heat\ Rate = \frac{860}{h} = 860 \frac{Q_1}{L_t} \quad (8.29)$$

essendo 860 kcal = 1 kWh.

Un altro parametro utile nella definizione della taglia dell'impianto è il **consumo di vapore**:

$$Consumo\ di\ vapore = q_v = \frac{1}{L_u} \quad (8.30)$$

ed è normalmente espresso in kg/kcal. Esso quindi indica quanti chilogrammi di vapore vengono prodotti dall'unità di energia.

8.5. Analisi parametrica

Se si considera il generico impianto a vapore con surriscaldamento, è evidente come le prestazioni dell'impianto, lavoro erogato dalla turbina e rendimento del ciclo, siano funzione della pressione di evaporazione, della temperatura di surriscaldamento e della temperatura di condensazione, oltre ovviamente del rendimento della turbina:

$$h = f(p_{ev}, T_{SH}, T_{cond}, h_t) \quad (8.31)$$

Ci chiediamo a questo punto in che maniera questi parametri influenzino il rendimento del ciclo. Per fare ciò, analizziamo l'influenza di ciascuno singolarmente, cominciando dalla **pressione di evaporazione**. Come mostrato in figura 8.9, al crescere della pressione di evaporazione (mantenendola comunque inferiore al valore critico), fissati gli altri parametri, il rendimento subito aumenta molto, ma questo aumento si riduce di entità al crescere della pressione. Ciò è dovuto al fatto che, più aumenta la pressione di evaporazione, maggiore risulta la quota di calore introdotto a bassa temperatura, e ciò va in parte a bilanciare l'aumento del rendimento dei tre cicli in cui è possibile scomporre il ciclo surriscaldato, aumento legato al fatto che, in tutti e tre i cicli, aumenta la temperatura media di introduzione del calore. Inoltre, al crescere della pressione di evaporazione la linea di espansione in turbina si sposta sempre più a sinistra, comportando una parte sempre più estesa di espansione in zona bifase, con quindi un peggioramento del rendimento della turbina. Si fa infatti notare come la presenza, nell'espansione, di gocce di liquido circondate dal vapore, porti ad una diminuzione del rendimento della macchina, esercitando le gocce un'azione frenante sul vapore che le circonda. Inoltre, l'impatto delle gocce sulle superfici palari della turbina può portare a fenomeni di erosione delle palettature con conseguente deterioramento del funzionamento della macchina. Negli impianti di piccola taglia si possono tollerare titoli del vapore allo scarico della turbina non inferiori a 0.85, valore che sale a 0.92 per gli impianti di grossa taglia.

L'influenza della pressione di evaporazione sul rendimento di diverse tipologie di cicli a vapore è ben evidenziata in figura 8.10: oltre al ciclo di Carnot, vengono considerati un ciclo a vapore saturo con pressione al condensatore pari a 0.05 kg/mm^2 , un ciclo Rankine semplice con uguale pressione al condensatore e temperatura di surriscaldamento pari a 500°C , e un ciclo a vapore in cui nel condensatore regna la pressione atmosferica. Dalle curve riportate in figura 8.10 si vede come il passaggio dal ciclo a vapore saturo a quello surriscaldato comporti tutto sommato un guadagno piuttosto limitato (il guadagno maggiore dell'introduzione del surriscaldamento riguarda l'espansione in turbina), mentre risulti significativa la caduta di rendimento conseguente all'instaurarsi della pressione atmosferica allo scarico della turbina. Ovviamente, qualunque sia il ciclo considerato, esso è ben lontano dal raggiungere il rendimento del ciclo di Carnot equivalente (con $T_{\max} = 500^\circ\text{C}$).

Aumentare la pressione di evaporazione quindi conviene fino ad un certo punto, a meno che questo aumento non sia accompagnato da altri accorgimenti, come ad esempio un incremento della **temperatura di surriscaldamento**. Le figure 8.11 e 8.12 illustrano l'influenza combinata di questi due parametri.

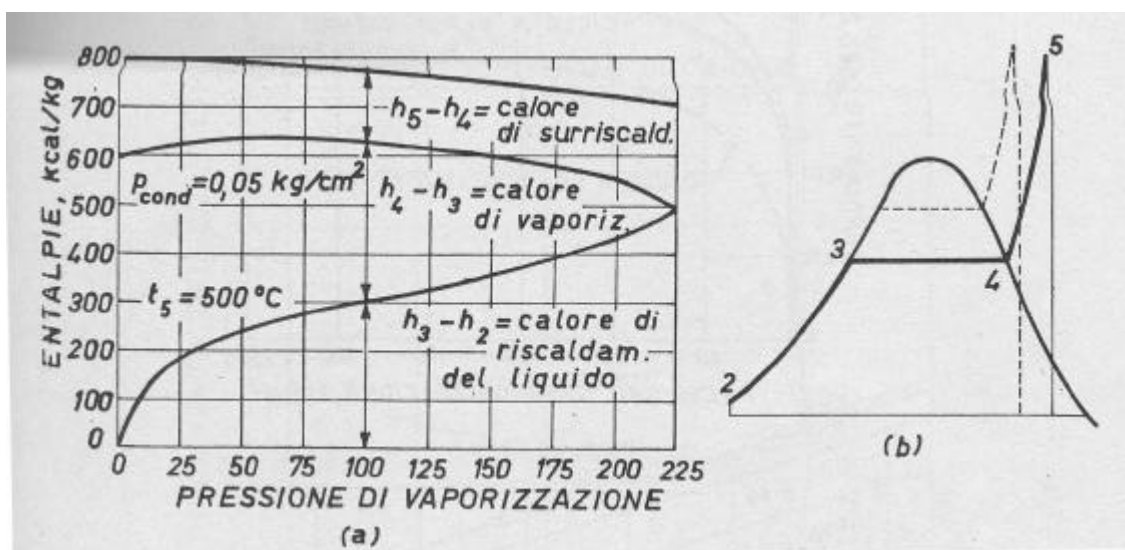


Figura 8.9. Influenza della pressione di evaporazione sul ciclo Rankine.

La figura 8.11 in particolare mostra come la pressione di evaporazione corrispondente al massimo rendimento aumenti al crescere della temperatura di surriscaldamento. Inoltre, aumentare detta temperatura comporta un guadagno di rendimento, la cui entità tuttavia si riduce progressivamente, così come avviene per la pressione.

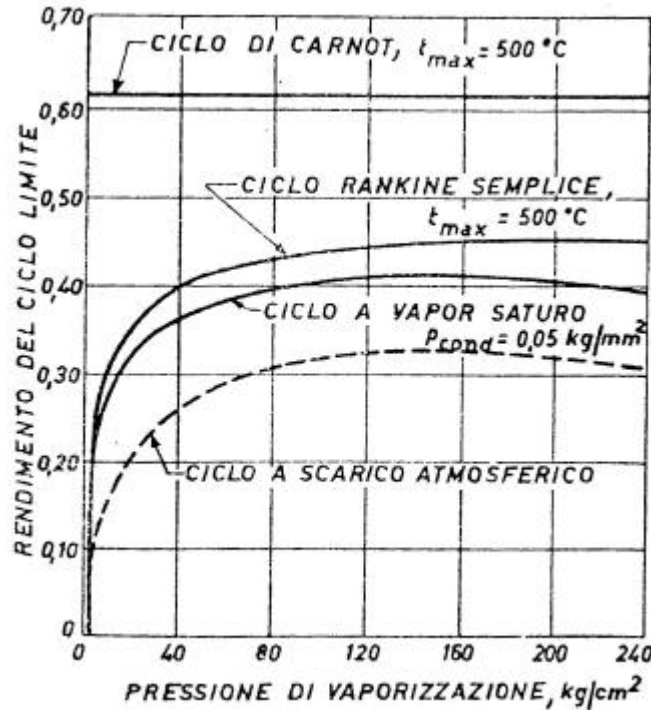


Figura 8.10. Effetto della pressione di evaporazione sul rendimento del ciclo saturo, surriscaldato e a scarico atmosferico.

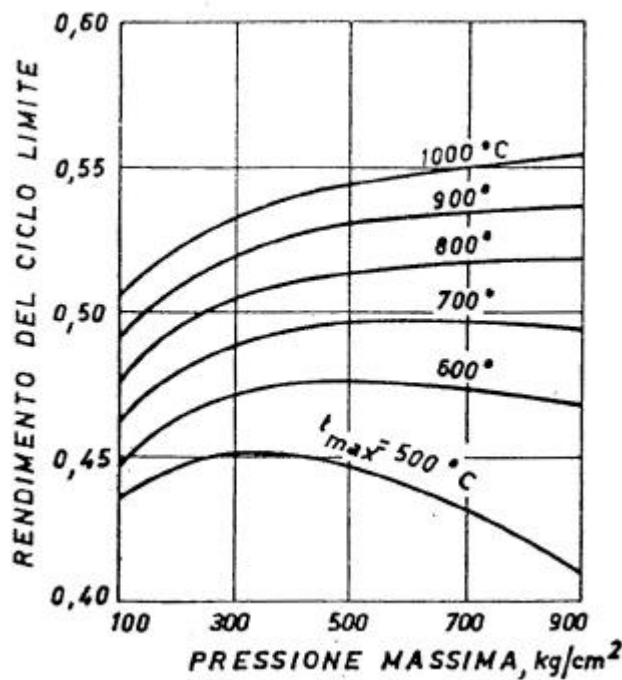


Figura 8.11. Effetto della pressione di evaporazione sul rendimento del ciclo surriscaldato.

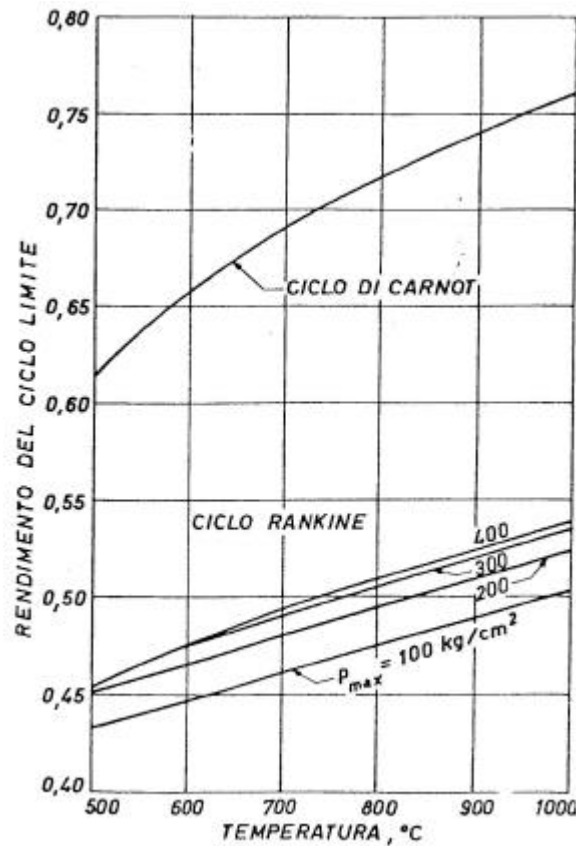


Figura 8.12. Effetto della temperatura di surriscaldamento sul rendimento del ciclo.

La figura 8.12 mostra infine come la temperatura di surriscaldamento sia poco influente per gli impianti a vapore sub-critici. Per aumentare il rendimento del 10% la temperatura dovrebbe infatti raddoppiare, passando da 500°C a 1000°C. Si fa però notare come esista un vincolo sulla temperatura di surriscaldamento, vincolo dettato da ragioni di convenienza economica. Tale limite si assesta sui 500 – 600°C, ed è imposto da considerazioni riguardanti i materiali utilizzati per la costruzione del generatore di vapore. Va infatti sottolineato come il generatore di vapore costituisca il componente più ingombrante, insieme al condensatore, di tutto l'impianto a vapore, e quello che si trova ad operare, in regime continuo, con temperature elevate.

La scelta della tipologia di materiali con cui realizzare il generatore di vapore vincola quindi la massima temperatura del ciclo. Se infatti si volesse andare oltre i 600°C sarebbe necessario passare a leghe a base di nichel o cobalto, decisamente molto più costose. Aumentare la temperatura di surriscaldamento oltre questo limite comporterebbe un aumento del rendimento dell'impianto che economicamente non paga il maggior investimento iniziale.

L'ultimo parametro che influenza il rendimento del ciclo è la **temperatura di condensazione**. Con riferimento alla figura 8.13, in cui è riportato un ciclo ideale, un abbassamento della temperatura di condensazione da T_k a T_k' comporta un aumento del lavoro utile, pari all'aumento dell'area racchiusa dal ciclo (2'266'). Il valore della temperatura di condensazione è però imposto dalla temperatura dell'acqua di raffreddamento T_R , dall'aumento di temperatura che l'acqua di raffreddamento subisce nell'attraversamento del condensatore ΔT_R , funzione della portata d'acqua di raffreddamento, e della minima differenza di temperatura tra i due flussi ΔT_{min} , a sua volta imposta dalle superfici di scambio termico presenti, tra loro legate dal seguente bilancio termico:

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_{H_2O} = m_{H_2O} c \Delta T_R = US \Delta T_{mf} \quad (8.32)$$

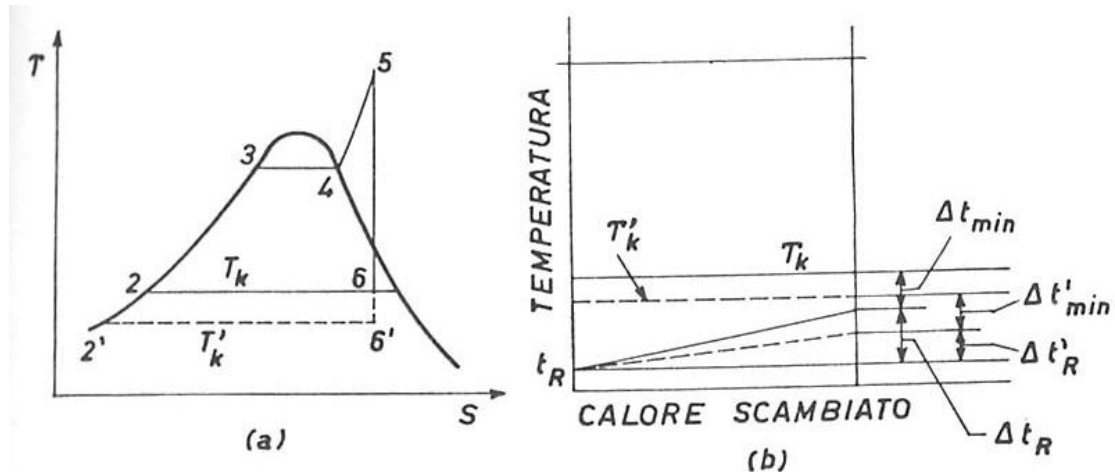


Figura 8.13. Effetto della temperatura di condensazione.

dove ΔT_m è la differenza di temperatura media logaritmica. Per poter abbassare la temperatura di condensazione è allora necessario, fissata la temperatura dell'acqua di raffreddamento, o aumentarne la portata, riducendo quindi ΔT_R , o aumentare le superfici di scambio termico, riducendo ΔT_{min} , o entrambe le cose.

Se si hanno a disposizione grandi quantitativi d'acqua, è possibile ottenere temperature di condensazione dell'ordine dei 20°C. Se infatti si suppone di avere acqua a 6°C, che subisca nel condensatore un incremento di 8°C, e che le superfici di scambio termico siano tali da garantire una minima differenza di temperatura di 7°C, la temperatura di condensazione risulta pari a 21°C. E' necessario valutare se lo sforzo richiesto per ottenere tale abbassamento di temperatura sia economicamente vantaggioso.

E' possibile dimostrare che l'abbassamento della temperatura di condensazione comporta un aumento del rendimento del ciclo. Abbiamo già detto che aumenta il lavoro utile, aumento che può essere approssimativamente così quantificato:

$$\Delta L = \Delta T_k \Delta s = (T_k - T'_k) \frac{r_k X}{T_k} \quad (8.33)$$

essendo r_k il calore di condensazione alla temperatura T_k e X il titolo del vapore a fine espansione. Anche il calore entrante nel ciclo aumenta:

$$\Delta Q_1 = c \Delta T_k \quad (8.34)$$

Ne segue che la variazione di rendimento del ciclo conseguente ad un abbassamento di temperatura di condensazione vale:

$$\Delta h = \frac{r_k X}{c T_k} \quad (8.35)$$

Se si suppone ad esempio di avere una temperatura iniziale di condensazione di 32°C, con un titolo del vapore pari a 0.9, si ottiene un aumento di rendimento di 1.71%. Ne segue quindi che il rendimento termodinamico del ciclo aumenta, mentre diminuisce il titolo del vapore allo scarico della turbina. Bisogna però valutare quali possono essere gli svantaggi, che portano a definire un'ottima temperatura di condensazione. Innanzi tutto, si rende necessario aumentare le superfici di scambio termico, con conseguente aumento del costo del condensatore. Aumenta inoltre la potenza assorbita dalle pompe di circolazione, sia lato impianto, sia lato acqua di raffreddamento, aumentando il salto di pressione che queste devono fornire. Un altro aspetto importante riguarda le dimensioni della corona di scarico della turbina, aspetto che può spesso essere quello dominante. Supponiamo di avere un condensatore progettato per lavorare a circa 33°C, a cui corrispondono

0.05 bar. Se si vuole scendere a 21°C (a cui competono 0.025 bar), il volume specifico varia, come ordine di grandezza, da 28.19 a 54.3 m³/kg, e quindi aumenta di circa l'80-90%. L'aumento richiesto di sezione di passaggio è quindi notevole, e potrebbe richiedere il passaggio ad una configurazione della turbina a più flussi. Vedremo infatti che la massima portata smaltibile da un singolo corpo di turbina è limitato dal raggiungimento della massima sezione di passaggio consentita dalla resistenza meccanica delle pale del rotore alla forza centrifuga. Quando questo limite viene raggiunto, il flusso di vapore viene ripartito su più corpi di turbina, disposti in una classica configurazione in parallelo.

8.6. Cicli con ri-surriscaldamenti e cicli ipercritici

Dall'analisi precedente risulta chiaro come il modo più efficace di aumentare il rendimento del ciclo a vapore consista nell'aumentare la pressione di evaporazione. Si è però sottolineato come tale aumento comporti anche una diminuzione del titolo di vapore all'uscita della turbina, con un conseguente decadimento del rendimento della macchina. Negli impianti di grande potenza, all'aumento di pressione di evaporazione viene accoppiata una configurazione d'impianto che prevede un doppio surriscaldamento del vapore o, in casi particolari, addirittura un triplo surriscaldamento, in maniera da garantire un valore adeguato del titolo del vapore allo scarico della turbina.

Con riferimento alla figura 8.14, il vapore surriscaldato in uscita dal generatore di vapore (punto 5) viene inviato in un primo corpo di turbina, di alta pressione, dove espande parzialmente fino al livello di pressione indicato con 6. A questo punto, il vapore di media pressione viene rimandato al generatore di vapore, dove subisce un secondo surriscaldamento, in generale fino ad una temperatura prossima, se non uguale, a quella del primo surriscaldamento (punto 7). Questo vapore viene quindi rinviato in turbina, questa volta di media e bassa pressione, dove espande fino alle condizioni imposte dal condensatore (punto 8).

E' evidente che il rendimento del ciclo migliora, avendo aggiunto un ulteriore ciclo (8'678) caratterizzato da un rendimento maggiore rispetto a quello originario, in quanto il calore viene introdotto ad una temperatura mediamente superiore.

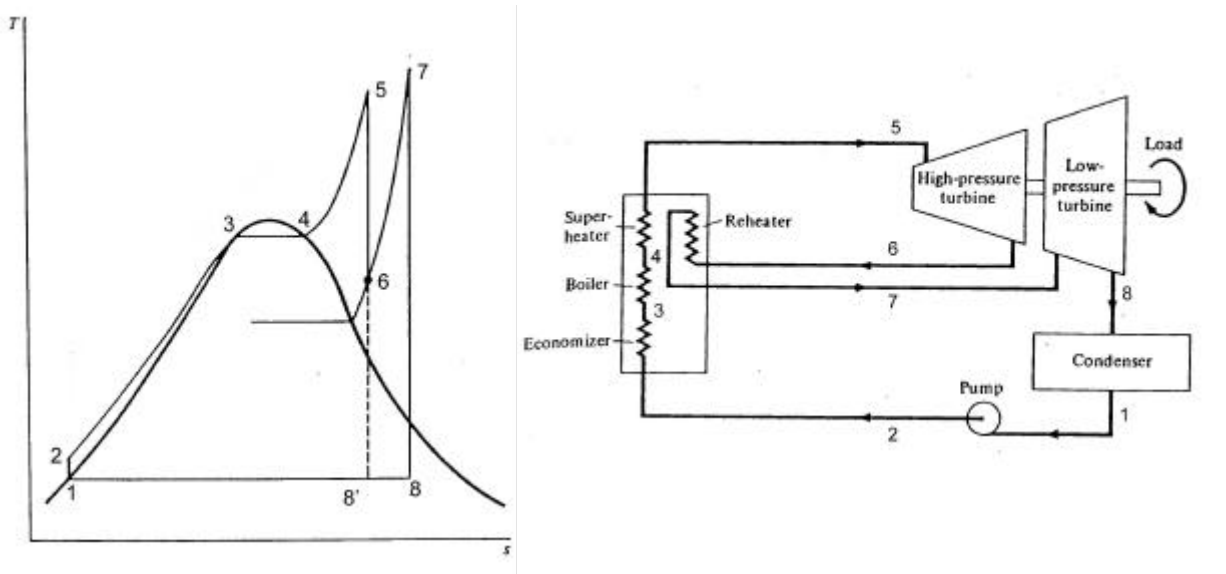


Figura 8.14. Ciclo con ri-surriscaldamento.

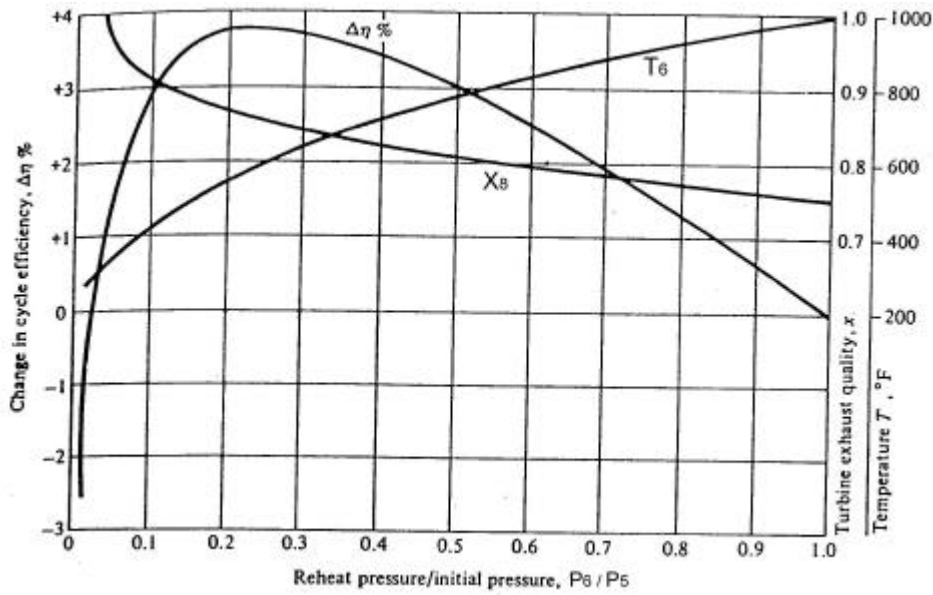


Figura 8.15. Pressione ottima di risurriscaldamento.

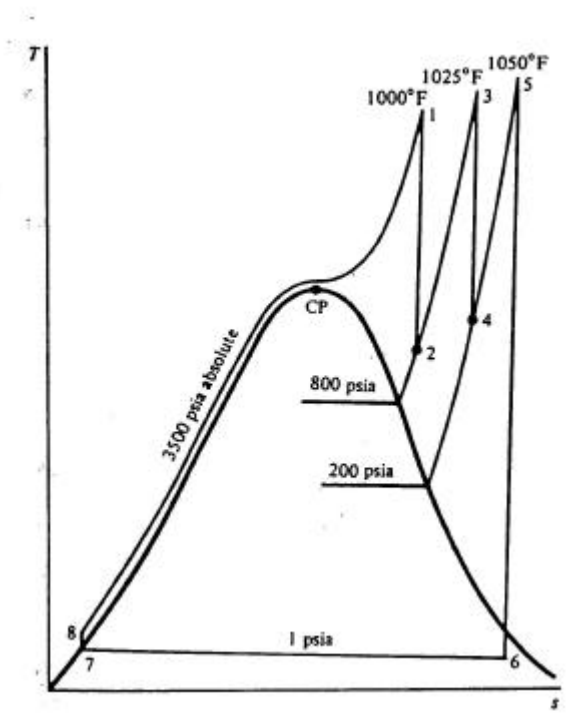


Figura 8.16. Ciclo a vapore ipercritico.

Esiste un ottimo livello di pressione a cui effettuare il ri-surriscaldamento. Questo ottimo livello è indicato in figura 8.15, dove viene diagrammato l'aumento di rendimento conseguente all'introduzione di un surriscaldamento ripetuto, in funzione del rapporto tra la pressione di ri-surriscaldamento e quella in ingresso in turbina. Sono inoltre tracciati gli andamenti della temperatura di ri-surriscaldamento e del titolo del vapore all'uscita della turbina.

Fino ad ora si sono analizzati solo impianti in cui la pressione di evaporazione fosse inferiore al valore critico. L'ulteriore aumento della pressione al di sopra della pressione critica porta a quelli che vanno sotto il nome di impianti iper-critici. La figura 8.16 ne riporta un esempio. In questi impianti, in cui il passaggio di stato da liquido a vapore surriscaldato avviene in maniera diretta,

senza la presenza di una fase intermedia, si può arrivare fino ad un massimo di 3 surriscaldamenti. Va comunque notato che, anche in presenza di surriscaldamenti ripetuti, l'espansione in turbina deve terminare all'interno della campana, e quindi in zona di vapore umido. Questo per garantire un buon funzionamento del condensatore. Un conto è infatti sottrarre calore ad un vapore bifase condensante, un altro conto farlo con un vapore surriscaldato, che quindi presenta un minor coefficiente di scambio termico.

8.7. Rigenerazione

Consideriamo un ciclo a vapore saturo come quello riportato in figura 8.5. Si è visto come la fase di pre-riscaldamento dell'acqua di alimento (economizzatore), essendo quella che presuppone uno scambio termico tra condensato a bassa temperatura e la sorgente, supposta idealmente alla temperatura massima del ciclo T_3 , sia quella che presenta le maggiori irreversibilità. Sarebbe allora possibile aumentare il rendimento del ciclo se si potesse spostare il punto di ingresso dell'acqua in caldaia a un livello termico maggiore. Questo è possibile grazie alla rigenerazione.

L'idea della rigenerazione prende spunto dai cicli termodinamici proposti da Erikson e Stirling (figura 8.17). Consideriamo inizialmente il caso ideale. Tali cicli consistono di due trasformazioni isoterme collegate da due trasformazioni della stessa famiglia: due isocore per il ciclo Stirling e due isobare per quello di Erikson. La rigenerazione avviene nelle trasformazioni 1-2 e 3-4, tra cui avviene uno scambio termico interno e reversibile. Il calore entrante Q_1'' viene infatti ceduto reversibilmente al fluido nella trasformazione 1-2 non a spese di una sorgente esterna, ma internamente al ciclo stesso: è infatti il fluido di lavoro stesso che, in fase di espansione 3-4, cede reversibilmente al fluido che viene compresso una quantità di calore Q_2'' esattamente pari a quella richiesta Q_1'' . Questo calore è quindi scambiato internamente al ciclo, e non con l'esterno, e quindi non compare nell'espressione del rendimento. Ne risulta quindi che il rendimento di un simile ciclo è uguale a quello del ciclo di Carnot evolvente tra le stesse temperature minima e massima:

$$h = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1'} = 1 - \frac{RT_1 \ln(p_1/p_4)}{RT_3 \ln(p_2/p_3)} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad (8.36)$$

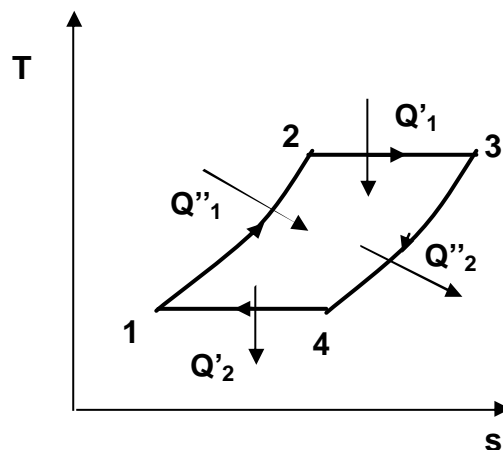


Figura 8.17. Ciclo di Erikson.

Se si applica quanto visto al ciclo a vapore, l'ideale sarebbe realizzare una espansione come quella riportata in figura 8.18, in cui cioè il vapore scambia calore con l'acqua di alimento in maniera reversibile durante l'espansione. La fattibilità pratica di un tale ciclo è tuttavia impraticabile. Esso infatti presuppone la possibilità di scambiare calore durante l'espansione, come schematizzato in figura 8.18. Tuttavia, le superfici palari all'interno della turbina lambite dal vapore non sono

sufficientemente estese perché lo scambio termico con il liquido risulti possibile. Ma anche nel caso in cui queste fossero sufficienti, le portate in gioco e i tempi di attraversamento della macchina da parte del vapore sono tali da rendere il processo di scambio termico inefficiente. Inoltre, il vapore negli ultimi stadi della turbine presenterebbe un titolo eccessivamente basso, con conseguenti problemi per il corretto funzionamento ed efficienza della turbina stessa.

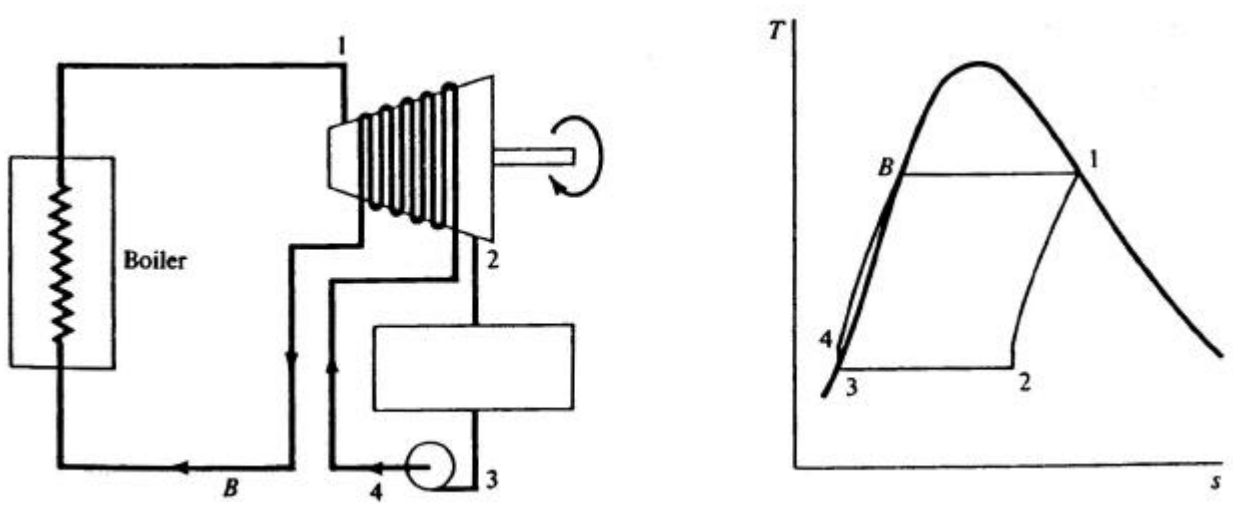


Figura 8.18. Rigenerazione ideale.

Per ovviare a questi problemi, si fanno prelievi (spillamenti) successivi di vapore dalla turbina e questo vapore viene usato per pre-riscaldare l'acqua di alimento, tra l'uscita dal condensatore e l'ingresso nel generatore di vapore, in opportuni scambiatori di calore, così come mostrato in figura 8.19 e 8.20. Con questo sistema si usa tutto il calore contenuto in una porzione limitata di vapore invece di usare parte del calore contenuto in tutto il vapore evolvente in turbina.

Vediamo dapprima come si modifica l'espressione del rendimento del ciclo in presenza di rigenerazione. Consideriamo ad esempio il caso di figura 8.19. In presenza di rigenerazione ideale, l'espressione del rendimento diventa:

$$h = \frac{P_T - P_P}{m_v Q_1} \approx \frac{P_T}{m_v Q_1} = \frac{m_v(h_8 - h_{11}) - m_2(h_9 - h_{11}) - m_3(h_{10} - h_{11})}{m_v(h_8 - h_6)} \quad (8.37)$$

essendo m_v la portata complessivamente prodotta nel generatore di vapore.

A questo punto è necessario entrare nel merito di come questo rigeneratore funziona ed, eventualmente, introdurre delle semplificazioni. Esistono due tipi di rigeneratori: a miscela e a superficie.

Nel caso dei rigeneratori a miscela (figura 8.19), il vapore spillato dalla turbina entra nello scambiatore, dove si miscela con l'acqua di alimento proveniente o dal condensatore, o dallo scambiatore precedente. Lo scambiatore lavora quindi a pressione costante, e tutti i flussi di massa che entrano, o escono, si trovano alla stessa pressione. Il vapore spillato cede il proprio calore latente di condensazione per portare l'acqua di alimento in condizioni sature. Il fluido che ne esce può, in prima approssimazione, essere considerato come un liquido saturo alla pressione che regna nello scambiatore a miscela.

Il principio di conservazione dell'energia applicato ad esempio al primo scambiatore di figura 8.19 porta alla seguente relazione:

$$(m_v - m_2 - m_3)h_2 + m_3h_{10} = (m_v - m_2)h_3 \quad (8.38)$$

da cui si ricava la quantità di vapore che è necessario spillare per portare l'acqua di alimento dal punto 2 al punto 3:

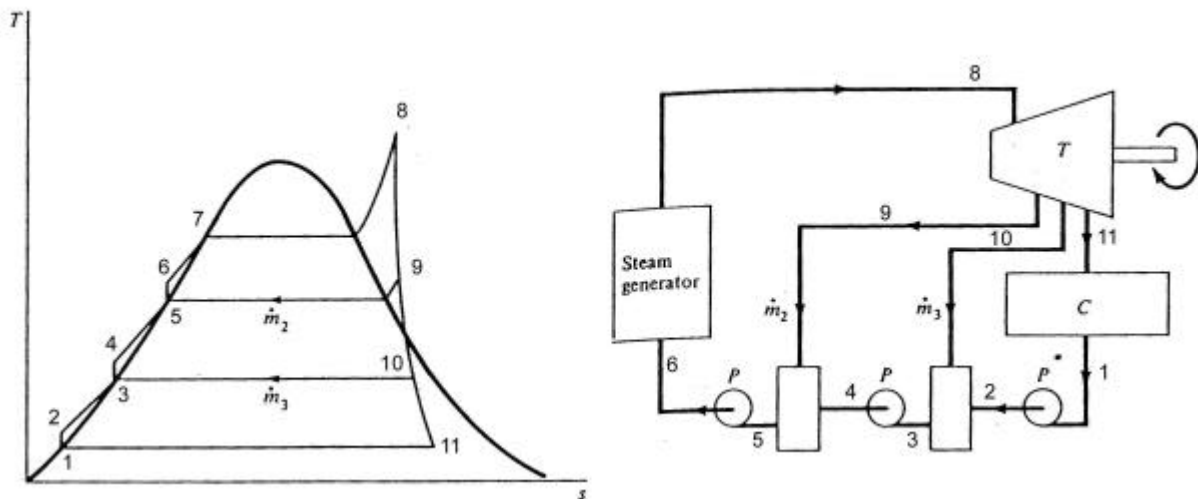


Figura 8.19. Ciclo Rankine rigenerativo – scambiatori a miscela.

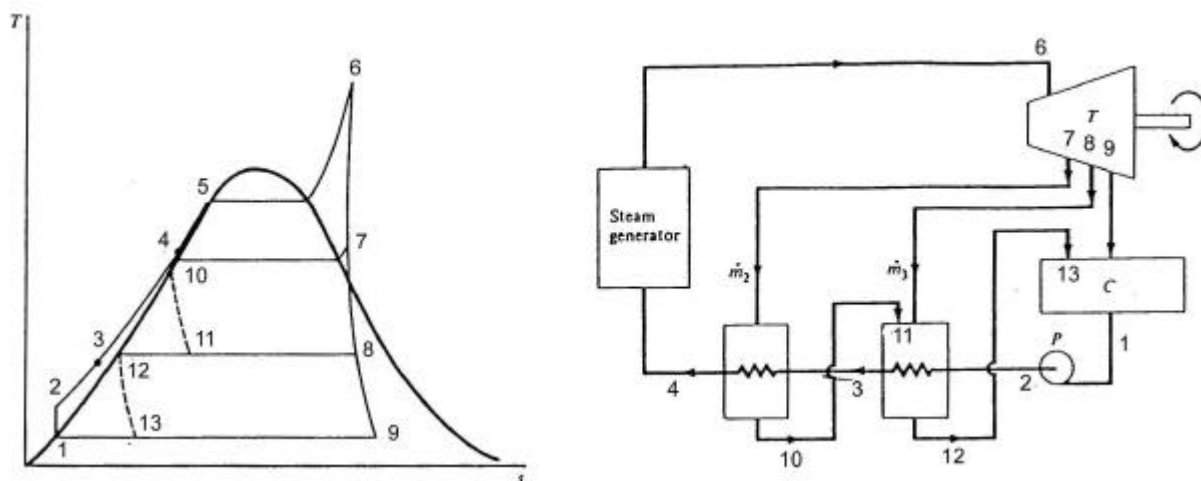


Figura 8.20. Ciclo Rankine rigenerativo – scambiatori a superficie.

$$m_3 = (m_v - m_2) \frac{h_3 - h_2}{h_{10} - h_2} \quad (8.39)$$

Si vede quindi che i due fluidi escono dallo scambiatore alla stessa temperatura. I rigeneratori a miscela hanno quindi rendimenti elevati, perché $\Delta T_{\min} = 0^\circ\text{C}$, ma richiedono più pompe, con conseguente pericolo di cavitazione. Si ricorda infatti che ogni pompa lavora con un fluido saturo in ingresso, che quindi può cavitare se la pressione scende.

Nella realtà, in ogni impianto esiste un unico rigeneratore a miscela che ha anche la funzione di degasare il liquido. Per questa ragione prende il nome di degasatore, di cui un esempio è riportato in figura 8.21. Il vapore spillato dalla turbina viene fatto gorgogliare nell'acqua di alimento, la quale alimenta dall'alto il degasatore. L'acqua viene fatta cadere dall'alto in cascata su una successione di piatti, in maniera tale da aumentare la superficie di contatto tra i due fluidi. L'acqua all'interno del degasatore, che ha anche una funzione di accumulo, viene mantenuta alla temperatura di saturazione, dove la solubilità dei gas (O_2 e CO_2) è praticamente nulla, facilitandone quindi la separazione. Ogni scambiatore è dotato di sfiatoi per eliminare i gas.

Consideriamo ora gli scambiatori a superficie (figura 8.20). Qui i due fluidi sono separati: il vapore spillato dalla turbina ad un certo livello di pressione percorre lo scambiatore in controcorrente

rispetto all'acqua di alimento, che si trova ad una pressione diversa, ed in generale maggiore. Il vapore condensa e cede il proprio calore di condensazione all'acqua. In figura 8.22 sono riportate le distribuzioni di temperatura lungo uno scambiatore a superfici. Nella prima figura sulla sinistra è riportato il caso, tipico dello spillamento di bassa pressione, in cui il vapore è spillato dalla turbina nella zona dentro alla campana, e quindi è saturo. L'acqua di alimento esce dallo scambiatore ad una temperatura che è minore rispetto a quella di condensazione del vapore di un ΔT imposto dalle superfici di scambio termico.

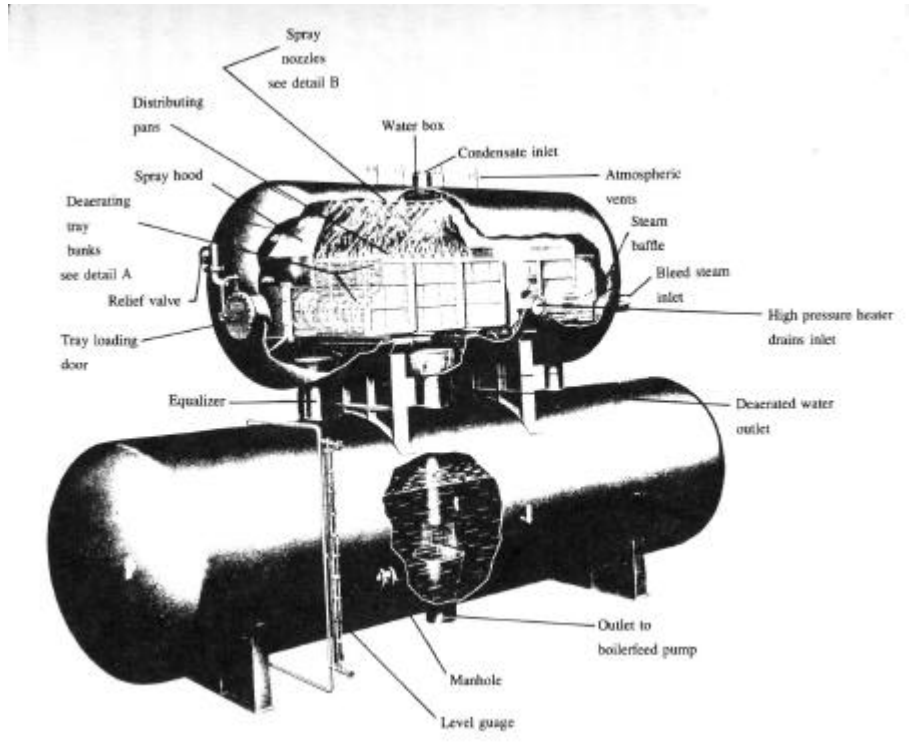


Figura 8.21. Il Degasatore.

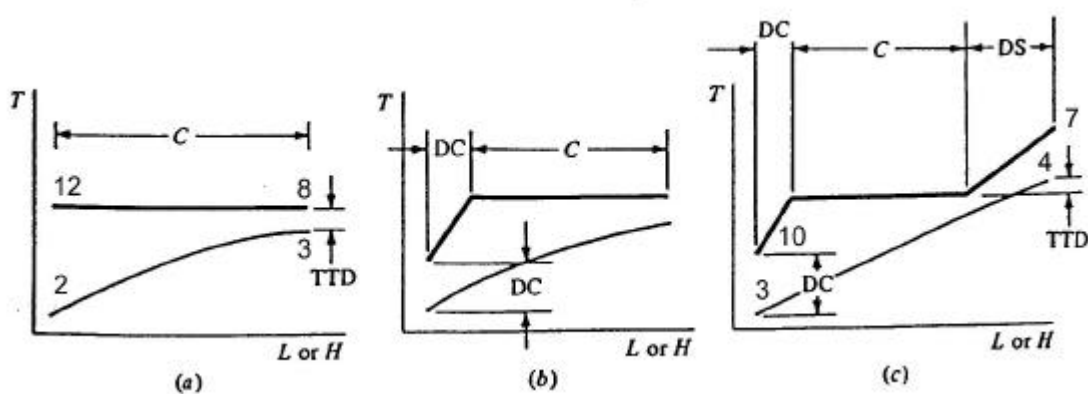


Figura 8.22. Diagrammi temperatura – potenza termica scambiata nei rigeneratori a superfici.

Vogliamo ora valutare se esiste una linea guida nella scelta del numero di rigeneratori e nel come ripartire il carico termico tra i diversi rigeneratori. Per far ciò, consideriamo il caso semplice di un ciclo a vapore saturo, cioè senza surriscaldamento, in cui venga inserito un rigeneratore a superfici in cui il condensato viene reintrodotta, previo pompaggio, a valle dello scambiatore stesso, così come schematizzato in figura 8.23.

Supponiamo che siano nulle le perdite di calore verso l'esterno, che il vapore esca dallo scambiatore in condizioni di liquido saturo alla pressione di spillamento, e che l'acqua di alimento esca dallo scambiatore alla stessa temperatura a cui esce il vapore condensato. Supponiamo inoltre che sia trascurabile il lavoro assorbito dalle pompe. Vogliamo vedere cosa succede al ciclo in conseguenza dell'introduzione del rigeneratore, quindi concentriamo la nostra attenzione sulla fase di preriscaldamento dell'acqua di alimento, di cui calcoliamo la produzione entropica. Questa deriva da due contributi: uno relativo alla trasformazione nel rigeneratore (Δs_1) e uno relativo alla trasformazione nella parte restante dell'economizzatore (Δs_2). Ognuno di questi due termini risulta poi a sua volta dalla somma di due contributi: la variazione di entropia dell'acqua ($s_{2R} - s_1$) e la variazione di entropia della sorgente. Per quanto riguarda la sorgente, assimiliamo il vapore condensante nel rigeneratore ad una sorgente a temperatura costante pari alla temperatura T_{2R} , mentre nell'economizzatore supponiamo che lo scambio termico avvenga con una sorgente alla temperatura T_2 , anch'essa costante. In questo modo si ricava:

$$\begin{aligned} \Delta s &= \Delta s_1 + \Delta s_2 = \left[(s_{2R} - s_1) - \frac{h_{2R} - h_1}{T_{2R}} \right] + \left[(s_2 - s_{2R}) - \frac{h_2 - h_{2R}}{T_2} \right] = \\ &= s_2 - s_1 - \left[\frac{h_{2R} - h_1}{T_{2R}} + \frac{h_2 - h_{2R}}{T_2} \right] \end{aligned} \quad (8.40)$$

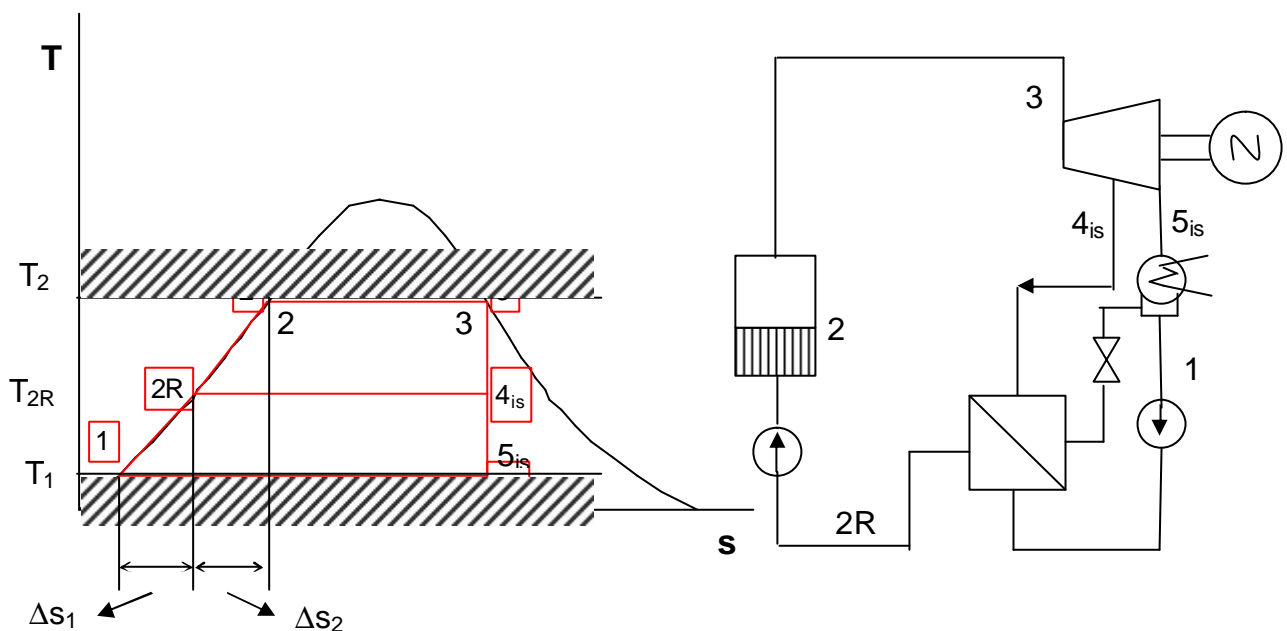


Figura 8.23. Ciclo a vapore saturo rigenerativo – ottima temperatura di rigenerazione.

Esprimendo, per l'acqua, le variazioni di entalpia in funzione delle variazioni di temperatura, si ricava infine:

$$\Delta s = s_2 - s_1 - c \left[1 - \frac{T_1}{T_{2R}} + 1 - \frac{T_{2R}}{T_2} \right] = f(T_{2R}) \quad (8.41)$$

Si tratta quindi di valutare l'esistenza di un minimo di tale funzione rispetto alla temperatura di rigenerazione:

$$\frac{\partial(\Delta s)}{\partial T_{2R}} = 0 \quad (8.42)$$

Svolgendo i calcoli si ricava:

$$T_{2R} = \sqrt{T_1 T_2} \quad (8.43)$$

Per quanto ottenuta per un caso ideale e semplificato, la relazione (8.43) risulta di applicabilità generale, fornendo quindi un'utile strumento in fase di definizione dei livelli ottimi di spillamento. Nella realtà tali prelievi di vapore andranno fatti tra i diversi stadi della turbina, la cui architettura quindi imporrà l'esatto punto di prelievo. Infine, i punti di prelievo reali vengono fatti a livelli di pressione maggiori rispetto a quelli che regnano effettivamente nei rigeneratori, ciò per compensare le perdite di carico nei condotti, ma anche per ragioni di regolazione. La presenza di una valvola di regolazione permette infatti il controllo del corretto valore di pressione.

Vediamo ora di individuare il numero di spillamenti ottimale dal punto di vista del rendimento dell'impianto. La figura 8.24 riporta l'andamento dell'incremento di rendimento percentuale $\Delta\eta/\eta$ in funzione del numero di spillamenti z . Da tale grafico si nota innanzi tutto come il rendimento continui ad aumentare al crescere del numero di spillamenti, ma come l'incremento si riduca sempre più diventando in pratica trascurabile già per $z = 10$, per cui la complicazione impiantistica diventa ingiustificata.

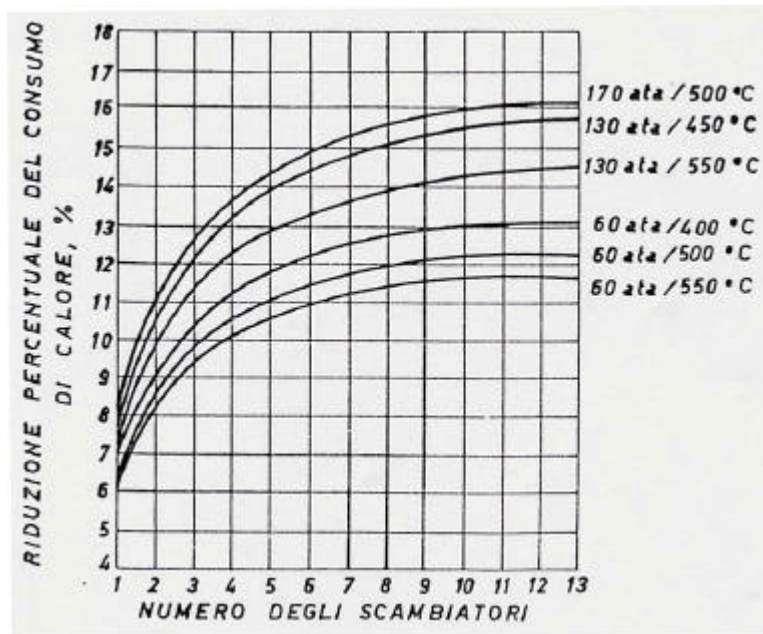


Figura 8.24. Ottimo numero di spillamenti.

8.8. Layout generale dell'impianto

Gli impianti di grande taglia utilizzano tutti gli accorgimenti visti in precedenza, che consentono di raggiungere rendimenti reali dell'ordine del 40%. Un esempio di layout di un impianto è riportato in figura 8.25, che fa riferimento alla centrale di Piacenza da 320 MW. Le trasformazioni realizzate sono riportate in figura 8.26. Si nota come l'impianto risulti alquanto complesso. Esso prevede, dopo una prima espansione nella turbina di alta pressione (0-2), un risurriscaldamento del vapore e quindi un'espansione in diversi corpi di turbina, con sdoppiamento dei flussi in bassa pressione. Lungo l'espansione in turbina sono presenti 8 spillamenti, di cui 7 alimentano dei rigeneratori a superficie, e uno alimenta il degasatore (5). Questa successione di spillamenti permette all'acqua di alimento, proveniente dal condensatore, di entrare nel generatore di vapore al punto A. Analizzando più nel dettaglio la linea di pre-riscaldamento dell'acqua di alimento, si nota come, all'uscita del condensatore, siano presenti delle pompe di estrazione dell'acqua dal condensatore, e delle pompe

booster, che alimentano il degasatore. Questo quindi divide l'impianto in due: la zona di bassa pressione e quella di alta pressione. E' infatti presente una terza stazione di pompaggio, che porta l'acqua di alimento in uscita dal degasatore alla pressione di evaporazione.

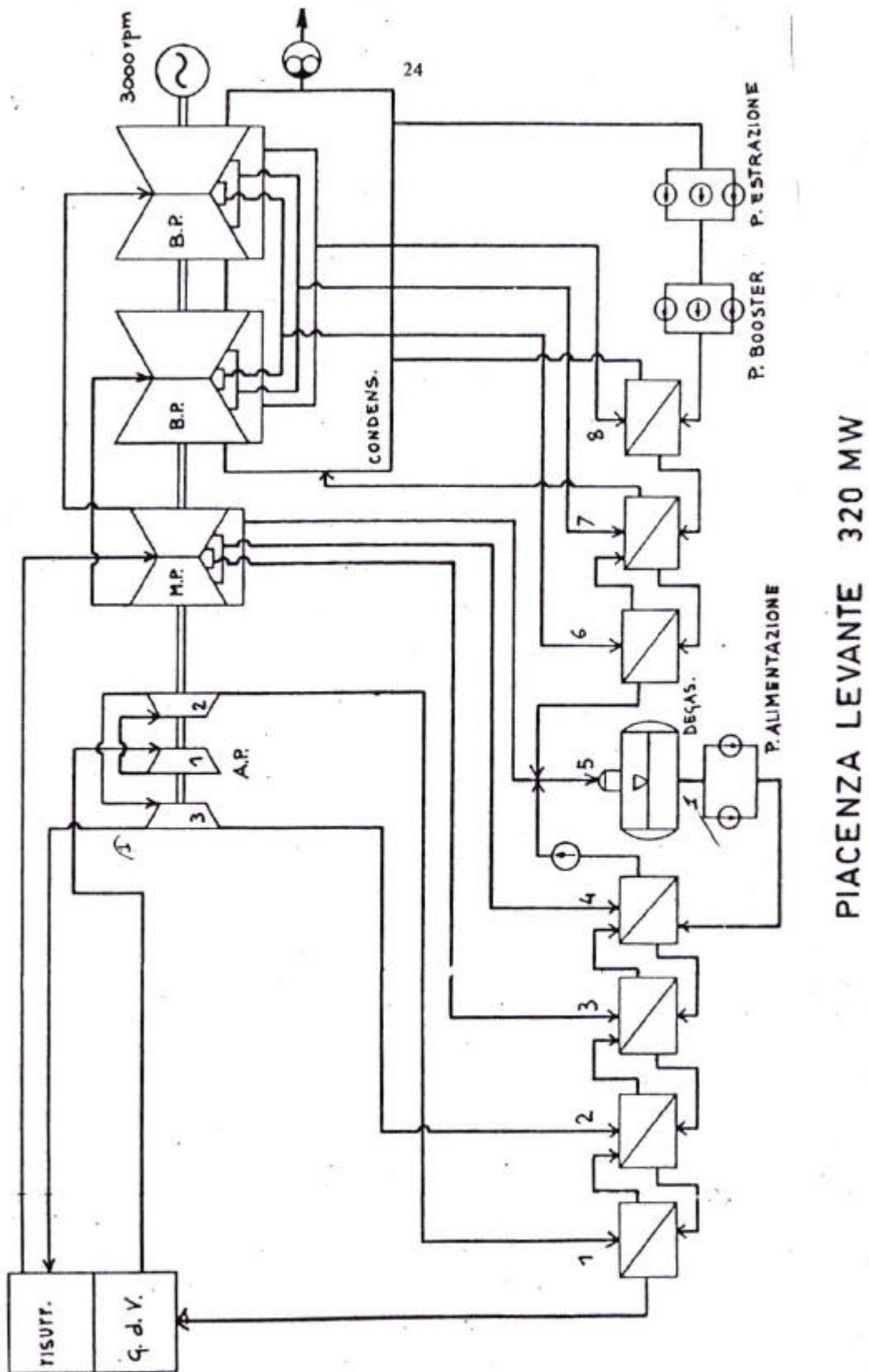


Figura 8.25. Layout impianto a vapore ENEL da 320 MW di Piacenza.

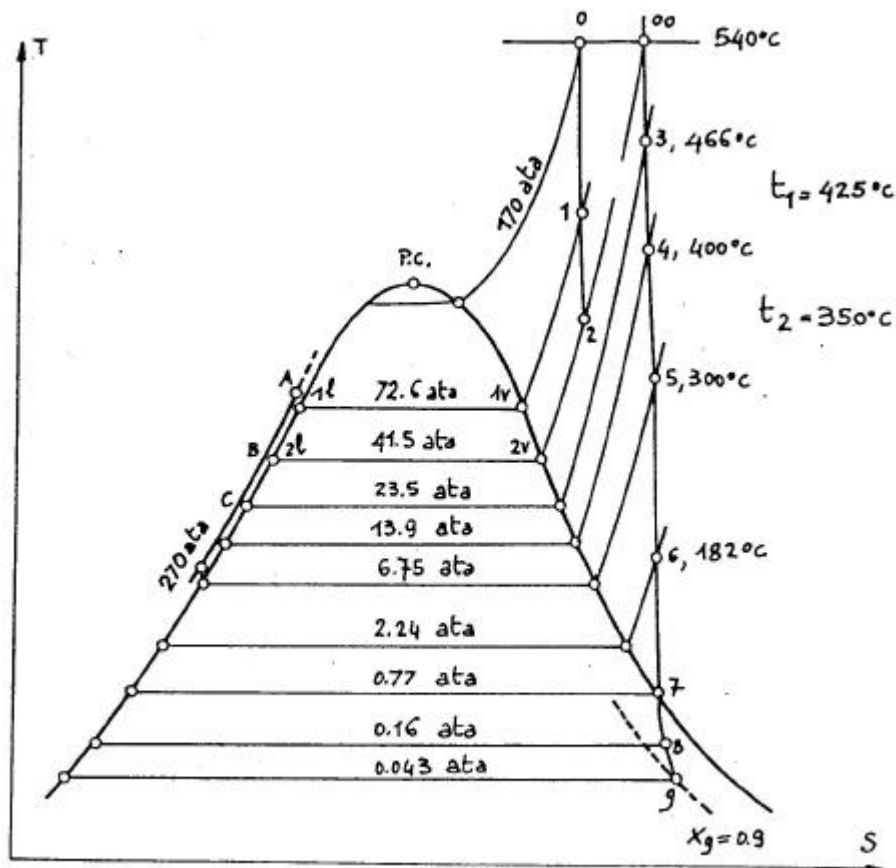


Figura 8.26. Ciclo termodinamico realizzato nella centrale di Piacenza.

Per quanto riguarda il vapore spillato, se si analizzano gli scambiatori di alta pressione, si nota come il vapore spillato, fatto condensare al livello di pressione dello spillamento, venga quindi introdotto, previa laminazione isentalpica, nello scambiatore che lo precede, sfruttando così una quota di calore che altrimenti andrebbe persa. Così facendo, risalendo i diversi scambiatori a superficie, la somma delle portate spillate in alta pressione viene introdotta nel degasatore.

Al degasatore arriva inoltre l'acqua di alimento proveniente, attraverso gli scambiatori di bassa pressione, dal condensatore. Quest'acqua di alimento è la somma della portata di vapore proveniente dalla turbina e di tutte quelle spillate a bassa pressione. Anche i cascami di vapore degli spillamenti di bassa pressione vengono infatti laminati da uno scambiatore al precedente, fino al condensatore.

Si fa notare come il numero di pompe presenti nell'impianto sia sempre raddoppiato rispetto alle normali esigenze di funzionamento. Questo per garantire la continuità del servizio, anche in caso di rottura, e soprattutto per ragioni di sicurezza, in quanto il boiler (il corpo cilindrico) deve sempre essere alimentato. Va infatti sottolineato come gli impianti a vapore contribuiscano alla copertura del carico di base, e quindi debbano funzionare per un elevato numero di ore all'anno (8000 ore/anno), limitando al massimo le fermate per manutenzione dell'impianto. L'utilizzo di tali impianti per carichi di base è dettata dal fatto che sono impianti che mal sopportano i transitori di accensione e spegnimento. Basti pensare alle elevate superfici e portate in gioco nel generatore di vapore. Perché questo si porti a regime, partendo da fermo, ci vogliono transitori che durano ore, se non giorni, che quindi impediscono una rapida risposta dell'impianto alle variazioni del carico, cosa che invece vedremo essere perfettamente in grado di fare un impianto Turbogas.

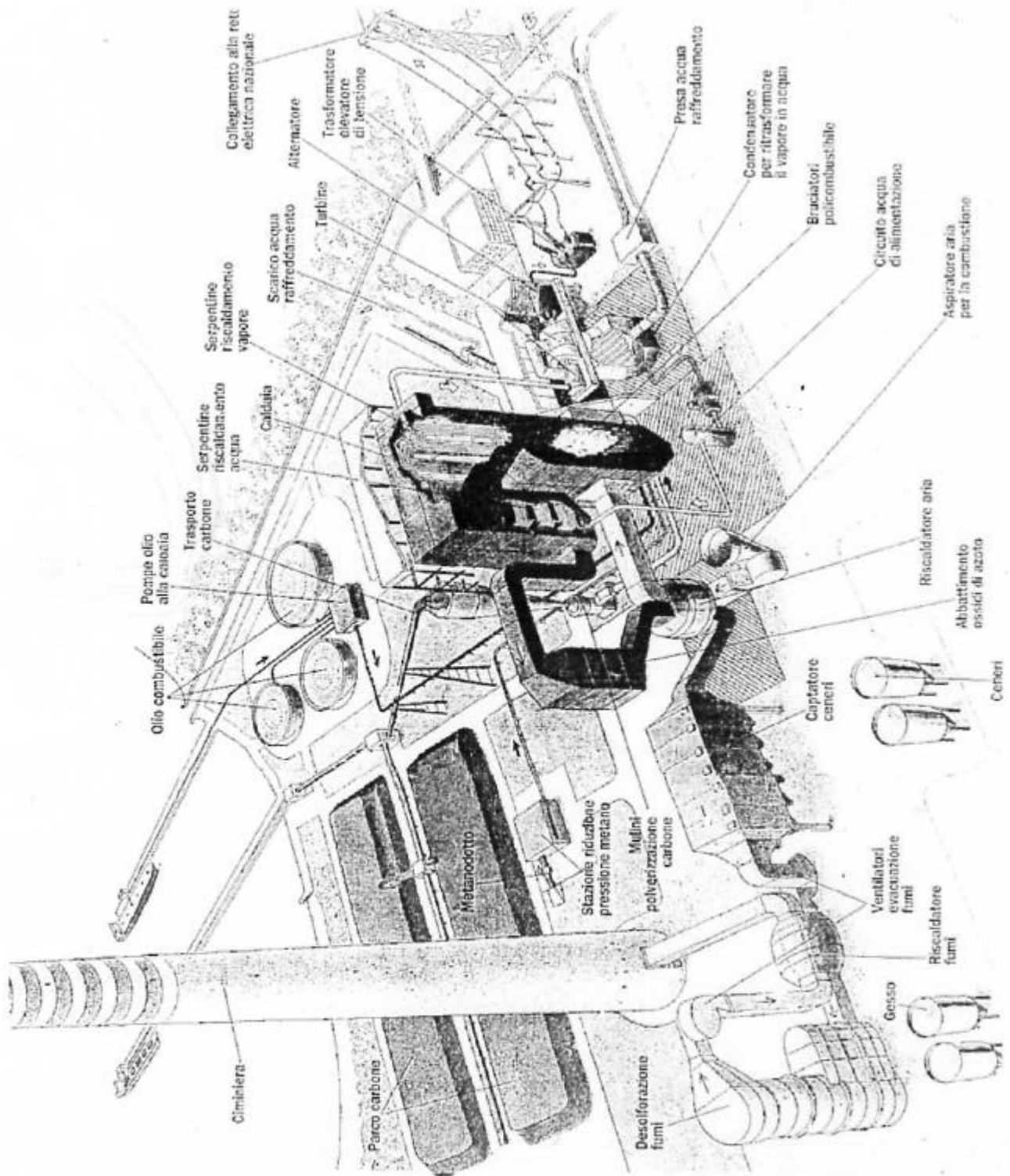


Figura 8.27. Esempio di impianto termoelettrico.

Un impianto a vapore, nella realtà è ancora più complesso di quanto abbiamo visto fin qui, in quanto prevede la presenza, oltre che degli elementi che permettono la realizzazione del ciclo termodinamico, anche di una serie di elementi necessari ad esempio alla movimentazione e trattamento del combustibile, al trattamento dell'acqua di reintegro (per compensare perdite di vapore nei circuiti) così come di quella di raffreddamento del condensatore, oltre che di sistemi per

il raffreddamento dell'alternatore. Un esempio di impianto a vapore, con ausiliari annessi, è riportato in figura 8.27. Da questa figura si nota come l'elemento più ingombrante risulti sicuramente essere il generatore di vapore.

Nell'impianto in figura sono rappresentati tutti i possibili sistemi di approvvigionamento del combustibile. I generatori di vapore degli impianti termoelettrici possono infatti essere alimentati da diversi tipi di combustibile (metano, olio combustibile, polverino di carbone), che richiedono diversi trattamenti.

Tutti questi elementi che compongono l'impianto consumano a loro volta energia. Ciò che quindi può essere in definitiva immesso sulla rete elettrica sarà la potenza utile fornita dalla turbina, al netto dei consumi interni dell'impianto, così come rappresentato in figura 8.28.

Gli impianti ENEL dislocati sul territorio nazionale sono principalmente di due taglie: da 320 MW e da 600 MW. Queste taglie vengono poi usate in maniera modulare per impianti di taglia superiore. Il rendimento dell'impianto è tanto maggiore quanto più è grande la sua taglia. Esso può raggiungere il 42 - 44 % lordo con $T_{max} = 570 - 600^{\circ}C$ e pressione maggiore di quella critica.

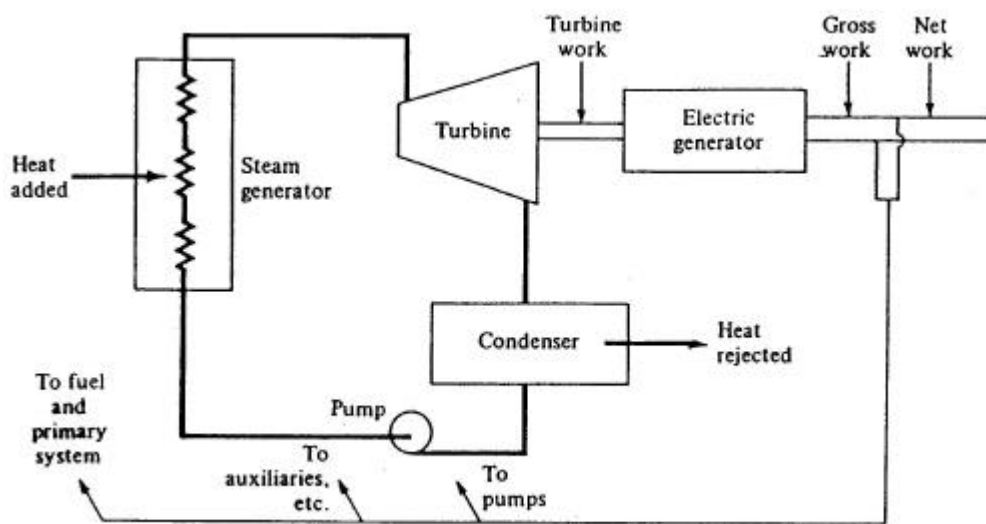


Figura 8.28. Consumi degli ausiliari.

8.9. Il condensatore

Vediamo a questo punto nel dettaglio come è fatto un condensatore, e gli eventuali componenti ad esso ausiliari. Innanzitutto il condensatore assolve a più funzioni. Oltre a quella ovvia di condensare il vapore umido proveniente dalla turbina, esso deve creare il vuoto alla pressione desiderata a valle della turbina, per migliorare il rendimento del ciclo. Un'ultima funzione è quella di de-aerare il condensato, per eliminare eventuali gas disciolti, come l'ossigeno, che, ad alta temperatura, diventa corrosivo.

Si ricorda che il condensatore opera in condizioni di pressione inferiori a quella atmosferica. Possibili infiltrazioni di aria dall'esterno tendono ad innalzare la pressione del condensatore, riducendo il salto entalpico disponibile sulla turbina. I gas vanno quindi eliminati con continuità, per garantire il grado di vuoto richiesto e assicurare che non vi sia ossigeno disciolto. L'eliminazione dei gas avviene per mezzo di eiettori alimentati a vapore, durante il normale esercizio dell'impianto. Un eiettore altro non è se non un tubo di Venturi in cui viene accelerato il vapore. La sezione di gola del tubo di Venturi è collegata alla zona dove si raccolgono i gas. Nella

sezione di gola si realizza una depressione tale da essere in grado di aspirare i gas presenti nel condensatore, convogliandoli all'esterno.

Il condensatore non è altro che uno scambiatore di calore a superfici, la cui geometria è quella classica "shell&tube", con le tubazioni a baionetta, così come mostrato in figura 8.29. Sono previsti due percorsi separati in parallelo per l'acqua di raffreddamento, in modo che, se se ne rompe uno, l'altro può continuare a funzionare. Questa configurazione è inoltre utile nelle fermate per manutenzione, garantendo la continuità del servizio.

Con riferimento alla figura 8.29, il vapore umido proveniente dalla turbina percorre il condensatore all'esterno dei tubi, al cui interno circola invece l'acqua di raffreddamento. Il vapore quindi condensa sulla superficie esterna dei tubi, e il condensato viene raccolto in basso, in quello che viene chiamato pozzo caldo. L'acqua nel pozzo caldo si trova in condizioni sature a una temperatura che dipende dalla temperatura e dalla portata dell'acqua di raffreddamento, oltre che dalle superfici di scambio termico esistenti nel condensatore. Una pompa di estrazione dell'acqua permette di mettere in circolo l'acqua contenuta nel pozzo caldo, inviandola in caldaia o negli eventuali elementi interposti.

Nel progetto di un condensatore bisogna perseguire i seguenti obiettivi: minimizzare le perdite di carico, eliminare l'aria e massimizzare l'efficienza di scambio termico. Per il resto, esso è un classico scambiatore a superfici, per cui si adottano i metodi classici per il loro dimensionamento. Si ricorda che la potenza termica da asportare può essere legata alla portata d'acqua di raffreddamento dalla relazione seguente:

$$Q_2 = m_{H_2O} c \Delta T_{H_2O} \quad (8.44)$$

in cui ΔT_{H_2O} è la variazione di temperatura che l'acqua di raffreddamento subisce nell'attraversare il condensatore. D'altra parte, la potenza termica scambiata può essere anche espressa in funzione del coefficiente globale di scambio termico U , della superficie di scambio termico S e di una differenza di temperatura media logaritmica:

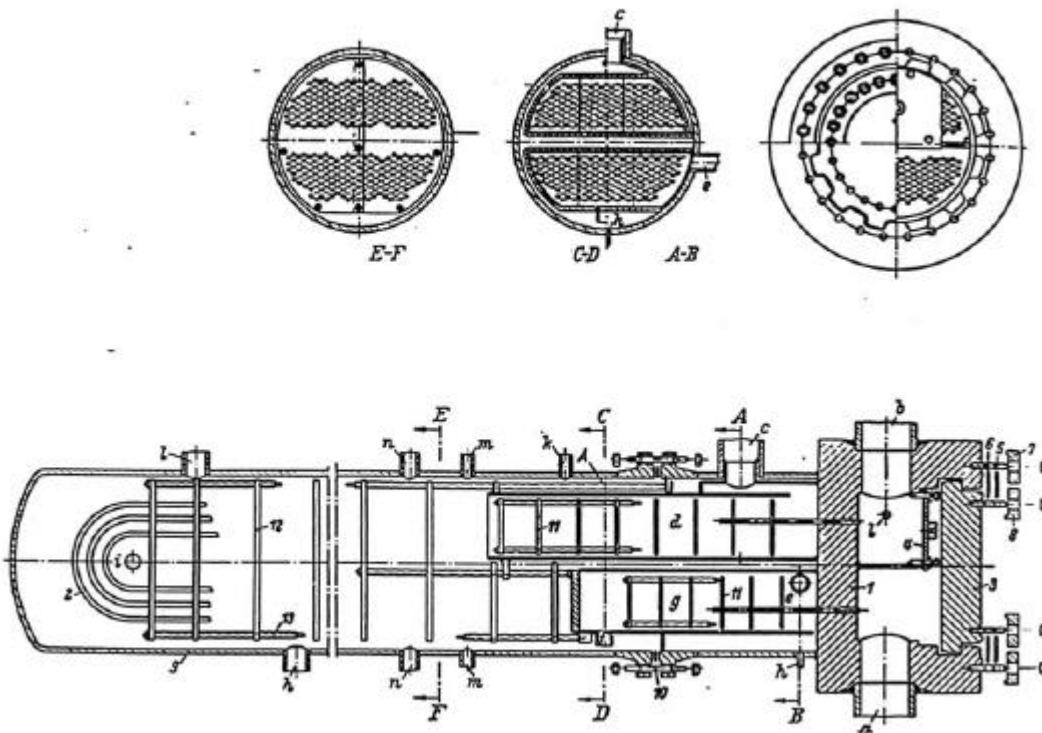


Figura 8.29. Condensatore.

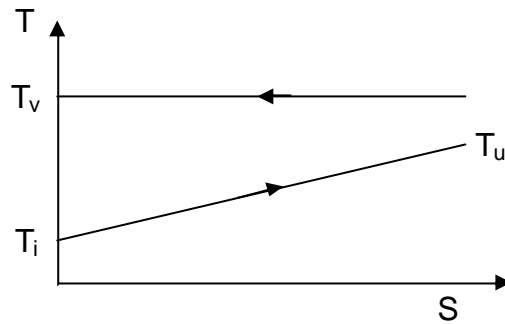


Figura 8.30. Andamento delle temperature lungo il condensatore.

$$Q_2 = US\Delta T_m \quad (8.45)$$

Con riferimento alla figura 8.30, che riporta gli andamenti delle temperature lungo lo scambiatore, la differenza di temperatura media logaritmica risulta così definita:

$$\Delta T_m = \frac{T_u - T_i}{\ln \frac{(T_v - T_i)}{(T_v - T_u)}} \quad (8.46)$$

Il coefficiente globale di scambio termico risulta invece dalla messa in serie delle resistenze termiche relative alla convezione esterna, alla conduzione attraverso la parete della tubazione (trascurabile), alla convezione interna, più possibili contributi legati allo sporcamento:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_e} + \frac{1}{h_{\text{sporcamen}to}} \quad (8.47)$$

essendo s lo spessore della superficie e λ la conduttività del materiale.

L'acqua di raffreddamento può essere direttamente prelevata dall'ambiente (lago, fiume), e reintrodotta nell'ambiente ad una temperatura maggiore, così come mostrato in figura 8.31a, ovviamente nel rispetto dei limiti imposti dalla normativa vigente in materia di inquinamento e immissioni in atmosfera. Un'altra possibilità è quella di utilizzare un circuito semi-chiuso (figura 8.31b), in cui il raffreddamento dell'acqua avviene in torri di raffreddamento evaporative (Wet). In questo caso l'acqua di raffreddamento viene mandata in una torre di raffreddamento, mentre il prelievo dall'ambiente è limitato al solo reintegro delle perdite. Un'ulteriore possibilità, applicabile però agli impianti di potenza limitata, è quello di usare un condensatore direttamente raffreddato ad aria (figura 8.31c), e quindi senza la presenza di acqua di raffreddamento.

Esistono poi diverse tipologie di torri di raffreddamento, oltre a quelle evaporative di figura 8.31b. La figura 8.31d mostra un esempio di torre "Dry", in cui l'acqua di raffreddamento viene inviata in uno scambiatore, dove viene raffreddata per convezione forzata dall'aria ambiente. Esistono poi condensatori, detti a contatto diretto, dove non esiste una separazione tra vapore condensante e acqua di raffreddamento. Come mostrato in figura 8.31e, il vapore proveniente dalla turbina viene condensato miscelandolo con acqua fredda, opportunamente spruzzata per aumentare la superficie di contatto. Il condensato viene poi raffreddato ad aria in una torre.

Un'ultima tipologia, riportata in figura 8.31f, consiste nell'utilizzare un fluido diverso dall'acqua, come l'ammoniaca, come fluido refrigerante. In questo caso, il circuito di raffreddamento è un circuito chiuso, e le condizioni iniziali vengono ripristinate mandando il fluido in una torre di tipo secco.

Nelle torri di raffreddamento evaporative, come quelle rappresentate in figura 8.32, l'acqua viene spruzzata in controcorrente rispetto all'aria. L'acqua viene inoltre fatta percolare su superfici metalliche, in modo da aumentare il più possibile le superfici di contatto tra acqua e aria.

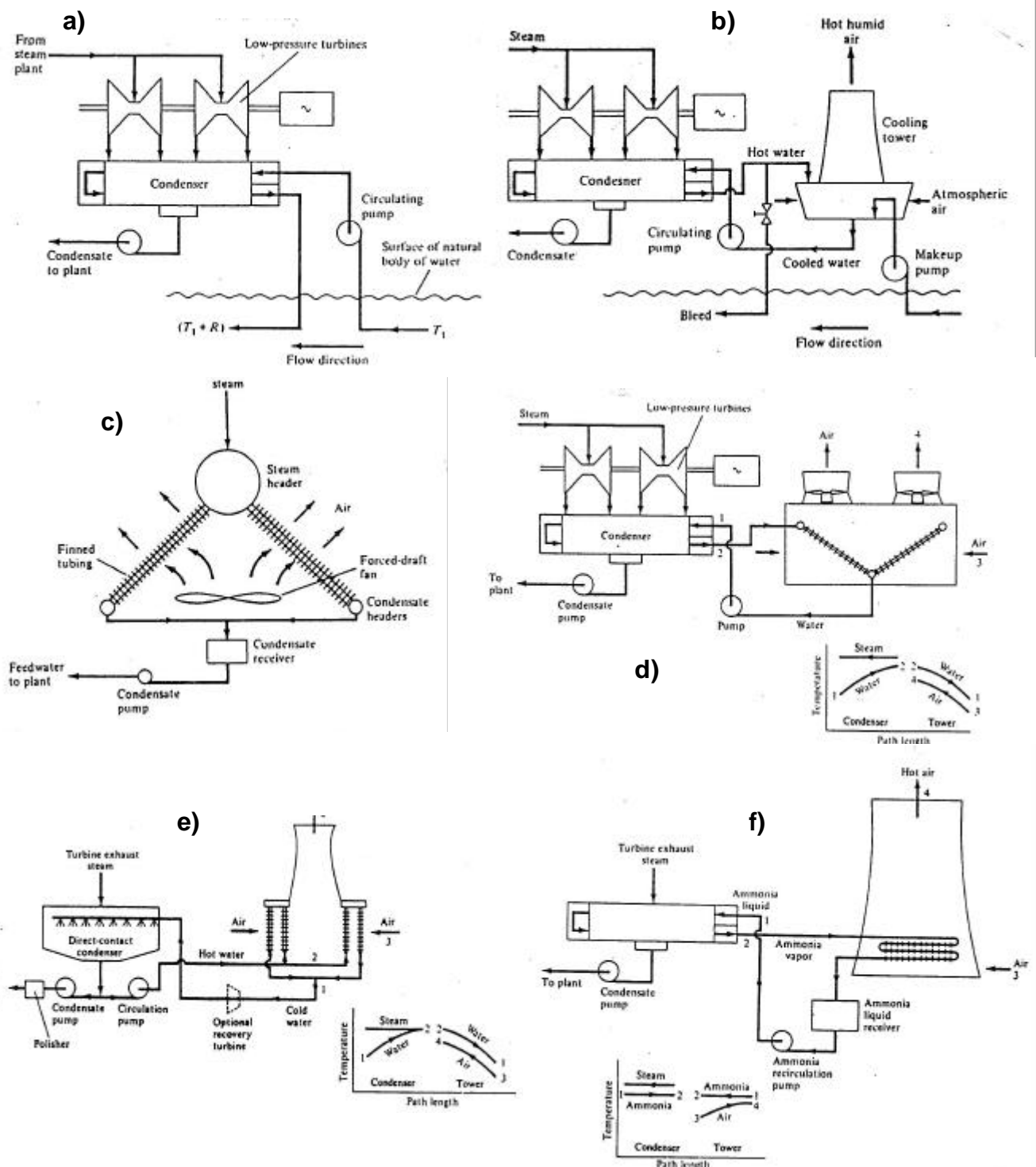


Figura 8.31. Sistemi di raffreddamento dell'acqua di raffreddamento del condensatore.

L'aria, prelevata dall'ambiente viene convogliata nella torre da opportuni ventilatori, e esce quindi dalla torre saturata d'acqua. Una frazione d'acqua quindi evapora, sottraendo calore all'acqua che la circonda, e viene trascinato via con l'aria. L'acqua che si è raffreddata viene raccolta sul fondo della torre, e rimandata in circolo da opportune pompe. Quest'acqua si trova ad una temperatura pari alla temperatura di bulbo umido dell'aria. La temperatura di ingresso nel condensatore, in caso di

utilizzo di torri evaporative è quindi funzione delle condizioni atmosferiche, essendo dipendente dalla temperatura dell'aria e dalla sua umidità relativa.

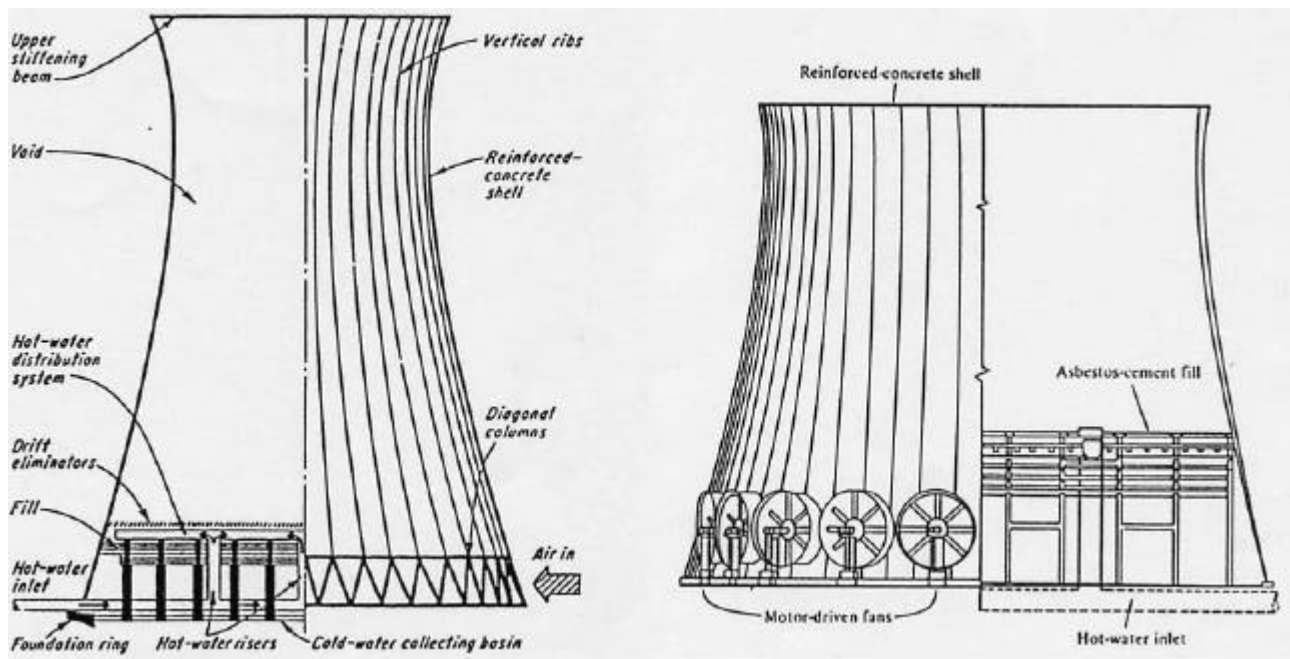


Figura 8.32. Torri evaporative.

La tipologia e le prestazioni del sistema di raffreddamento dell'acqua quindi impongono non solo la temperatura di ingresso nel condensatore, ma anche il massimo ΔT che l'acqua di raffreddamento è in grado di subire, essendo questo stesso ΔT ciò che la torre deve essere in grado di sottrarre.

Nei condensatori ad aria, lo scambio termico avviene direttamente tra l'aria ambiente, movimentata attraverso opportuni ventilatori, e l'acqua di raffreddamento, che invece circola in fasci tubieri alettati. Vengono utilizzate alettature per aumentare la capacità di scambio termico.

Anche nel caso in cui l'acqua di raffreddamento venga prelevata direttamente dall'ambiente, la sua temperatura non è costante, ma sottoposta ad un regime stagionale. E' allora evidente che, qualunque sia il tipo di condensatore adottato, e di sistema di raffreddamento, le sue prestazioni peggioreranno nei mesi estivi, per aumentare invece nel periodo invernale.

8.10. Il generatore di vapore

Il generatore di vapore è costituito (figura 8.33), nella sua configurazione base, da un economizzatore (ECO), in cui l'acqua di alimento viene pre-riscaldata fino alle condizioni di saturazione, un evaporatore (EVA), in cui avviene il passaggio di stato liquido – vapore a temperatura costante, e il surriscaldatore (SH), in cui il vapore viene ulteriormente riscaldato fino alle condizioni richieste in ingresso in turbina. E' poi possibile che sia presente un secondo banco di surriscaldamento, detto risurriscaldatore.

Il calore necessario a produrre il vapore è fornito dalla combustione di un combustibile, che può essere di diverso tipo (carbone, olio combustibile o gas metano). I prodotti della combustione percorrono il generatore all'esterno dei fasci tubieri, in cui invece circola l'acqua. Nei generatori di piccola taglia i percorsi possono essere invertiti; se ciò avviene, la caldaia viene definita a tubi di fumo. Questa soluzione impiantistica non viene adottata negli impianti di grossa taglia, per ragioni di sicurezza. Al crescere della pressione di esercizio infatti, risulta sicuramente praticamente

impossibile mantenere tutto il generatore in pressione, cosa che invece risulta fattibile se l'acqua in pressione è confinata nelle tubazioni.

Analizziamo inizialmente il generatore come una scatola nera. Esso deve fornire all'acqua di alimento il calore Q_1 . In prima approssimazione, esso può essere rappresentato come uno scambiatore a superfici (figura 8.34), in cui sono presenti tre ingressi (l'acqua di alimento, il combustibile e l'aria comburente), e due uscite (il vapore surriscaldato e i prodotti della combustione). Applicando la conservazione dell'energia al sistema rappresentato in figura 8.34, si ricava:

$$m_c(PCI + h_c) + m_a h_a = \dot{Q}_1 + (m_a + m_c) h_f \quad (8.48)$$

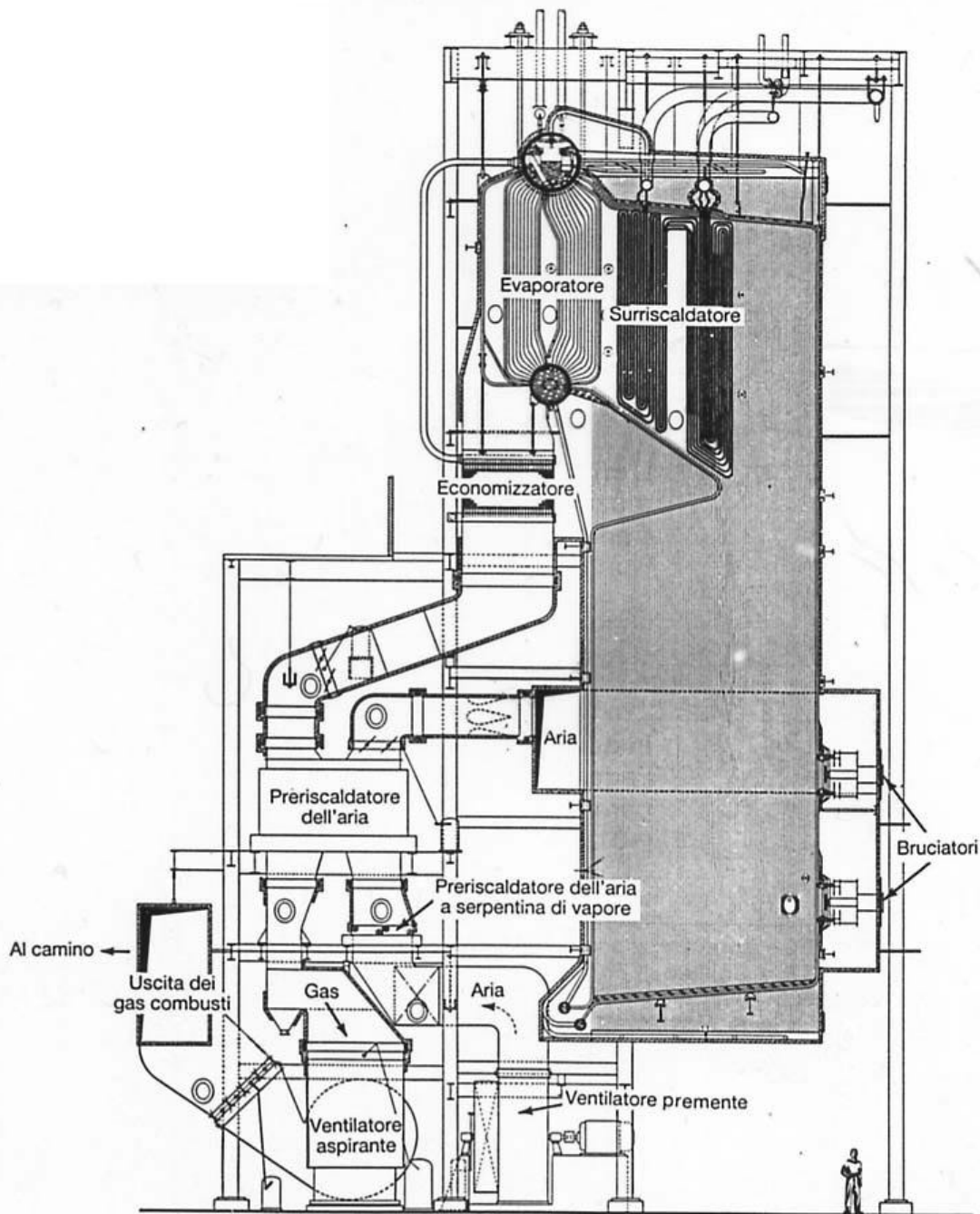


Figura 8.33. Il Generatore di Vapore.

Nell'equazione precedente m_c è la portata di combustibile, PCI è il suo potere calorifico inferiore, m_a è la portata d'aria comburente, h_a è la sua entalpia, calcolata nelle condizioni di ingresso, mentre h_f è l'entalpia dei fumi calcolata nelle condizioni in cui questi vengono scaricati al camino. Il termine h_c viene introdotto quando il combustibile entra in camera di combustione in condizioni diverse da quelle standard (1 atm, 25°C). Si ricorda infatti che il PCI è definito per una reazione che inizia in condizioni standard, e per cui i prodotti vengono riportati in condizioni standard. Esso è differente dal potere calorifico superiore (PCS), in cui si presuppone di condensare l'acqua contenuta nei fumi. La differenza tra questi due poteri calorifici consiste quindi nel diverso valore dell'entalpia dell'acqua contenuta nei fumi: in un caso allo stato liquido (PCS), e nell'altro nello stato vapore (PC). Il termine h_c può, in molte applicazioni, essere trascurato, in quanto di ordini di grandezza inferiore al potere calorifico inferiore.

Le prestazioni del generatore di vapore vengono valutate definendone il rendimento. Il rendimento di un generatore di vapore è ancora il rapporto tra effetto utile e quanto pago per ottenerlo:

$$\boxed{h_c = \frac{\dot{Q}_1}{m_c PCI}} \quad (8.49)$$

Introducendo questa espressione nell'equazione dell'energia (8.48), imponendo il bilancio tra i flussi in ingresso e quelli in uscita è possibile derivare un legame tra rendimento del generatore di vapore e temperatura dei fumi al camino:

$$h_f = C_{p,f}(T_f - T_{ref}) = \frac{PCI(1-h_c) + ah_a}{a+1} \quad (8.50)$$

essendo α il rapporto aria - combustibile:

$$\boxed{a = \frac{m_a}{m_c}} \quad (8.51)$$

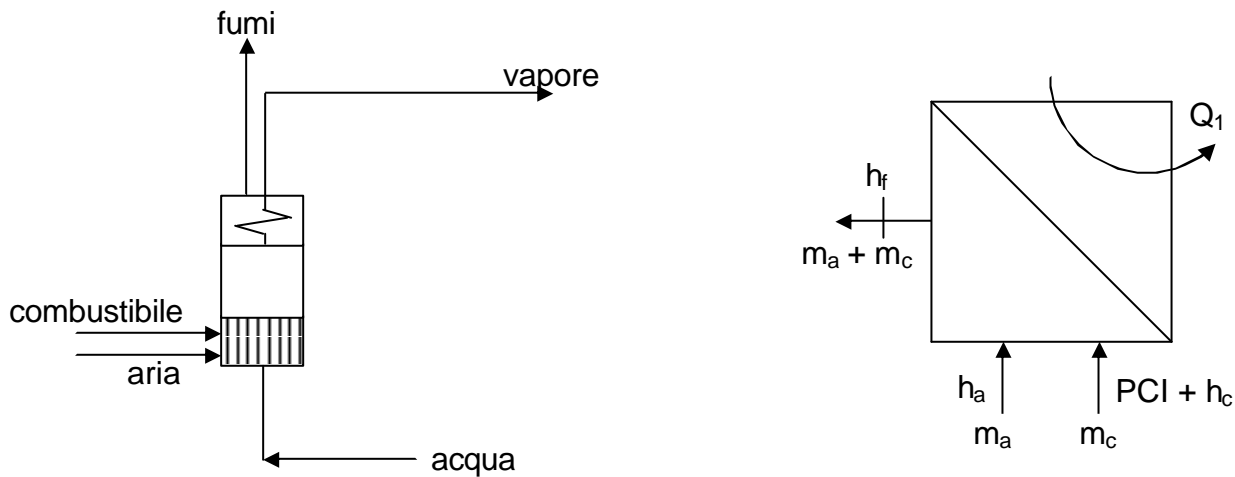


Figura 8.34. Schematizzazione del generatore di vapore.

Il rendimento del generatore di vapore dipende quindi dal rapporto aria - combustibile α e dalla temperatura dei fumi al camino. L'ottimo rendimento si ottiene per una combustione stechiometrica ($\alpha = \alpha_{st}$), cioè una combustione in cui il comburente è introdotto in quantità esattamente pari a quella richiesta per ossidare il combustibile. Ad esempio, nel caso semplice di combustione da metano, la reazione di ossidazione richiede la presenza, per ogni mole di metano, di 2 moli di ossigeno, dando luogo a una mole di biossido di carbonio e due moli d'acqua, secondo la reazione seguente:



Assumendo che l'aria sia composta per il 21% di ossigeno e per il 79% di azoto (frazioni molari), bisogna fornire alla mole di combustibile 2 $(1+79/21) = 9.52$ moli d'aria. Ricordando che il peso molecolare dell'aria è pari a 28.9 g/mole e che quello del metano vale 16 g/mole, la portata d'aria necessaria e sufficiente perché avvenga la combustione completa di 1 kg di metano vale circa $275.24/16 = 17.2$ kg_{aria}/kg_{metano}.

Nella realtà, la combustione viene effettuata con un piccolo eccesso d'aria (1 – 2% di ossigeno), per evitare la presenza di incombusti nei fumi, quali CO o idrocarburi pesanti, nel caso di utilizzo di carbone o oli combustibili. La loro presenza costituisce infatti una perdita, con conseguente abbassamento del rendimento.

Una volta fissato il tipo di combustibile impiegato, e l'eccesso d'aria opportuno, il rendimento del generatore è tanto maggiore quanto più è bassa la temperatura dei fumi al camino. Va però osservato come nella realtà esista un limite inferiore per questa temperatura, limite che dipende dal tipo di combustibile utilizzato. Se infatti si tratta di combustibili pesanti, come polverino di carbone o oli combustibili, questi contengono un quantitativo di zolfo non trascurabile. Per proteggere le superfici metalliche, è allora opportuno che la temperatura dei fumi non scenda al di sotto della temperatura di rugiada dell'acido solforico, temperatura che si assesta intorno ai 140°C. Se invece il combustibile è privo di zolfo, come ad esempio il gas metano, è possibile ridurre la temperatura fino a circa 110°C. Tale valore in realtà serve ad evitare che, per la presenza di condense nei fumi, questi risultino visibili ad occhio nudo, formando quello che viene chiamato pennacchio.

Vediamo adesso come è realizzato in pratica il generatore di vapore, cominciando dal percorso dei fumi. In camera di combustione viene introdotta, insieme al combustibile, una quantità di aria che, come abbiamo visto, è leggermente superiore a quella stechiometrica. La temperatura in camera di combustione, se non ci fossero perdite, sarebbe superiore ai 2000°C. Man mano che i fumi attraversano i banchi di scambio del generatore di vapore, cedono calore al vapore o all'acqua, a seconda della zona, e quindi riducono la propria temperatura. I fumi, prima di venire scaricati in atmosfera, attraversano uno scambiatore rigenerativo, in cui cedono parte del calore residuo all'aria comburente in ingresso alla camera di combustione. L'elemento in cui ciò avviene si chiama Preriscaldatore d'aria rigenerativo tipo Ljungstrom (figura 8.35). Si tratta di un tamburo rotante, riempito di lamierini metallici. La parte del tamburo a contatto con i fumi si scalda, quindi ruota venendosi così a trovare a contatto con l'aria fresca che gli sottrae calore riscaldandosi a sua volta. E' evidente, dall'equazione di conservazione dell'energia, che ciò comporta, a parità di calore ceduto al vapore, una diminuzione della portata di combustibile bruciata, con un conseguente aumento del rendimento del generatore, che a sua volta si traduce in un risparmio sui costi di esercizio dell'impianto.

La circolazione dei fumi all'interno del generatore viene garantita dalla presenza di uno o più ventilatori. Nell'esempio riportato in figura 8.33, il tiraggio è bilanciato, in quanto sono presenti un ventilatore premente posto all'aspirazione dell'aria, e un ventilatore aspirante, posto immediatamente a monte del camino. La scelta della collocazione dei ventilatori è imposta da considerazioni riguardanti la sicurezza in caso di rottura delle pareti del generatore di vapore. Se infatti si producesse, per qualche ragione, una rottura nelle pareti che confinano il percorso dei fumi, soprattutto nella camera di combustione, questi tenderebbero ad uscire dal generatore, se la pressione al suo interno fosse maggiore della pressione atmosferica. E' allora necessario far sì che il generatore di vapore operi in leggera depressione, in modo che, in caso di rottura, sia l'aria fresca ad entrare e non i fumi caldi ad uscire.

Analizziamo adesso il percorso seguito dall'acqua nel generatore di vapore. Se l'unico criterio di progettazione fosse la minimizzazione delle irreversibilità legate allo scambio termico, il percorso dell'acqua sarebbe organizzato in controcorrente con i fumi, con il surriscaldatore nella camera di combustione, seguito dall'evaporatore ed infine dall'economizzatore. Una siffatta disposizione dei

fasci tubieri, tipica di una caldaia a recupero, non viene però mai realizzata, in quanto le tubazioni del surriscaldatore non sopporterebbero le alte temperature presenti in camera di combustione. Il surriscaldatore è infatti uno scambiatore gas – gas, in cui quindi i coefficienti di scambio termico sono limitati e dello stesso ordine di grandezza su entrambi i lati. A ciò si aggiunge un elevato carico radiativi, in quanto in vista della fiamma. D'altra parte, la temperatura sulla superficie esterna dei tubi non può superare un limite massimo imposto dal tipo di materiale utilizzato nella costruzione del generatore (600 – 700°C). Tutto ciò fa sì che, nel percorso dei fumi, il surriscaldatore venga posposto all'evaporatore, al cui interno scorre invece un fluido bifase, dotato di un coefficiente di scambio termico convettivo decisamente maggiore, con il risultato di limitare la temperatura della superficie esterna dei tubi entro i limiti massimi imposti.

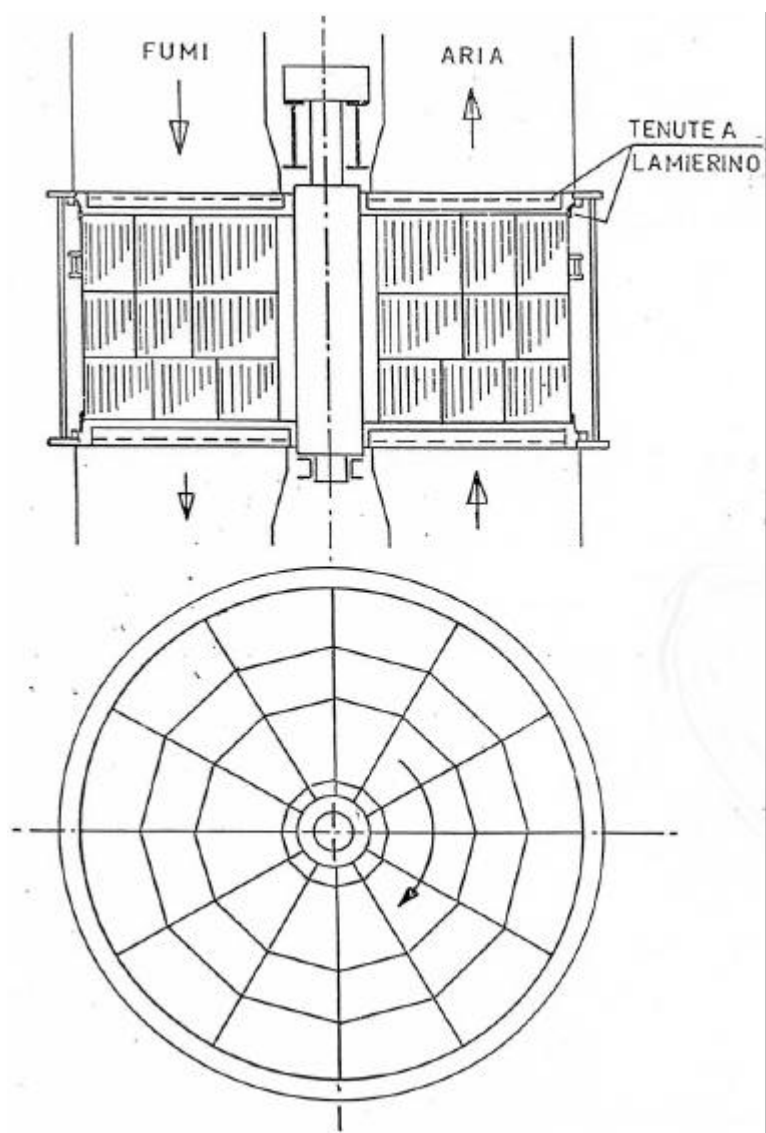


Figura 8.35. Preriscaldatore d'aria rigenerativo tipo Ljungstrom.

Nei generatori di vapore, la camera di combustione può essere realizzata in materiale refrattario (negli inceneritori), all'interno del quale scorrono i tubi dell'evaporatore, o più spesso, con pareti membranate, cioè con i tubi che fasciano internamente la camera di combustione, direttamente in vista della fiamma. Con riferimento al diagramma temperatura – potenza termica scambiata di figura 8.36, l'acqua di alimento entra quindi nell'economizzatore, posto in coda nel percorso dei

fumi. L'evaporatore fascia la camera di combustione, dove il meccanismo di scambio termico dominante è l'irraggiamento, mentre i banchi del surriscaldatore, e degli eventuali ri-surriscaldatori, si trovano in posizione intermedia nel percorso dei fumi. Essi possono trovarsi sia in zona di irraggiamento, sia in zona convettiva, ma solitamente non vedono direttamente la fiamma, per le ragioni dette in precedenza.

L'evaporatore di un tipico generatore di vapore è costituito da un corpo cilindrico superiore (steam drum in figura 8.37), un condotto di caduta, in cui scende l'acqua, posto all'esterno della camera di combustione, e un corpo cilindrico inferiore che alimenta le tubazioni di risalita che lasciano la camera di combustione. L'acqua calda in pressione, proveniente dall'economizzatore, entra nel corpo cilindrico superiore. Da questo scende nel corpo cilindrico inferiore attraverso il condotto di caduta. Dal corpo cilindrico inferiore l'acqua risale al corpo cilindrico superiore attraverso le tubazioni di risalita, nelle quali avviene la sua evaporazione. Il vapore che sale entra nel corpo cilindrico superiore, viene separato dalla frazione non evaporata, e quindi inviato al surriscaldatore. La circolazione dell'acqua all'interno dell'evaporatore può essere naturale (figura 8.37a) o assistita (figura 8.37b). Nel primo caso il salto di pressione per vincere le perdite è dato dalla differenza di densità che si ha tra l'acqua che scende, e il fluido bifase che risale

$$\Delta p = g \left(r_1 h - \int_0^h r dz \right) \quad (8.52)$$

mentre nel secondo caso è direttamente fornito dalla pompa di circolazione. Questa seconda soluzione permette realizzazioni più compatte, non richiedendo la disposizione obbligatoria in verticale dei tubi di risalita, così come di quello di caduta. Essa però richiede la presenza di una pompa di circolazione, ed è quindi più costosa.

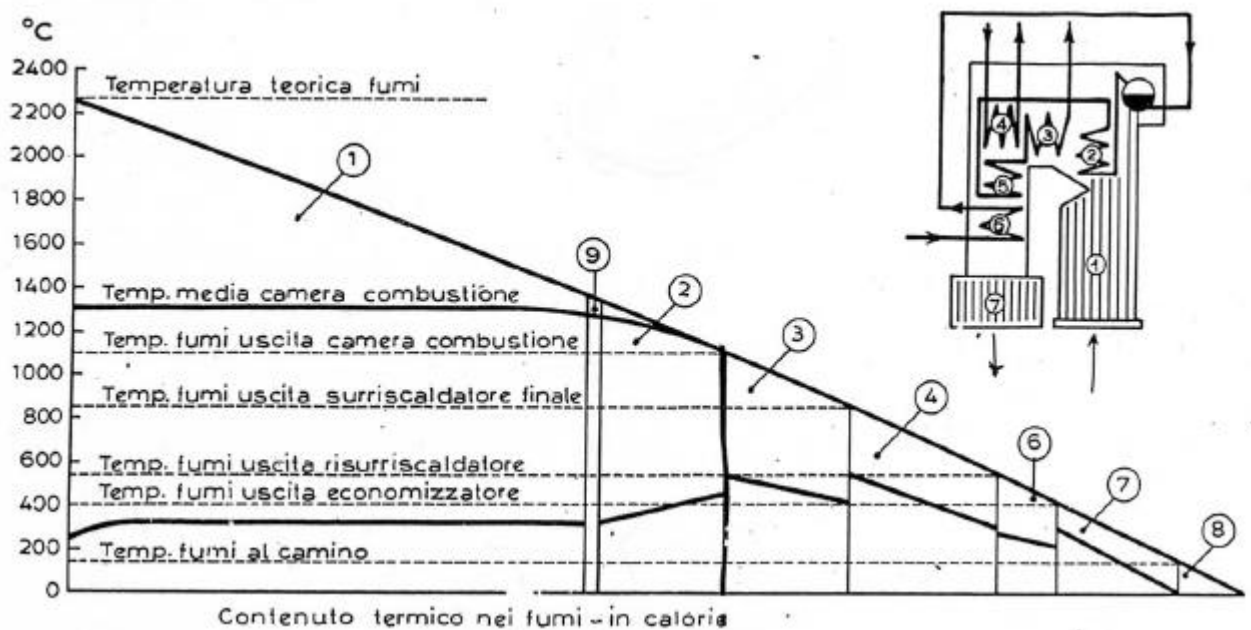


Figura 8.36. Tipico andamento delle temperature in un generatore di vapore di grande potenza (1. evaporatore; 2. surriscaldatore irradiato; 3. surriscaldatore finale; 4. ri-surriscaldatore a convezione; 6. economizzatore; 7. preriscaldatore d'aria; 8. perdite al camino; 9. perdite verso l'ambiente esterno).

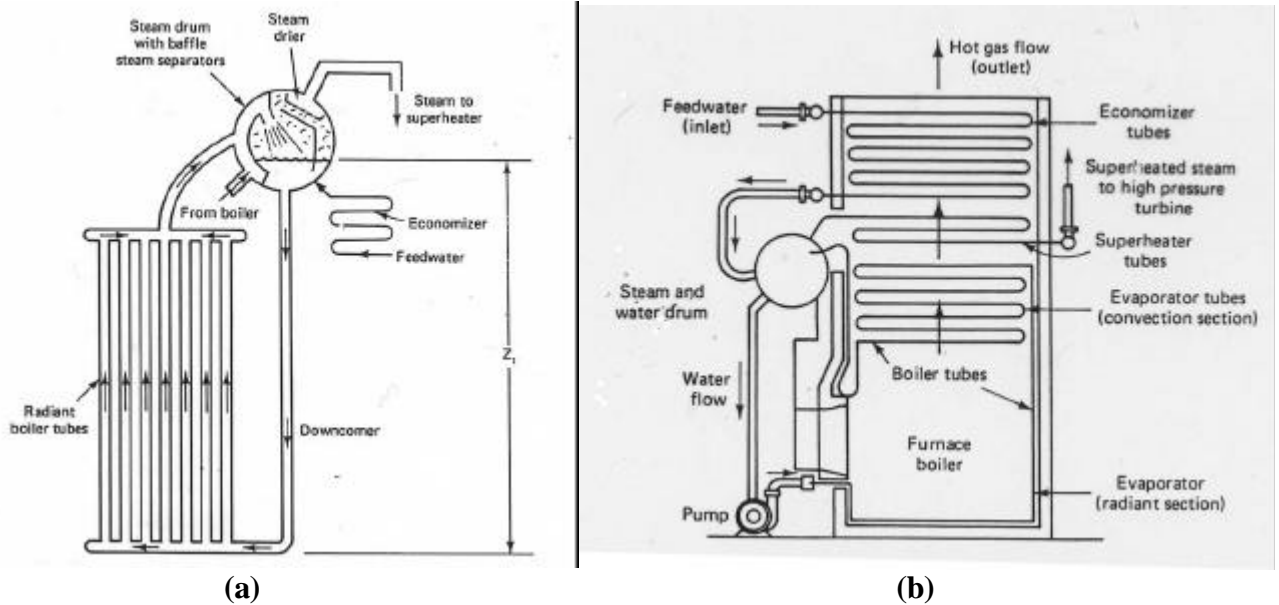


Figura 8.37. Evaporatore a circolazione naturale (a) e forzata (b).

Si fa notare come, qualunque sia la tipologia di evaporatore, ci sia una portata d'acqua sempre ricircolante. Questa modalità di funzionamento è completamente diversa da ciò che avviene nei generatori di vapore per impianti ipercritici, in cui il passaggio liquido – gas avviene in un unico passaggio. Negli impianti ipercritici tutto ciò che entra evapora.

Si introduce infine un ultimo parametro che mette insieme le caratteristiche del ciclo con quelle del generatore di vapore. Si definisce **consumo di combustibile** il seguente parametro:

$$\text{Consumo di Combustibile} = \frac{\text{Heat Rate}}{h_c \text{PCI}} \quad (8.53)$$

Il consumo di combustibile risulta quindi espresso in kg/kWh, e dice quanti chilogrammi di combustibile è necessario bruciare per produrre 1 kWh.

Bibliografia:

Macchine a fluido bifase, C. Casci, Ed. Masson Italia Editori
Macchine Termiche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino

CAPITOLO 9

TURBINE A VAPORE

9.1. Introduzione

La turbina a vapore è la macchina che, nel ciclo Rankine a vapore d'acqua, consente di convertire l'energia del vapore ad alta pressione e temperatura in lavoro utile all'albero. Questa trasformazione viene realizzata attraverso l'espansione del vapore in una serie di stadi. Ciascuno stadio è composto da condotti fissi realizzati nello statore e condotti mobili nel rotore, che hanno il compito di espandere il flusso, causando una forte accelerazione. Attraverso la variazione di quantità di moto del fluido tra l'ingresso e l'uscita dei condotti mobili, si genera una forza tangenziale che dà luogo alla coppia motrice all'albero.

Le turbine a vapore sono in generale macchine motrici a flusso assiale. Ciò significa che il flusso tra ingresso ed uscita della macchina si sviluppa parallelamente all'asse di rotazione. Un esempio è riportato in figura 9.1.

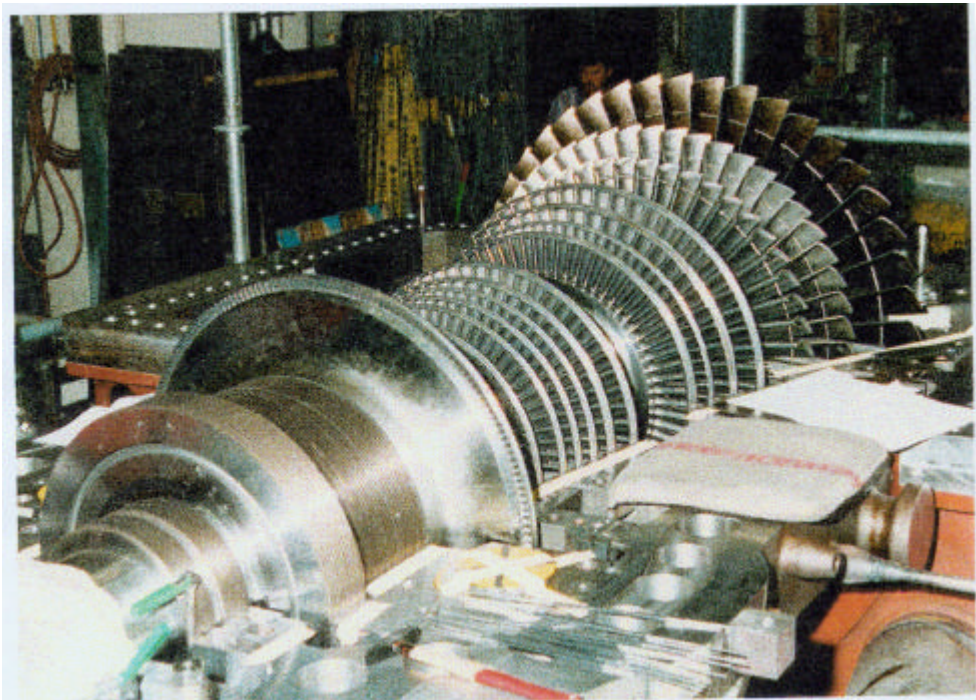


Figura 9.1. Rotore di una turbina a vapore.

Si ricorda che il lavoro scambiato tra fluido e macchina può essere calcolato attraverso le due forme dell'equazione dell'energia, qui richiamate:

$$L_e = h_{t2} - h_{t1} \quad (9.1)$$

$$L_e = -\int_1^2 v dp + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} - L_w \quad (9.2)$$

Si è visto inoltre come il lavoro reale sia maggiore della differenza tra lavoro ideale e lavoro perso, a causa del fenomeno del recupero, fenomeno che è tanto maggiore quanto più il rapporto di espansione è grande.

Applicando l'analisi monodimensionale del flusso in uno stadio, si è ricavato un legame tra il lavoro reale scambiato tra macchina e fluido e i triangoli delle velocità in ingresso ed uscita dal rotore, legame esplicitato dall'equazione del lavoro di Eulero:

$$L_{eu} = U(V_{1t} - V_{2t}) \quad (9.3)$$

Si ricorda infine che, per classificare gli stadi, si è introdotto il concetto di grado di reazione, definito come il rapporto tra il salto entalpico isentropico elaborato nel rotore e quello smaltito nell'intero stadio:

$$c = \frac{\Delta h_{s,rot}}{\Delta h_{s,stadio}} \quad (9.4)$$

Le prestazioni dello stadio possono poi essere valutate utilizzando due possibili definizioni di rendimento: il rendimento *total to total* e il rendimento *total to static*, la cui unica differenza consiste nel considerare o meno persa l'energia cinetica all'uscita dello stadio. E' possibile scrivere un'unica formulazione del rendimento, introducendo il coefficiente ϕ_E di recupero di energia cinetica:

$$h = \frac{L_{eu}}{h_{t1} - h_{2s} - f_E \frac{V_2^2}{2}} \quad (9.5)$$

Se ϕ_E risulta pari a 0, la (9.5) fornisce il rendimento *total to static*. Se viceversa $\phi_E = 1$, essa fornisce il rendimento *total to total*.

9.2. Architettura delle turbine a vapore

Esiste una grande varietà di turbine a vapore, che si differenziano soprattutto per la taglia, che può variare da 200 – 300 kW ad alcune centinaia di MW (300 – 600). Si ricorda che la potenza utile, cioè disponibile all'albero, vale:

$$P = \dot{m}\Delta h = h_t \dot{m} \Delta h_s \quad (9.6)$$

L'entità della potenza utile ottenibile da una turbina dipende sia dal salto entalpico smaltibile, sia dal valore della portata. Il salto entalpico a disposizione della macchina può variare considerevolmente a seconda della taglia e della tipologia dell'impianto in cui la turbina è inserita. Negli impianti termoelettrici convenzionali, dove la pressione di evaporazione può diventare supercritica e la temperatura di surriscaldamento sfiora i 600°C, i salti entalpici sono dell'ordine dei 1000 – 1500 kJ/kg. In altre applicazioni il vapore viene prodotto a pressione e temperatura moderate, come è il caso degli impianti cogenerativi (pressione dell'ordine delle decine di bar), destinati alla produzione di potenza elettrica e vapore per usi interni di un'industria. Valori intermedi e a più livelli si hanno negli impianti in ciclo combinato (8 – 60 – 140 bar) in cui, al posto della caldaia a combustione si utilizza una caldaia a recupero che sfrutta il calore contenuto nei gas di scarico di un impianto Turbogas (Capitolo 10). Esistono poi turbine dette a contropressione che espandono fino a un livello di pressione di 3-5 bar imposto dal successivo utilizzo del vapore, come negli impianti cogenerativi. Più comunemente l'espansione prosegue nel corpo di bassa pressione fino a valori molto bassi, corrispondenti alla pressione che si instaura nel condensatore (0.04 – 0.05 bar), a cui corrisponde una temperatura di 20 – 30°C.

Le turbine a vapore di grande potenza elaborano quindi elevati salti entalpici, che portano ad utilizzare macchine con un elevato numero di stadi, che può arrivare fino a 30 – 40; ciò implica ovviamente un grande sviluppo assiale della macchina.

Nelle sezioni di bassa pressione esiste un limite alla portata volumetrica elaborabile da una turbina, in quanto per ragioni di resistenza meccanica delle palettature, viene limitata la sezione di passaggio. Ricordiamo che la portata volumetrica è il prodotto tra la componente di velocità responsabile del trasporto di massa, in questo caso la componente assiale V_{ax} , e la sezione di passaggio, a sua volta esprimibile in funzione del diametro medio e dell'altezza di pala:

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = x V_{ax} \rho D_m \ell \quad (9.7)$$

avendo introdotto il coefficiente ξ , detto *coefficiente riduttivo della portata*, per tenere conto dell'effettiva sezione di passaggio, ridotta rispetto alla corona circolare a causa dell'ostruzione dovuta all'ingombro delle pale.

Parlando dei cicli a vapore si è detto come, lungo l'espansione, il volume specifico del vapore cambi enormemente. Esso può variare, come ordine di grandezza, da $0.02 \text{ m}^3/\text{kg}$ in alta pressione, fino a $50 \text{ m}^3/\text{kg}$ in bassa pressione. Questo naturalmente si riflette sulla conformazione delle sezioni di passaggio, avendo piccolissime portate volumetriche in alta pressione, ed enormi in bassa pressione.

Uno dei criteri progettuali usualmente adottati nello studio delle turbine a vapore, è quello di mantenere costante la componente assiale della velocità lungo la macchina, e supporre di compensare le variazioni di densità del fluido realizzando opportune variazioni di sezione. Se in più si suppone che il diametro medio della macchina resti costante, l'altezza di pala deve variare in modo considerevole lungo l'espansione. Ciò fa sì che gli stadi di alta pressione e quelli di bassa pressione presentino caratteristiche ben diverse, i primi perché in presenza di altezze di pala limitate, i secondi per il problema opposto. Nella realtà, nelle sezioni di alta / media pressione il diametro medio è generalmente costante, mentre nella bassa pressione, dove le portate volumetriche aumentano moltissimo, il diametro va aumentando per consentire sezioni di passaggio sempre più elevate.

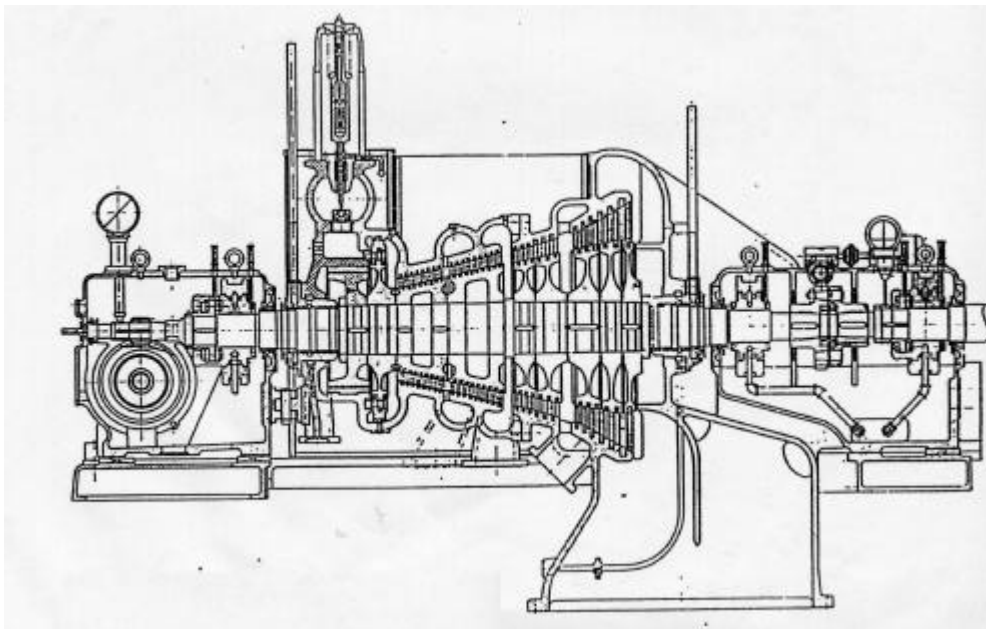


Figura 9.2. Schema di una turbina a vapore.

Per quanto riguarda la portata massima smaltibile da una turbina, è evidente come questa sia imposta dall'ultimo stadio della macchina, cioè quello ad avere la minima densità, e quindi la

massima altezza di pala. Fissate le condizioni di scarico della macchina, la sezione di passaggio all'uscita dell'ultimo stadio, e quindi della macchina, dovrà essere scelta compatibilmente con i vincoli costruttivi dettati dalla resistenza meccanica ammissibile. Ciò si traduce nello scegliere, fissato il regime di rotazione, il diametro medio e l'altezza di pala, nel rispetto dei suddetti vincoli. I limiti di resistenza meccanica impongono un limite massimo alla velocità periferica (600 m/s all'apice), all'altezza di pala e al rapporto tra altezza di pala e diametro medio ($(\ell/D_m)_{\max} = 0.25$).

Consideriamo una turbina di grande potenza. L'accoppiamento turbina – alternatore è, in questo caso, diretto, con la turbina che ruota a 3000 giri/min. Questa scelta è imposta dalla necessità di evitare, viste le potenze in gioco, la presenza di riduttori. Una soluzione che permette di aumentare le sezioni di passaggio, e quindi portata e potenza erogata, consiste nel realizzare la turbina su due alberi: uno di alta/media pressione che ruota a 3000 rpm, ed uno di bassa pressione, che ruota a 1500 rpm. In questo modo, nella zona di bassa pressione sarà possibile realizzare pale più alte, grazie alle minori velocità periferiche, e quindi aumentare la sezione di passaggio, con un conseguente aumento della portata smaltibile e della potenza erogata.

Nel caso di turbine di piccola taglia, dove le potenze in gioco sono tali da rendere accettabile la presenza di riduttori di velocità tra turbina e alternatore, il regime di rotazione della macchina può essere scelto seguendo criteri di ottimizzazione delle prestazioni, e quindi risulterà sicuramente maggiore.

Si fa infine notare che, in molti casi, il diametro medio non resta costante, ma aumenta anch'esso lungo l'espansione, come mostrato in figura 9.2. L'aumento della sezione di passaggio è in questo caso dovuto al contemporaneo aumento del diametro medio e dell'altezza di pala, quest'ultimo più limitato rispetto al caso precedente. E' tuttavia accettabile ritenere valida l'ipotesi di considerare costante il diametro medio nell'analisi del singolo stadio, supponendo di realizzare la variazione di diametro medio tra stadio e stadio.

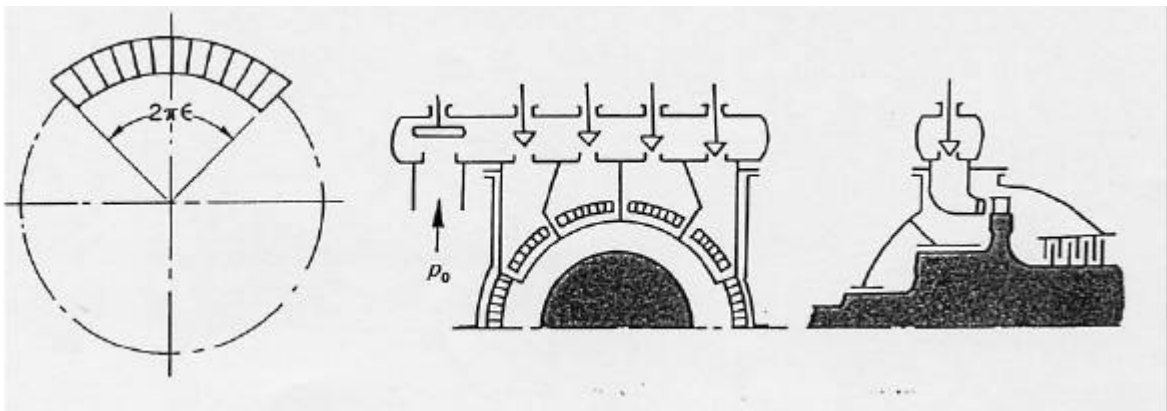


Figura 9.3. Parzializzazione.

9.2.1. Stadi di alta pressione e parzializzazione

Negli stadi di alta pressione le portate volumetriche sono sempre molto piccole (anche nelle macchine di grande taglia), in quanto il volume specifico è molto piccolo. Di conseguenza, le altezze di pala ℓ risultano eccessivamente piccole. Esiste un limite inferiore sull'altezza di pala, o meglio, sul rapporto tra altezza di pala e diametro medio $(\ell/D_m)_{\min}$, intorno a 0.02 - 0.025. Tale limite inferiore è dovuto al fatto che, se l'altezza di pala è troppo piccola, i giochi radiali, necessariamente presenti tra l'apice della pala e la cassa, diventano percentualmente rilevanti. Se ciò si verifica, il fluido tenderà a passare dove trova minor resistenza, e cioè prevalentemente attraverso i giochi, e non tra le pale, senza quindi compiere lavoro. Ciò comporta perdite elevate e una riduzione inaccettabile del rendimento.

La presenza di altezze di pala limitate si verifica sia negli impianti di piccola sia in quelli di grossa taglia. Un modo per superare questo problema consiste nell'utilizzo della "Parzializzazione". Con riferimento alla figura 9.3, la parzializzazione consiste nell'inviare il vapore solo su una porzione limitata di corona circolare. In queste condizioni, detto ϵ **grado di parzializzazione**, e cioè la frazione di corona circolare su cui viene immesso il vapore, la portata può essere così calcolata:

$$\dot{m} = \epsilon r V_{ax} \rho D_m^2 \frac{\ell}{D_m} e \quad (9.8)$$

Si vede quindi che, a parità di portata, viene ridotta la sezione di passaggio in senso circonferenziale, permettendo quindi di innalzare l'altezza di pala al di sopra dei vincoli.

La parzializzazione è spesso utilizzata, anche perché permette la regolazione dell'impianto. Se infatti varia la potenza richiesta, l'impianto a vapore si adegua cambiando la portata di vapore prodotta (le condizioni di pressione e temperatura del vapore rimangono costanti). Ma allora, per ridurre il carico, si riduce la portata prodotta. In teoria, non essendo variate le condizioni di produzione del vapore, né il regime di rotazione della macchina, ne risulta che l'altezza di pala non sarebbe più adeguata. Per limitare lo scostamento dalle condizioni di progetto, si suddivide la corona circolare di immissione alla turbina in più settori, ognuno alimentato separatamente. E' così possibile inviare il vapore su un numero via via crescente di settori, al crescere della portata richiesta, e quindi della potenza. In questo modo si otterrebbe però una regolazione a gradini. Per rendere più regolare la variazione del carico, su ogni linea di alimentazione del vapore al singolo settore viene interposta una valvola. La regolazione della portata è allora effettuata tramite parzializzazione con interposte laminazioni attraverso le valvole.

La presenza di altezze di pala limitate e della parzializzazione negli stadi di alta pressione vedremo che vincolerà il tipo di stadi da utilizzare in questa zona della macchina. La tipologia di stadi da usare dovrà infatti essere tale da garantire che il vapore in uscita dallo statore vada davvero a investire il singolo settore del rotore, senza disperdersi su tutta la circonferenza, vanificandone l'efficacia. Dall'altro lato dovrà essere in grado di elaborare un salto entalpico elevato, in modo da aumentare velocemente, al limite in un unico stadio, il volume specifico del vapore, permettendo quindi altezze di pala sufficientemente alte negli stadi successivi da non richiedere più parzializzazione. Ciò ha inoltre l'indubbio vantaggio di ridurre velocemente la temperatura e la pressione del vapore, con le ovvie conseguenze benefiche sulla resistenza dei materiali costituenti gli stadi successivi.

9.2.2. Stadi di bassa pressione

Consideriamo ancora l'equazione di conservazione della portata (9.8). Negli stadi di bassa pressione il volume specifico è molto elevato, e quindi la densità è molto bassa, rispetto alle condizioni in ingresso. Inoltre, piccole variazioni di pressione danno luogo a grandi variazioni di volume specifico. E' quindi necessario aumentare notevolmente la sezione di passaggio da uno stadio all'altro, e quindi l'altezza di pala può diventare molto alta.

Anche per gli stadi di bassa pressione esiste un limite, questa volta sulla massima altezza di pala ammissibile, e sul massimo rapporto tra altezza di pala e diametro medio ($\ell/D_m < 0.2 - 0.3$). Entrambi questi limiti sono però imposti dal raggiungimento delle massime sollecitazioni meccaniche sopportabili dai materiali costituenti la turbina, essendo la forza centrifuga la massima sollecitazione agente.

La massima portata smaltibile è infatti determinata, come si è detto in precedenza, dalla massima sezione di passaggio ammissibile. Un possibile modo per aumentare la portata smaltibile è quello di aumentare la componente assiale della velocità negli ultimi stadi, il che implica l'aumento delle perdite per energia cinetica allo scarico. Un modo più efficace per aumentare la portata oltre i limiti imposti dalle massime sollecitazioni è quello di suddividere la portata, una volta raggiunti detti

limiti, su più corpi di turbina, ottenendo una configurazione in parallelo, come rappresentato in figura 9.4.

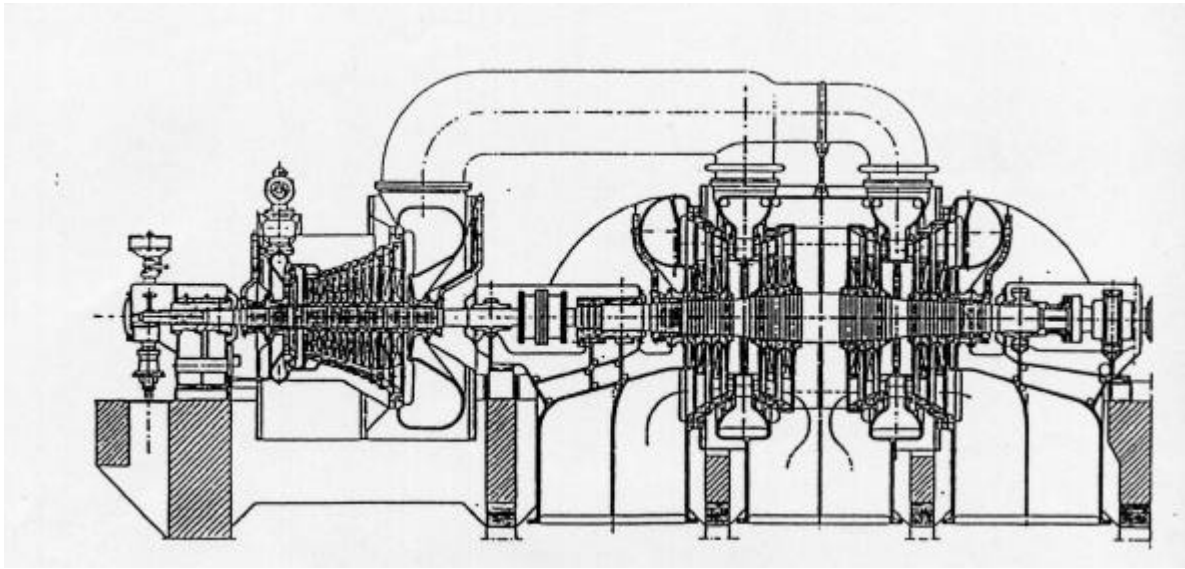


Figura 9.4. Suddivisione del vapore su più corpi di turbina di bassa pressione in parallelo.

Nell'esempio di figura 9.4, il vapore proveniente dalla turbina di alta pressione viene suddiviso in due flussi; ogni flusso alimenta due corpi di turbina di bassa pressione, calettati in contrapposizione sull'albero per ragioni di equilibratura delle forze. Ne risulta quindi un totale di quattro corpi di bassa pressione, con i relativi quattro scarichi (negli impianti nucleari si può arrivare fino a 6-8 flussi, con ogni flusso che fornisce fino a 100 – 200 MW).

La presenza di altezze di pala elevate nella zona di bassa pressione fa sì che in questa zona della macchina l'approccio monodimensionale non sia più applicabile, nel senso che non è più pensabile che ciò che avviene in corrispondenza del diametro medio della macchina sia rappresentativo del comportamento dello stadio. Basti infatti pensare che, proprio a causa dell'elevata altezza di pala, la velocità periferica varia notevolmente in direzione radiale tra mozzo e cassa. Ciò porta, come vedremo, ad avere triangoli delle velocità diversi a seconda che questi vengano valutati in differenti sezioni radiali della palettatura, ad esempio alla base, in mezzeria o all'apice. Nel caso degli stadi di bassa pressione sarà allora necessario tenere in considerazione la natura tridimensionale della geometria e del flusso sia per la progettazione sia per la verifica delle prestazioni degli stadi.

Da quanto visto è chiaro che stadi di bassa pressione e stadi di alta pressione hanno caratteristiche ben diverse. Nei paragrafi che seguono verranno trattate le diverse tipologie di stadi, partendo da quelli ad **azione**, cioè caratterizzati da un grado di reazione pari a 0. Verranno quindi analizzati degli stadi particolari ad azione, e cioè quelli a salti multipli di velocità (**Stadio Curtiss**) e di pressione (**Stadio Rateau**), per poi passare agli stadi a **reazione**, cioè per cui il grado di reazione è maggiore di zero. In ogni caso verrà dapprima affrontato il caso ideale, cioè in assenza di perdite, per poi passare a quello reale. L'approccio utilizzato è quello monodimensionale, per cui la conoscenza dei triangoli di velocità a cavallo del rotore in corrispondenza del diametro medio consente di valutare le prestazioni dello stadio, in termini di lavoro smaltito e di rendimento. Per quanto riguarda quest'ultimo parametro, verrà utilizzato un rendimento total to static che considera l'energia cinetica allo scarico una perdita.

Infine, trattandosi di macchine assiali, avendo a che fare con il singolo stadio, il diametro medio della macchina verrà supposto costante ($D_{1m} = D_{2m}$), risultando quindi costante anche la velocità periferica ($U_1 = U_2 = U$). Si ricorda infine che con 0 viene indicata la sezione di ingresso allo statore, con 1 quella di uscita dallo statore e di ingresso al rotore, mentre con 2 la sezione di uscita

dal rotore. Per quanto poi riguarda la convenzione sul segno degli angoli, questi verranno calcolati rispetto alla direzione tangenziale, con origine coincidente con la direzione della velocità periferica.

9.3. Stadi ad azione

Si tratta di stadi in cui il salto entalpico, in condizioni ideali, è unicamente elaborato nello statore, essendo il grado di reazione nullo:

$$\boxed{c = 0 \rightarrow \Delta h_{s,rot} = 0 \rightarrow h_{1s} = h_{2s}} \quad (9.9)$$

Consideriamo inizialmente il **caso ideale**, e vediamo di ricavare i triangoli delle velocità. Con riferimento alla trasformazione riportata in figura 9.5, si vede che l'espansione avviene unicamente nello statore, mentre nel rotore la pressione resta costante. Il salto entalpico nello statore quindi eguaglia il salto entalpico totale smaltito dallo stadio:

$$\boxed{\Delta h_{s,stadio} = \Delta h_{s,st} = h_0 - h_{1s}} \quad (9.10)$$

Ma nello statore si conserva l'entalpia totale:

$$h_{t0} = h_0 + \frac{V_0^2}{2} = h_{t,1s} = h_{1s} + \frac{V_{1s}^2}{2} \quad (9.11)$$

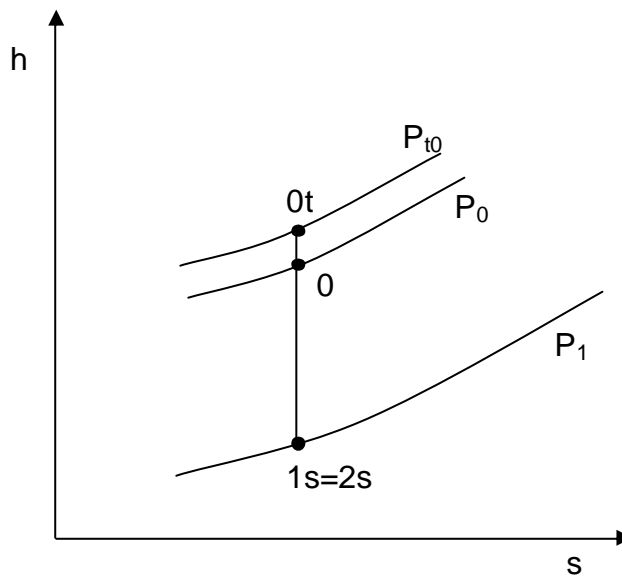


Figura 9.5. Trasformazione isentropica in uno stadio ad azione.

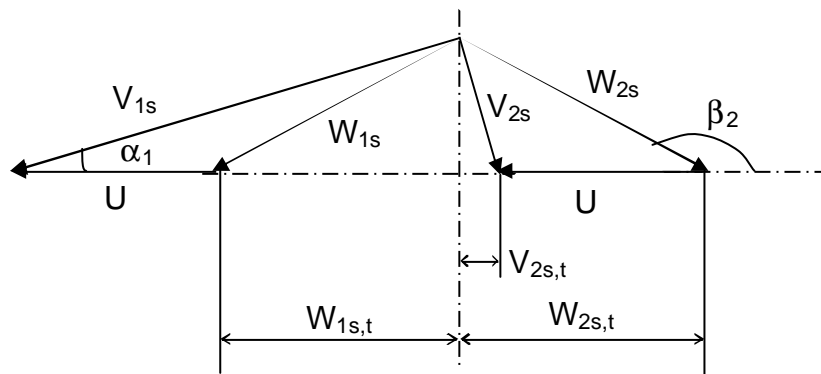


Figura 9.6. Triangoli delle velocità in uno stadio ad azione ideale con rotore a pale simmetriche.

E' quindi possibile legare la velocità assoluta con cui il vapore lascia lo statore in condizioni isentropiche V_{1s} con il salto entalpico elaborato dallo stadio:

$$\boxed{V_{1s} = \sqrt{2\Delta h_{s, stadio} + V_0^2}} \quad (9.12)$$

Nel caso in cui la velocità in ingresso allo statore V_0 sia trascurabile rispetto alla velocità in uscita, la relazione precedente si semplifica:

$$V_{1s} = \sqrt{2\Delta h_{s, stadio}} \quad (9.13)$$

Se poi si suppone di conoscere la velocità periferica U , è possibile calcolare il triangolo di velocità in ingresso al rotore, a patto di conoscere l'angolo di uscita delle pale dello statore α_1 . Con riferimento alla figura 9.6 si ottiene infatti:

$$W_{1s,t} = W_{1s} \cos b_{1s} = V_{1s,t} - U = V_{1s} \cos \alpha_1 - U \quad (9.14)$$

$$W_{1s,ax} = V_{1s,ax} \quad (9.15)$$

L'angolo di uscita dallo statore α_1 è molto piccolo, dell'ordine dei $15^\circ - 20^\circ$. L'accelerazione del flusso all'interno dello statore può essere molto alta, e dipende dal salto entalpico che si vuole elaborare, come esplicitato dall'equazione (9.12). Nel caso di smaltimento di grandi salti entalpici, la velocità di scarico del flusso dallo statore tende ad aumentare considerevolmente, diventando anche supersonica.

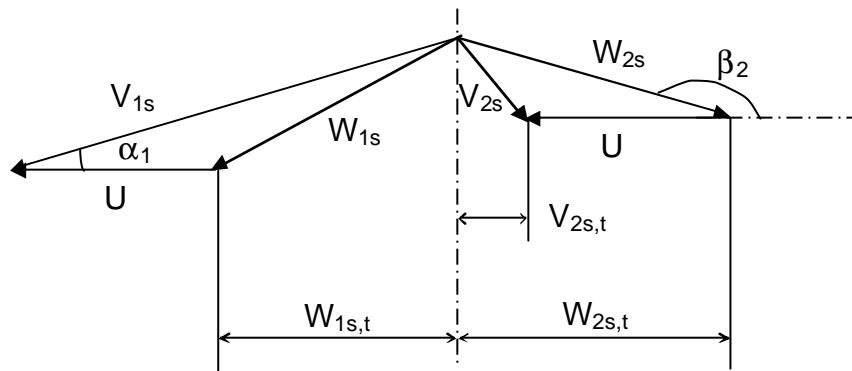


Figura 9.7. Triangoli delle velocità in uno stadio ad azione ideale con rotore a pale asimmetriche.

Per tracciare il triangolo di velocità all'uscita del rotore basta ricordare che, nel rotore, si conserva l'entalpia totale relativa:

$$h_{tr,1s} = h_{1s} + \frac{W_{1s}^2}{2} - \frac{U^2}{2} = h_{tr,2s} = h_{2s} + \frac{W_{2s}^2}{2} - \frac{U^2}{2} \quad (9.16)$$

Ma trattandosi di uno stadio ad azione ($h_{1s} = h_{2s}$ per la (9.9)) assiale ($U = \text{cost}$), la relazione precedente porta alla seguente uguaglianza:

$$\boxed{|W_{1s}| = |W_{2s}|} \quad (9.17)$$

che dice che le velocità relative in ingresso e uscita dal rotore hanno uguale modulo. Ovviamente non avranno uguale direzione, perché altrimenti non ci sarebbe variazione di quantità di moto e quindi lavoro scambiato.

L'eguaglianza dei moduli delle velocità relative può essere ottenuta con due tipi di palettature rotoriche: *simmetriche* (figura 9.6) e *asimmetriche* (figura 9.7). Nel primo caso, l'angolo di uscita del flusso relativo dal rotore β_2 risulta:

$$\boxed{b_2 = 180^\circ - b_1} \quad (9.18)$$

e il triangolo di velocità in uscita si ottiene semplicemente ribaltando, rispetto alla direzione assiale, il vettore W_1 , sommandogli vettorialmente U per calcolare V_{2s} , così come riportato schematicamente in figura 9.6:

$$V_{2s,t} = V_{2s} \cos a_2 = W_{2s,t} + U = W_{2s} \cos b_2 + U = U - W_{1s} \cos b_1 \quad (9.19)$$

$$V_{2s,ax} = W_{2s,ax} \quad (9.20)$$

Nel caso di palettatura asimmetrica, la componente assiale della velocità non si conserva a cavallo del rotore, ma diminuisce, così come mostrato in figura 9.7. Il triangolo di velocità all'uscita del rotore viene ricavato ruotando il vettore W_1 intorno al vertice del triangolo fino ad ottenere l'angolo di uscita delle pale β_2 . La velocità assoluta di uscita dal rotore si ottiene ancora componendo vettorialmente velocità relativa e periferica. Il fatto che la componente assiale della velocità diminuisca a cavallo del rotore fa sì che la sezione di passaggio deve aumentare. L'altezza di pala quindi aumenta nello statore per compensare le variazioni di densità, il che avviene anche nel caso di rotore a pale simmetriche, ma nel caso di pale asimmetriche aumenta anche nel rotore, per compensare la diminuzione di velocità assiale.

Si fa infine notare come, in entrambi i casi, il fluido subisca, nell'attraversamento del rotore, elevate deflessioni, essendo l'angolo di deflessione $\Delta\beta$ così definito:

$$\Delta b = b_2 - b_1 \quad (9.21)$$

Vedremo che, maggiori sono le deflessioni che il fluido subisce, maggiori sono le perdite. Quindi questo lascia presagire che gli stadi ad azione presenteranno, nella realtà, perdite piuttosto elevate.

La palettatura asimmetrica, grazie alla riduzione della componente assiale della V_2 , consente di ridurre l'energia cinetica di scarico e quindi la perdita relativa.

Per passare a definire i triangoli di velocità nel **caso reale**, si introduce un **coefficiente riduttivo della velocità nello statore j** così definito:

$$j = \frac{V_1}{V_{1s}} \quad (9.22)$$

Esso è semplicemente il rapporto tra la velocità assoluta in uscita dallo statore in condizioni reali e quella in condizioni ideali. Il coefficiente ϕ tiene conto delle perdite che il fluido subisce nell'attraversamento dello statore. La trasformazione che il fluido subisce nello statore è tracciata in figura 9.8. A parità di rapporto di espansione, il fluido esce dallo statore al punto 1, caratterizzato da un'entropia maggiore rispetto al punto d'ingresso. La differenza di entalpia connessa alle dissipazioni nello statore vale:

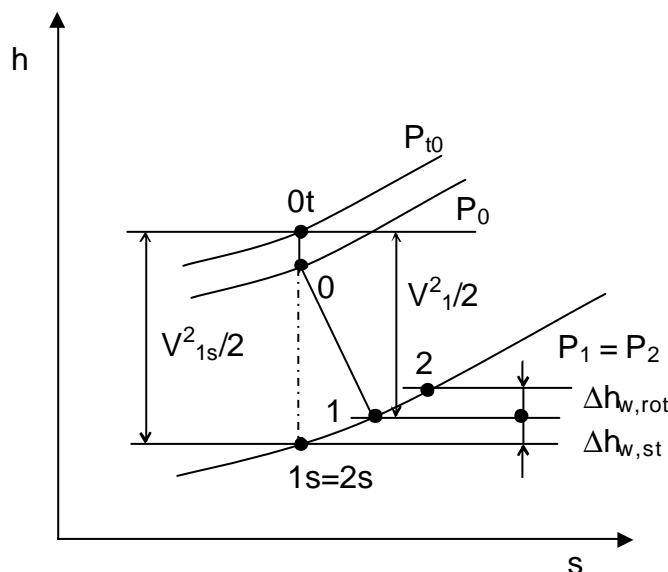


Figura 9.8. Trasformazione reale in uno stadio ad azione.

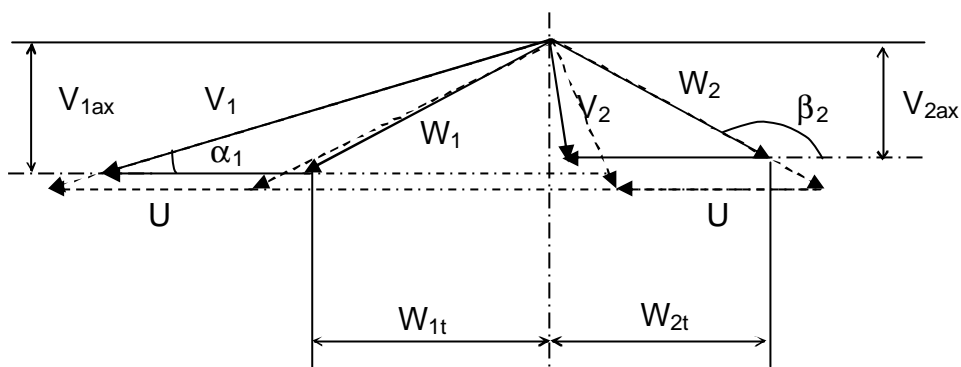


Figura 9.9. Triangoli delle velocità in uno stadio ad azione reale con rotore a pale simmetriche (è inoltre tratteggiato il triangolo nel caso ideale).

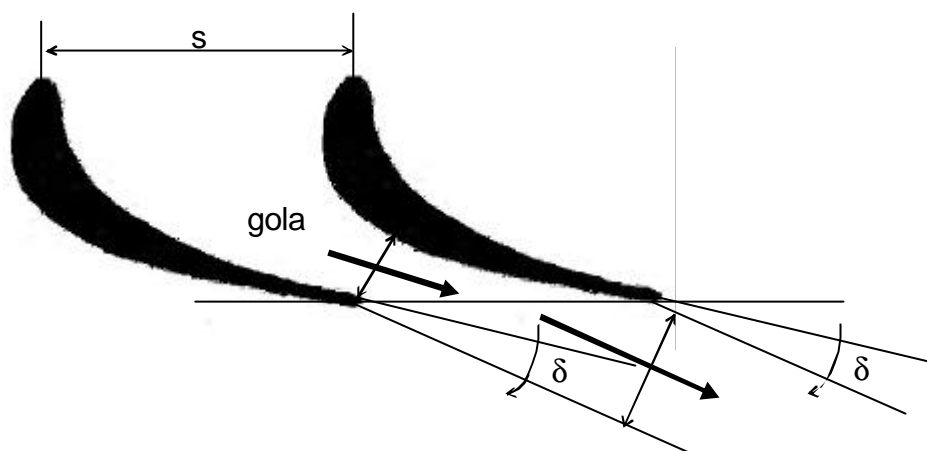


Figura 9.10. Deviazione del flusso a valle dello statore.

$$\Delta h_{w,st} = h_1 - h_{1s} = \frac{V_{1s}^2 - V_1^2}{2} = \frac{V_{1s}^2}{2} (1 - j^2) \quad (9.23)$$

Supponendo, come abbiamo finora fatto, che il fluido segua perfettamente l'angolo imposto dalle superfici palari, l'angolo α_1 non cambia rispetto al caso ideale. Il triangolo di velocità in ingresso al rotore (figura 9.9) si modifica per la riduzione della velocità assoluta V_1 ; conseguentemente, la velocità relativa diminuisce ($W_1 < W_{1s}$), e l'angolo del flusso relativo in ingresso al rotore aumenta ($\beta_1 > \beta_{1s}$). Anche la componente assiale della velocità si riduce rispetto al caso ideale.

Come si è detto, la velocità assoluta all'uscita dello statore può essere supersonica: per numeri di Mach dell'ordine di 1.4 si utilizzano condotti convergenti. Nella palettatura convergente il flusso accelera fino alla sezione di gola (sezione minima di figura 9.10), dove raggiunge le condizioni soniche (numero di Mach = 1 e pressione critica). L'aumento di sezione necessario per l'ulteriore espansione ed accelerazione (fino a Mach = 1.4) è ottenuto grazie alla rotazione del flusso verso la direzione assiale di un angolo δ (detto angolo di deviazione per la post-espansione a valle della gola). Per numeri di Mach maggiori di 1.4 si passa a configurazioni palari che realizzano condotti convergenti - divergenti.

Anche nel caso in cui la velocità assoluta V_1 sia supersonica, la velocità relativa W_1 rimane in generale subsonica ($M_{W1} < 0.8 - 0.85$), onde evitare che si generino onde d'urto nei canali palari rotorici, che comporterebbero l'aumento delle perdite e un calo del rendimento.

Analogamente nel rotore, per tenere conto delle perdite legate alla deflessione del flusso, si introduce un *coefficiente riduttivo della velocità nel rotore* y , così definito:

$$\boxed{y = \frac{W_2}{W_{2s}} = \frac{W_2}{W_1}} \quad (9.24)$$

anch'esso rapporto tra velocità relativa all'uscita del rotore reale e ideale.

La pressione a cavallo del rotore non cambia, resta costante, e quindi il punto di fine espansione reale 2 si troverà sullo stesso livello di pressione del punto 1, ma ad entropia maggiore, come mostrato in figura 9.8. La differenza di entalpia nell'attraversamento del solo rotore vale:

$$\boxed{\Delta h_{w,rot} = h_2 - h_{2s} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} = \frac{W_1^2}{2}(1 - y^2)} \quad (9.25)$$

Il flusso relativo in uscita dal rotore sarà allora dotato di una velocità $W_2 < W_1$, inclinata di un angolo β_2 rispetto alla direzione tangenziale, angolo imposto dalla superficie palare. Si noti che, nel caso reale, la componente assiale della velocità non è più costante, nemmeno nel caso di palettatura simmetrica, ma diminuisce. Tuttavia, tale diminuzione è limitata, e quindi l'altezza di pala, nei rotori a pale simmetriche, resta in pratica costante.

9.3.1. Prestazioni degli stadi ad azione

Si consideri uno stadio ad azione **ideale**, a **pale simmetriche**. Non essendo presenti dissipazioni viscosse, l'unica perdita è l'energia cinetica allo scarico dello stadio. Il lavoro scambiato tra fluido e macchina è pari al lavoro di Eulero, fornito dalla (9.3). Considerando il triangolo delle velocità di figura 9.6, si vede come:

$$V_{2s,t} = V_{2s} \cos a_{2s} = W_{2s} \cos b_2 + U = U - W_{1s} \cos b_{1s} \quad (9.26)$$

Inoltre, sempre dai triangoli delle velocità, si ha:

$$W_{1s} \cos b_{1s} = V_{1s} \cos a_1 - U \quad (9.27)$$

Sostituendo nell'equazione (9.3) si ricava:

$$L_{eu} = U(V_{1s} \cos a_1 - V_{2s} \cos a_{2s}) = U(V_{1s} \cos a_1 + V_{1s} \cos a_1 - U - U) \quad (9.28)$$

da cui infine si ottiene:

$$\boxed{L_{eu} = 2U(V_{1s} \cos a_1 - U)} \quad (9.29)$$

Il rendimento total to static non è altro che il rapporto tra il lavoro di Eulero, pari alla variazione di entalpia totale a cavallo dello stadio, e il lavoro ideale, calcolato al netto dell'energia cinetica allo scarico:

$$h = \frac{L_{eu}}{V_{1s}^2/2} = \frac{4U(V_{1s} \cos a_1 - U)}{V_{1s}^2} = 4 \frac{U}{V_{1s}} \left(\cos a_1 - \frac{U}{V_{1s}} \right) \quad (9.30)$$

Ricordando la definizione di **coefficiente di velocità periferica** K_p introdotta per le turbine idrauliche (equazione (6.11)) e qui riscritta per le turbine a vapore, assunta trascurabile l'energia cinetica in ingresso allo stadio:

$$\boxed{K_p = \frac{U}{\sqrt{2\Delta h_{s,stadio}}} = \frac{U}{V_{1s}}} \quad (9.31)$$

l'espressione del rendimento diventa:

$$\boxed{h = 4K_p(\cos a_1 - K_p)} \quad (9.32)$$

Come si osserva dalla figura 9.11, il rendimento ha un andamento parabolico in funzione del K_p . In analogia a quanto fatto per le turbine idrauliche, la condizione di ottimo rendimento viene definita

effettuando la derivata dell'espressione del rendimento (9.32) rispetto a K_p , fissato l'angolo α_1 costante:

$$\frac{\partial h}{\partial K_p} = 0 \quad (9.33)$$

Sviluppando i conti si ricava che il K_p ottimo vale:

$$K_{p,ottimo} = \frac{\cos a_1}{2} \quad (9.34)$$

condizione in cui il rendimento è massimo e vale:

$$h_{max} = \cos^2 a_1 \quad (9.35)$$

La condizione di ottimo rendimento è quella che minimizza l'energia cinetica persa allo scarico. Tale condizione è realizzata quando la velocità assoluta V_2 all'uscita del rotore è assiale. La figura 9.12 riporta il triangolo delle velocità in condizioni di ottimo rendimento, sempre per il caso ideale. E' poi possibile calcolare anche il massimo lavoro ottenibile:

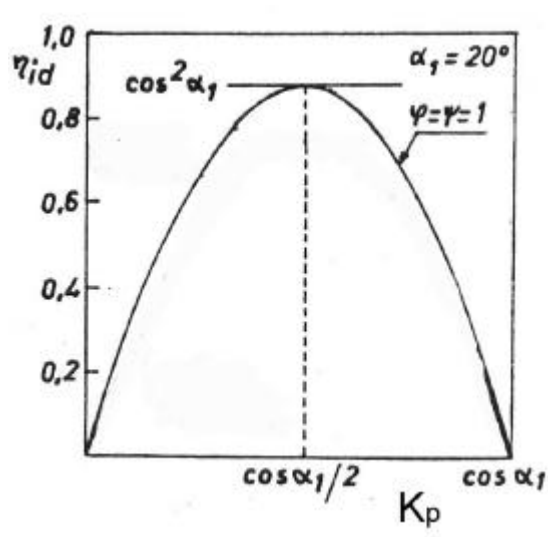


Figura 9.11. Andamento del rendimento di uno stadio ad azione ideale a pale simmetriche.

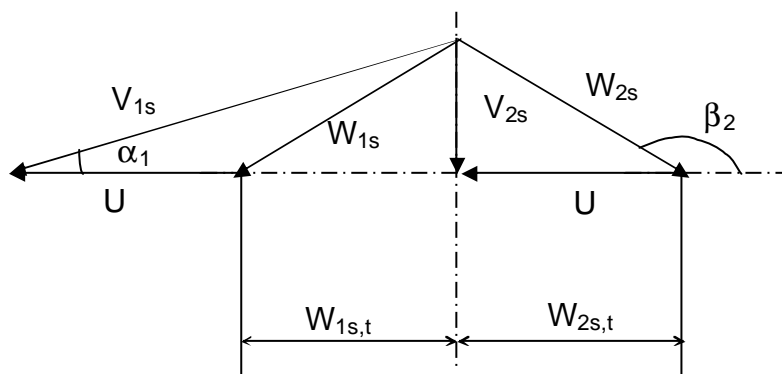


Figura 9.12. Triangoli delle velocità in uno stadio ad azione ideale con rotore a pale simmetriche, operante in condizioni di massimo rendimento.

$$L_{\max} = 2U^2 \quad (9.36)$$

Il massimo lavoro che il fluido può scambiare con la macchina è unicamente funzione della velocità periferica. Si ricorda che la velocità periferica è limitata dalle massime sollecitazioni indotte dalle forze centrifughe sopportabili dai materiali costituenti le pale, quindi il massimo lavoro è limitato dalle massime sollecitazioni ammissibili.

Dall'esame della figura 9.11 si osserva come, in accordo a quanto visto, η sia nullo per $K_p = 0$ e per $K_p = \cos\alpha_1$, e presenti un massimo in corrispondenza di $\cos\alpha_1/2$. E' quindi evidente che il valore assunto dall'angolo assoluto di uscita del flusso dallo statore α_1 influenza le prestazioni dello stadio. In particolare, una riduzione di α_1 comporta un aumento del rendimento e una riduzione della componente assiale della velocità, con conseguenze benefiche sull'altezza di pala. D'altra parte però, esso comporta un aumento del K_p ottimo, il che implica, a parità di velocità periferica, e quindi di sollecitazioni, una riduzione della velocità assoluta all'uscita dello statore V_{1s} , e quindi del salto entalpico smaltito.

Un compressore tra questi aspetti porta ad avere valori limitati di α_1 , che si assestano in generale intorno ai 15° .

Nel caso di palettatura asimmetrica, la condizione di ottimo rendimento corrisponde ancora ad avere componente tangenziale della velocità assoluta all'uscita del rotore nulla ($V_{2s,t} = 0$), condizione a cui fa riferimento il triangolo delle velocità riportato in figura 9.13. E' evidente come l'angolo del flusso relativo in uscita dal rotore sia maggiore rispetto al caso di pale simmetriche, essendo ora $\beta_2 > 180^\circ - \beta_1$. Si ricorda inoltre che la componente assiale della velocità diminuisce a cavallo del rotore. Definendo K il rapporto tra queste velocità assiali:

$$K = \frac{V_{2s,ax}}{V_{1s,ax}} \quad (9.37)$$

e procedendo in maniera analoga a quanto fatto per il rotore a pale simmetriche, si ricava che la condizione di ottimo rendimento corrisponde al seguente valore del K_p :

$$K_{p,ottimo} = \frac{\cos a_1}{2} [1 + (1 - K^2) \operatorname{tg}^2 a_1] \quad (9.38)$$

mentre il massimo rendimento vale:

$$h_{\max} = 1 - K^2 \operatorname{sen}^2 a_1 \quad (9.39)$$

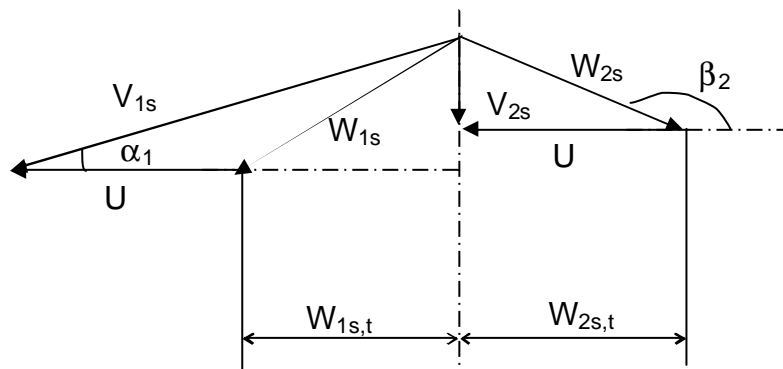


Figura 9.13. Triangoli delle velocità in uno stadio ad azione ideale con rotore a pale asimmetriche, operante in condizioni di massimo rendimento.

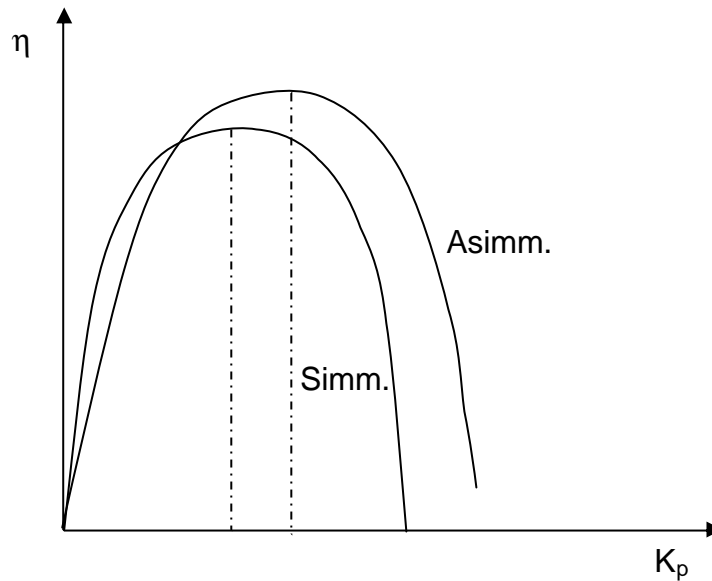


Figura 9.14. Confronto tra gli andamenti del rendimento per uno stadio ad azione ideale a pale simmetriche e asimmetriche.

La figura 9.14 confronta gli andamenti del rendimento nei due casi analizzati di rotore simmetrico e asimmetrico, da cui è evidente come il rendimento sia maggiore per il caso asimmetrico, grazie alla minore energia cinetica persa allo scarico dovuta alla minore componente assiale della velocità. La minore componente assiale della velocità inoltre permette altezze di pala maggiori all'uscita del rotore, mentre la condizione di ottimo rendimento si sposta verso valori maggiori di K_p , riducendo il salto entalpico smaltito, a parità di velocità periferica U .

Passando al **caso reale**, e considerando il rotore a pale simmetriche, con riferimento al triangolo delle velocità tracciato in figura 9.9, il lavoro di Eulero vale, tenuto conto dei coefficienti riduttivi della velocità nello statore φ e nel rotore ψ :

$$\begin{aligned}
 L_{eu} &= U(V_1 \cos a_1 - V_2 \cos a_2) = U(j V_{1s} \cos a_1 - W_2 \cos b_2 - U) = \\
 &= U(j V_{1s} \cos a_1 + y W_1 \cos b_1 - U) = U(j V_{1s} \cos a_1 + y(V_1 \cos a_1 - U) - U)
 \end{aligned}
 \tag{9.40}$$

Introducendo infine nuovamente il coefficiente φ si ottiene:

$$\boxed{L_{eu} = U(1+y)(j V_{1s} \cos a_1 - U)}
 \tag{9.41}$$

Il rendimento diventa, essendo il denominatore uguale al caso ideale:

$$\boxed{h = \frac{2L_{eu}}{V_{1s}^2} = 2K_p(1+y)(j \cos a_1 - K_p)}
 \tag{9.42}$$

Anche nel caso reale il legame tra rendimento e K_p è di tipo parabolico, come mostrato in figura 9.15. Procedendo in maniera identica a quanto fatto nel caso ideale, si ricava la condizione di ottimo rendimento, a cui corrisponde un K_p ottimo e un valore massimo del rendimento e del lavoro pari rispettivamente a:

$$\boxed{K_{p,ottimo} = j \frac{\cos a_1}{2}}
 \tag{9.43}$$

$$\boxed{h_{max} = j^2(1+y) \frac{\cos^2 a_1}{2}}
 \tag{9.44}$$

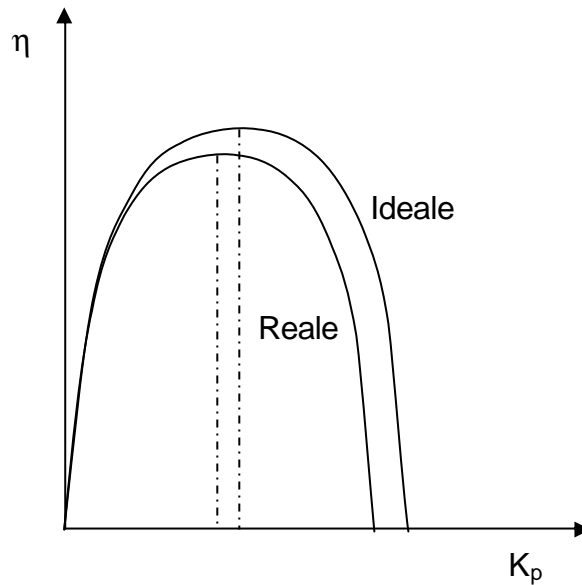


Figura 9.15. Confronto tra gli andamenti del rendimento per uno stadio ad azione ideale e reale a pale simmetriche.

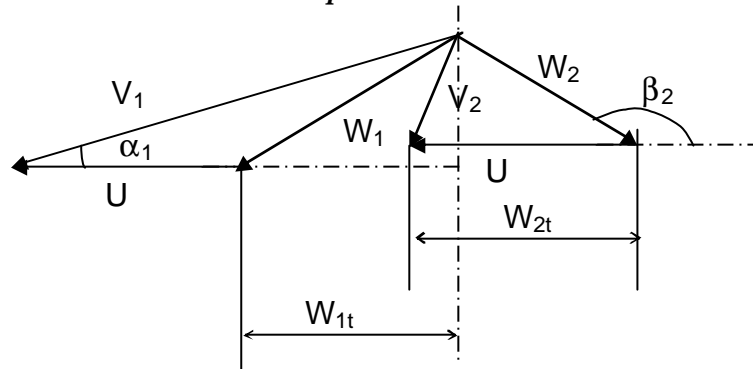


Figura 9.16. Triangoli delle velocità in uno stadio ad azione reale con rotore a pale simmetriche, operante in condizioni di massimo rendimento.

$$L_{eu,max} = (1+y)U^2 \quad (9.45)$$

Dalla figura 9.15 si nota come, ovviamente, il rendimento sia minore nel caso reale; inoltre, nelle condizioni di ottimo rendimento, la componente tangenziale della velocità assoluta all'uscita del rotore non è nulla ($V_{2t} \neq 0$), come mostrato dal triangolo delle velocità riportato in figura 9.16. Nel caso reale, l'energia cinetica allo scarico non è più l'unica perdita considerata, ma diventano significative anche quelle nello statore, di cui si tiene conto attraverso il coefficiente ϕ , e quelle nel rotore, rappresentate dal coefficiente ψ . I coefficienti di perdita nelle palettature statoriche e rotoriche dipendono da molti fattori fluidodinamici e dalla geometria della palettatura. Con un approccio semplificato si vede che il parametro determinante è la deflessione del flusso nel canale palare. Nello statore la deflessione $\Delta\alpha$ è in generale dell'ordine dei $60^\circ - 70^\circ$, e quindi si ha un coefficiente ϕ che presenta valori piuttosto elevati, dell'ordine di $0.94 - 0.95$. Le perdite nel rotore sono tipicamente di maggiore entità, subendo il flusso una deflessione $\Delta\beta$ maggiore. Esistono correlazioni semplificate di origine empirica che consentono di valutarlo. Una correlazione spesso utilizzata è quella di Soderberg:

$$y = 0.99 - \frac{2.28\Delta b}{10^4} - \frac{4.97}{180 - \Delta b} \quad (9.46)$$

in cui $\Delta\beta$ va espresso in gradi. Valori tipici del coefficiente ψ sono dell'ordine di 0.85 - 0.9. Infine, il massimo salto entalpico smaltibile in uno stadio risulta limitato; infatti, ricordando che in condizioni di ottimo rendimento $K_{p,ottimo} = \frac{U}{V_{1s}} = \frac{\cos \alpha_1}{2}$, si ricava:

$$\Delta h_{s,max} = \frac{V_{1s}^2}{2} = \frac{2U^2}{\cos^2 \alpha_1} \quad (9.47)$$

Si nota quindi come il salto entalpico di uno stadio ad azione sia fissato praticamente dal valore della velocità periferica U , in quanto α_1 può variare molto poco. Il valore della velocità periferica U solitamente è assunto pari alla massima velocità periferica ammissibile per gli sforzi centrifughi. Se si volesse aumentare il salto entalpico smaltibile dallo stadio, l'unica possibilità sarebbe quella di realizzare un rapporto $U/V_1 \ll (U/V_1)_{ottimo}$, e cioè quella di allontanarsi dalla soluzione di massimo rendimento.

Il salto entalpico smaltibile può poi essere aumentato anche passando ad una configurazione multistadio. Esistono due tipologie di turbine ad azione multi- stadio: la turbina ad azione a salti multipli di velocità, detta **Curtis**, e quella a salti multipli di pressione, detta **Rateau**.

9.4. Stadio Curtis

La "Ruota Curtis", detta anche "a salti di velocità", è uno stadio ad azione con due statori e due rotor (figura 9.18), in cui il salto entalpico è elaborato unicamente nello statore. L'elevata energia cinetica $V_1^2/2$ che si ha allo scarico del primo statore viene trasformata in lavoro nei due rotor. Tra questi due rotor è interposta una palettatura statorica, detta raddrizzatore, in cui si ha solo variazione di quantità di moto tra ingresso ed uscita, senza ulteriore espansione del fluido. La pressione quindi resta costante su tutti i rotor e i raddrizzatori interposti, come mostrato dalla trasformazione rappresentata in figura 9.17. La figura 9.18 riporta la geometria del piano meridiano e di quello intrapalare per uno stadio Curtis con due rotor e un raddrizzatore.

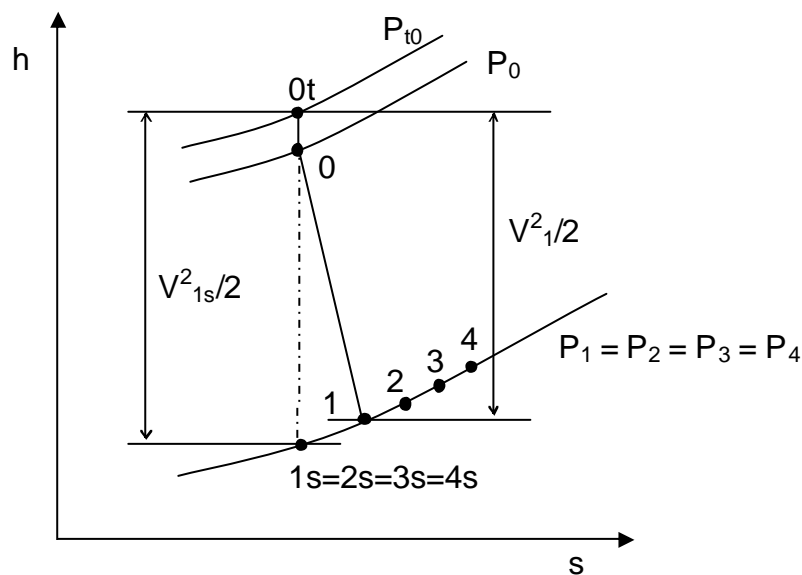


Figura 9.17. Trasformazione ideale e reale in uno stadio Curtis.

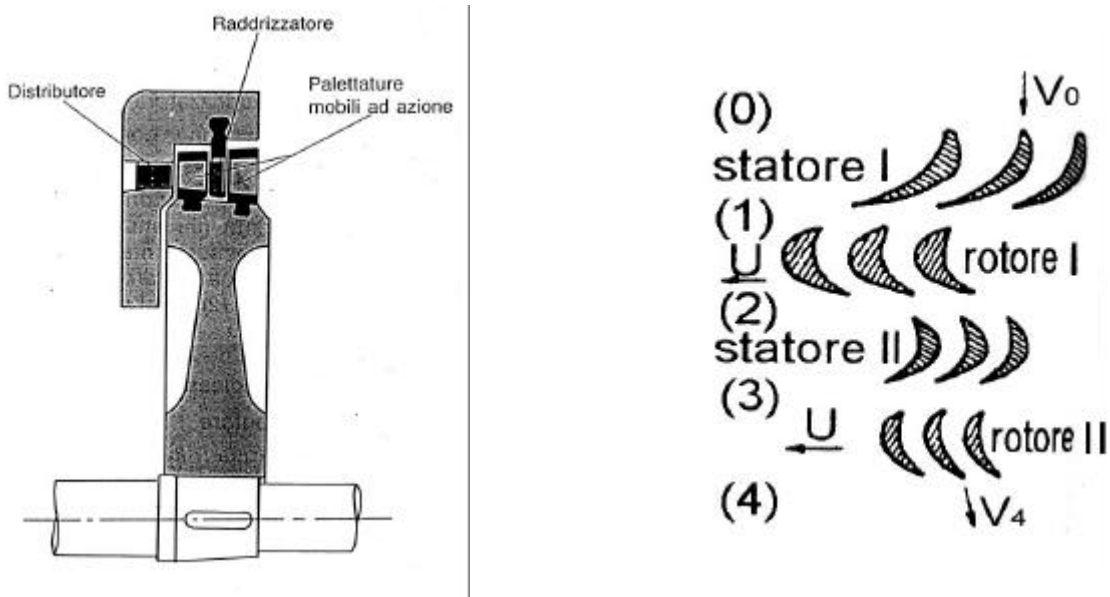


Figura 9.18. Piani meridiano e intrapalare di uno stadio Curtis.

I triangoli delle velocità, per i casi ideale e reale, sono rappresentati in figura 9.19, limitatamente al caso di palettature simmetriche. La velocità assoluta nel caso ideale in uscita dallo statore è ancora fornita dalla relazione (9.13), mentre la velocità V_1 nel caso reale viene calcolata utilizzando il coefficiente riduttivo della velocità nello statore ϕ . Gli stessi risultati ottenuti per lo stadio semplice ad azione possono poi essere applicati anche allo stadio Curtis. L'angolo assoluto in uscita dello statore è minore rispetto al caso precedente, attestandosi intorno ai $12^\circ - 15^\circ$. E' quindi possibile calcolare le varie velocità, assolute e relative, applicando le equazioni (9.18) e (9.25) nelle diverse sezioni, anche per il raddrizzatore, essendo anch'esso a pale simmetriche. Valgono quindi le seguenti semplici relazioni:

$$|W_2| = y|W_1|; \quad |V_3| = y|V_2|; \quad |W_4| = y|W_3| \quad (9.48)$$

Nel caso ideale di figura 9.19a, e cioè in cui ci sono due rotori, ogni rotore contribuisce allo scambio di lavoro, per cui il lavoro di Eulero vale:

$$L_{eu} = U(V_{1s} \cos a_1 - V_{2s} \cos a_{2s}) + U(V_{3s} \cos a_3 - V_{4s} \cos a_{4s}) \quad (9.49)$$

Per ogni rotore è possibile giungere, con opportune considerazioni sui triangoli delle velocità, a una forma del lavoro di Eulero analoga all'equazione (9.30), per cui la relazione precedente diventa:

$$L_{eu} = 2U(V_{1s} \cos a_1 - U) + 2U(V_{3s} \cos a_3 - U) \quad (9.50)$$

Ma, dal triangolo delle velocità si ha che:

$$V_{3s} \cos a_{3s} = V_{1s} \cos a_1 - 2U \quad (9.51)$$

per cui il lavoro di Eulero diventa:

$$\boxed{L_{eu} = 4U(V_{1s} \cos a_1 - 2U)} \quad (9.52)$$

La formula precedente, ottenuta per un numero $z = 2$ di rotori, può essere facilmente estesa al generico stadio Curtis composto da z rotori:

$$\boxed{L_{eu} = 2zU(V_{1s} \cos a_1 - zU)} \quad (9.53)$$

Il rendimento dello stadio diventa quindi, sempre nel caso ideale:

$$h = \frac{L_{eu}}{V_{1s}^2/2} = 4z \frac{U}{V_{1s}} \left(\cos a_1 - z \frac{U}{V_{1s}} \right) = 4zK_p (\cos a_1 - zK_p) \quad (9.54)$$

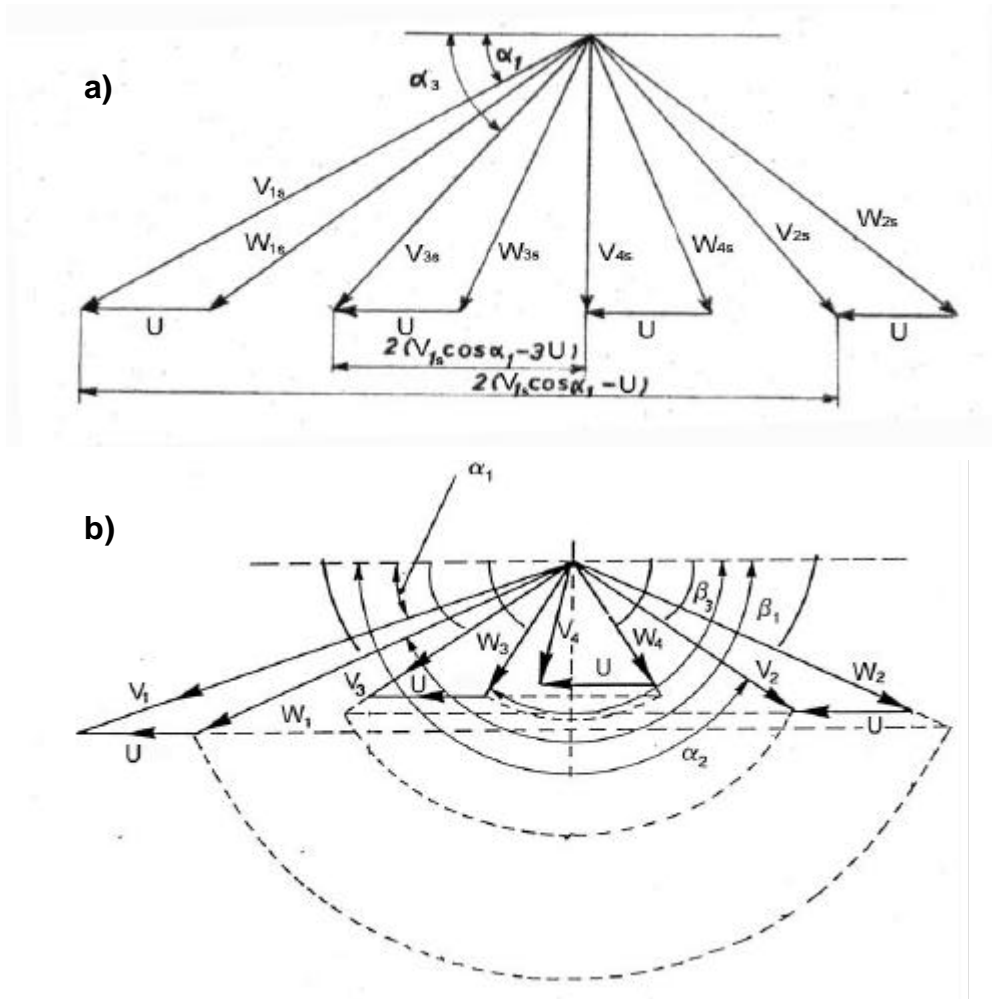


Figura 9.19. Triangoli delle velocità in uno stadio Curtis a) ideale e b) reale.

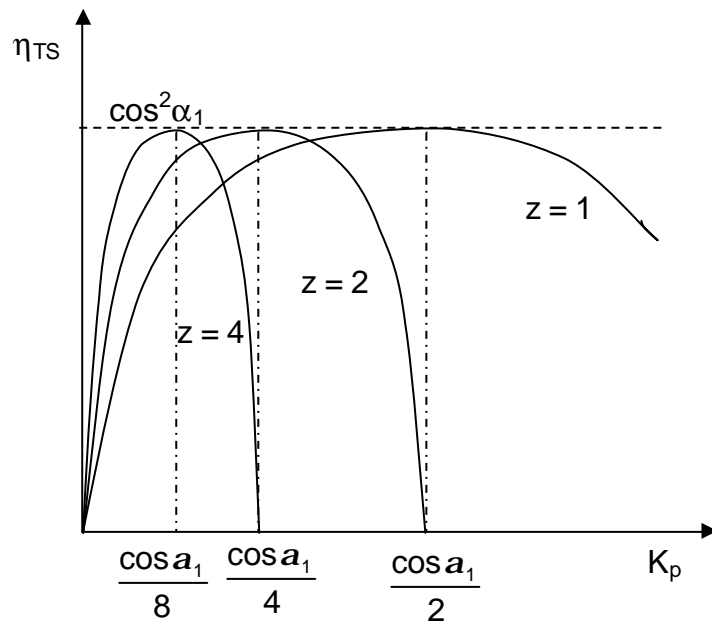


Figura 9.20. Andamenti del rendimento per uno stadio ideale al variare del numero z di rotori.

da cui si ricava la condizione di ottimo rendimento:

$$\boxed{K_{p,ottimo} = \frac{\cos a_1}{2z}} \quad (9.55)$$

condizione in cui il rendimento vale ancora:

$$\boxed{h_{max} = \cos^2 a_1} \quad (9.56)$$

La figura 9.20 mostra le curve del rendimento in funzione del K_p per diversi numeri di rotori z . Si vede che, partendo da $z = 1$, a cui corrisponde lo stadio singolo ad azione visto nei paragrafi precedenti, al crescere del numero di rotori diminuisce il K_p ottimo, mentre non varia il valore del massimo rendimento. Ciò significa che, a parità di velocità periferica (cioè di sollecitazioni per gli sforzi centrifughi), aumenta la velocità assoluta all'uscita dello statore V_{1s} , e quindi anche il salto entalpico smaltito dallo stadio. Ad esempio, se si confronta lo stadio Curtis con due rotori ($z = 2$) con lo stadio semplice ad azione ($z = 1$), si vede che il salto entalpico smaltibile è 4 volte maggiore. Viceversa, se si ragiona a parità di salto entalpico smaltito, il passaggio dallo stadio semplice ad azione al Curtis con due rotori permette di dimezzare la velocità periferica.

Una trattazione analoga può essere fatta anche nel caso **reale**, ottenendo le curve del rendimento per i diversi numeri di rotori z mostrate in figura 9.21. E' evidente come, al crescere del numero di rotori, aumentino le perdite, a causa delle elevate deflessioni del flusso nei rotori e nei raddrizzatori, e delle elevate velocità. Nello stadio Curtis, a causa degli elevati Δh smaltiti, la velocità assoluta all'uscita dello statore è praticamente sempre supersonica. La velocità relativa W_1 viceversa deve rimanere subsonica, perché altrimenti si avrebbero grosse penalizzazioni, a causa della presenza di onde d'urto.

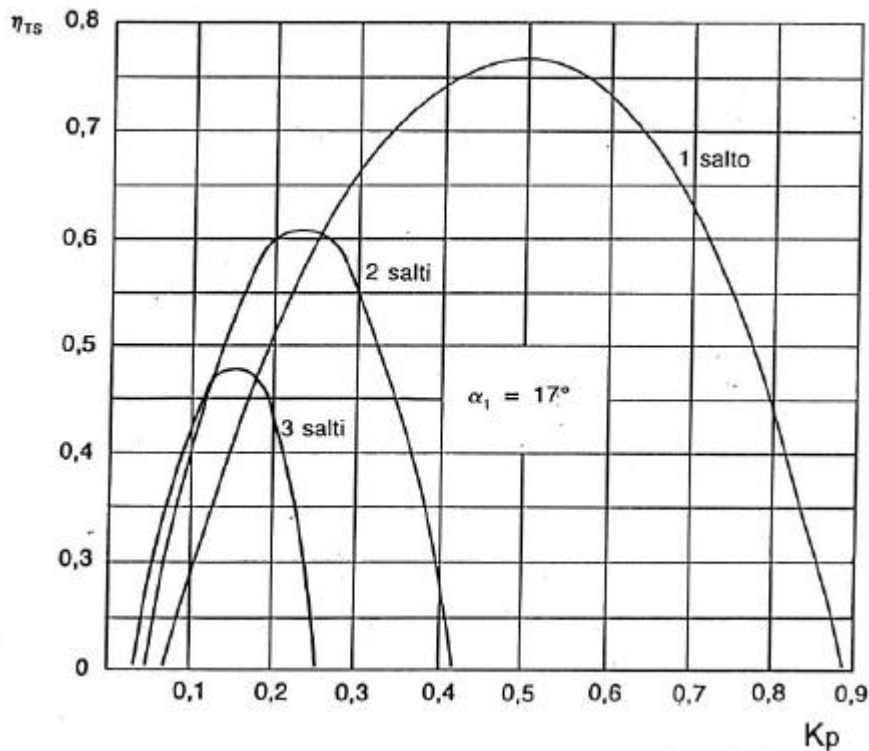


Figura 9.21. Andamenti del rendimento per uno stadio reale al variare del numero Z di rotori.

Si noti inoltre che, nel caso di due rotori, il primo rotore fornisce $\frac{3}{4}$ del lavoro di Eulero, mentre il secondo rotore contribuisce solo per il restante $\frac{1}{4}$. Gli stadi Curtis in generale sono costituiti da due soli rotori, in quanto il contributo dei rotori successivi risulterebbe estremamente limitato, a fronte di un aumento delle perdite notevole.

9.5. Turbina Rateau

La turbina Rateau è semplicemente costituita da una serie di stadi semplici ad azione. Il salto entalpico viene ripartito equamente su tutti gli stadi, con l'energia cinetica all'uscita di uno stadio recuperata nello stadio successivo ($V_0 = V_2$). Il recupero dell'energia cinetica allo scarico del generico stadio intermedio fa sì che, anche nel caso ideale, non sia necessario porre $\alpha_2 = 90^\circ$ per massimizzarne il rendimento. L'angolo di ingresso negli stadi successivi non sarà più quindi necessariamente assiale. Per gli stadi intermedi è allora meglio utilizzare un rendimento total to total, così come definito dall'equazione (3.106) qui riportata:

$$h_{TT} = \frac{L_{eu}}{h_{t0} - h_{2s} - \frac{V_2^2}{2}} = \frac{2L_{eu}}{V_{1s}^2 - V_2^2} \quad (9.57)$$

dove, per convenzione, come velocità di scarico nel computo del denominatore si considera la velocità reale.

Rispetto allo stadio Curtis, lo stadio Rateau presenta il vantaggio di avere minori perdite, e quindi maggior rendimento. Viceversa, il salto entalpico che il singolo stadio riesce a smaltire è inferiore, e quindi è necessario avere un maggior numero di stadi per smaltire lo stesso salto entalpico. Inoltre, la presenza di salti di pressione tra uno stadio e il successivo aumenta il pericolo di fughe di vapore, che quindi non compie lavoro. Per limitare queste fughe, che diminuiscono il rendimento complessivo della macchina, è necessario realizzare opportune tenute.

A conclusione di questo paragrafo va detto che gli stadi ad azione, ed in particolare lo stadio Curtis, vengono utilizzati come stadi di alta pressione nelle turbine a vapore, perché permettono di elaborare elevati salti entalpici e di aumentare considerevolmente la portata volumetrica negli stadi seguenti. Inoltre, si prestano bene ad essere parzializzati, perché la pressione resta costante a cavallo delle palettature rotoriche. Vedremo che, rispetto agli stadi a reazione, gli stadi ad azione presentano rendimenti peggiori. Questo aspetto è però di secondaria importanza, in quanto essendo appunto stadi di alta pressione, le perdite che questi presentano sono meno dannose, in quanto il fenomeno del "recupero" nell'espansione in parte le compensa.

9.6. Stadi a reazione

Negli stadi a reazione il salto entalpico viene ripartito tra statore e rotore, come mostra la trasformazione riportata in figura 9.22. La pressione varia anche nel rotore, per cui la portata volumetrica subisce un significativo aumento. La componente assiale della velocità viene assunta in generale costante, quindi l'altezza di pala tra ingresso ed uscita deve aumentare.

Si consideri inizialmente il **caso ideale**. La figura 9.23 mostra il triangolo delle velocità di un generico stadio a reazione. La conservazione dell'entalpia totale nello statore fornisce:

$$\frac{V_{1s}^2 - V_0^2}{2} = h_0 - h_{1s} = \Delta h_{s,st} = (1 - c)\Delta h_{s,stadio} \quad (9.58)$$

da cui si ricava il legame tra velocità assoluta del flusso in uscita dallo statore e salto entalpico ideali:

$$\boxed{V_{1s} = \sqrt{2(1 - c)\Delta h_{s,stadio} + V_0^2}} \quad (9.59)$$

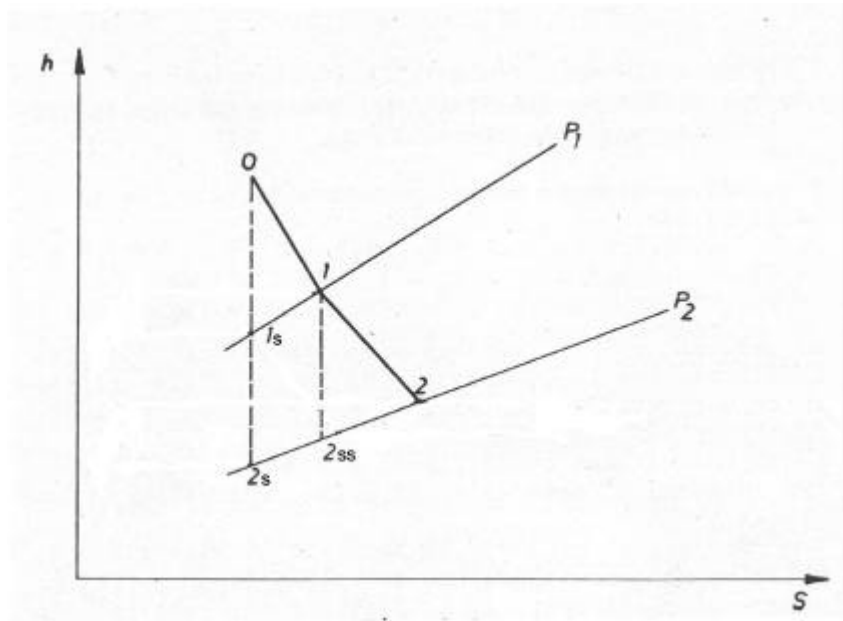


Figura 9.22. Trasformazione ideale e reale in uno stadio a reazione.

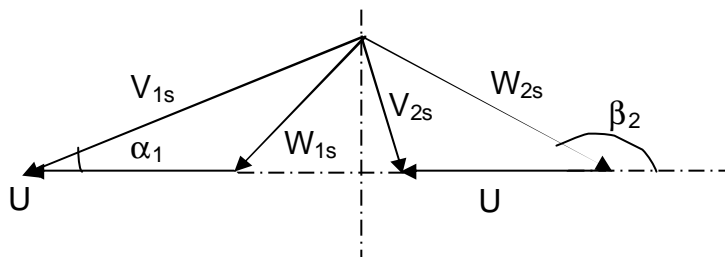


Figura 9.23. Triangoli delle velocità in uno stadio a reazione ideale (c generico).

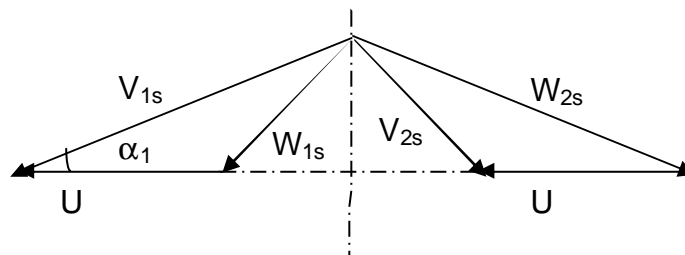


Figura 9.24. Triangoli delle velocità in uno stadio a reazione ideale con $c = 0.5$.

Anche per gli stadi a reazione è possibile determinare il triangolo delle velocità in ingresso al rotore, noto il regime di rotazione e l'angolo assoluto α_1 (compreso tra i 15° e i 25°). In maniera del tutto analoga a quanto fatto per lo stadio ad azionasi determinano W_1 e β_1 .

La conservazione dell'entalpia totale relativa nel rotore permette di esprimere il salto entalpico nel rotore in termini di variazione di energia cinetica relativa a cavallo del rotore:

$$\Delta h_{s,rot} = \frac{W_{2s}^2 - W_{1s}^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2} \quad (9.60)$$

Ma trattandosi di macchina assiale, la velocità periferica non varia tra ingresso ed uscita del rotore, per cui la relazione precedente si semplifica:

$$\Delta h_{s,rot} = \frac{W_{2s}^2 - W_{1s}^2}{2} \quad (9.61)$$

Sostituendo quest'ultima relazione insieme alla (9.58) nell'espressione del grado di reazione si ricava, nell'ipotesi che la velocità all'ingresso dello stadio sia trascurabile:

$$c = \frac{W_{2s}^2 - W_{1s}^2}{W_{2s}^2 - W_{1s}^2 + V_{1s}^2} \quad (9.62)$$

Nota il grado di reazione, è allora possibile calcolare la velocità relativa all'uscita del rotore. Per poter tracciare il triangolo delle velocità all'uscita del rotore, assunta costante la componente assiale della velocità, è necessario fissare l'angolo di uscita relativo del flusso β_2 . Tale angolo può variare tra i 15° e i 30° , a seconda del grado di reazione.

Un caso particolare di stadio a reazione è quello in cui il grado di reazione χ è pari a 0.5. In questo caso il salto entalpico viene egualmente ripartito tra statore e rotore, risultandone triangoli delle velocità simmetrici, così come mostrato in figura 9.24. Nel caso in cui si possa considerare valida l'ipotesi di stadio ripetitivo ($V_0 = V_2$), ciò comporta avere pale identiche nello statore e nel rotore, soluzione economicamente vantaggiosa, in quanto richiede un'unica geometria di pale per realizzare l'intero stadio. Infatti, dalla conservazione dell'entalpia totale nello statore, totale relativa nel rotore e dalla definizione di grado di reazione, si ricava:

$$|W_{1s}| = |V_{2s}| \quad (9.63)$$

$$|V_{1s}| = |W_{2s}| \quad (9.64)$$

Per passare infine al **caso reale**, basta ancora ricorrere ai coefficienti riduttivi della velocità nello statore ϕ , definito tramite la (9.23) e nel rotore ψ , così definito:

$$y = \frac{W_2}{W_{2s}} \quad (9.65)$$

In maniera del tutto analoga è poi possibile calcolare il salto entalpico perso nello statore attraverso la (9.23), mentre nel rotore vale:

$$\Delta h_{w,rot} = h_2 - h_{2ss} = \frac{W_{2s}^2 - W_2^2}{2} = \frac{W_{2s}^2}{2} (1 - y^2) \quad (9.66)$$

Con riferimento alla trasformazione di figura 9.22, si fa notare che la differenza $h_{2ss} - h_{2s}$ è minore di $h_1 - h_{1s}$, per effetto del "recupero".

9.6.1. Prestazioni degli stadi a reazione

Considerando le prestazioni di uno stadio a reazione **ideale**, vediamo di individuare la condizione di ottimo rendimento. Come noto, questa condizione corrisponde ad avere componente tangenziale nulla della velocità assoluta allo scarico del rotore ($V_{2t} = 0$), così come mostrato in figura 9.25. In questa condizione il lavoro di Eulero vale:

$$L_{eu} = UV_{1s} \cos \alpha_1 \quad (9.67)$$

Il lavoro idealmente disponibile vale invece, nell'ipotesi che sia trascurabile la velocità in ingresso allo stadio ($V_0 \approx 0$):

$$L_s = \Delta h_{s,st} + \Delta h_{s,rot} = \frac{V_{1s}^2}{2} + \frac{W_{2s}^2 - W_{1s}^2}{2} \quad (9.68)$$

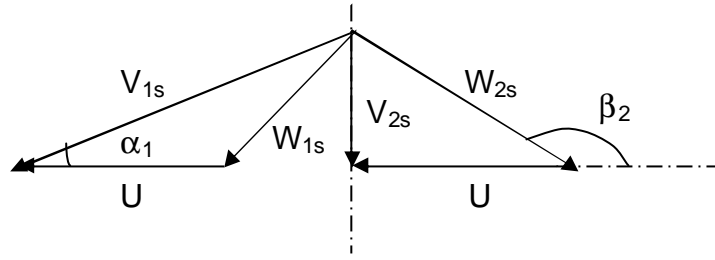


Figura 9.25. Triangoli delle velocità in uno stadio a reazione ideale operante in condizioni di ottimo rendimento.

D'altra parte, da semplici relazioni trigonometriche si ricava:

$$W_{2s}^2 - W_{1s}^2 = V_{2s}^2 + U^2 - (V_{1s}^2 + U^2 - 2UV_{1s} \cos a_1) = V_{1s}^2 \sin^2 a_1 - V_{1s}^2 + 2UV_{1s} \cos a_1 = 2UV_{1s} \cos a_1 - V_{1s}^2 \cos^2 a_1 \quad (9.69)$$

Ricordando l'espressione del grado di reazione (9.62), è possibile esprimere la variazione di energia cinetica relativa nel rotore in termini di χ :

$$W_{2s}^2 - W_{1s}^2 = \frac{c}{1-c} V_{1s}^2 \quad (9.70)$$

Sostituendo quest'ultima relazione nella (9.69) si ricava, dopo alcuni semplici passaggi, la relazione che lega il K_p ottimo al grado di reazione dello stadio:

$$\boxed{K_{p,ottimo} = \frac{1}{2 \cos a_1} \frac{c}{1-c} + \frac{\cos a_1}{2}} \quad (9.71)$$

Si noti che il K_p ottimo aumenta notevolmente con il grado di reazione. In queste condizioni il rendimento risulta massimo e vale:

$$h_{max} = \frac{2UV_{1s} \cos a_1}{V_{1s}^2 + W_{2s}^2 - W_{1s}^2} = \frac{2UV_{1s} \cos a_1}{\frac{V_{1s}^2}{1-c}} = K_{p,ottimo} 2(1-c) \cos a_1 \quad (9.72)$$

che, tenuto conto dell'espressione (9.71) fornisce:

$$\boxed{h_{max} = c + (1-c) \cos^2 a_1} \quad (9.73)$$

In figura 9.26 è riportato l'andamento del rendimento in funzione del K_p , per diversi valori del grado di reazione, da cui si nota come il massimo rendimento aumenti al crescere di χ .

Si definisce il coefficiente di carico K_{is} che esprime la capacità di uno stadio di smaltire il salto entalpico, adimensionalizzato rispetto alla velocità periferica.:

$$\boxed{K_{is} = \frac{\Delta h_{s,stadio}}{U^2/2}} \quad (9.74)$$

esso fornisce l'entità del salto entalpico sfruttato nello stadio nel rispetto delle massime sollecitazioni. Il coefficiente di carico può essere espresso in funzione del grado di reazione:

$$\boxed{K_{is} = \frac{1}{1-c} \left(\frac{V_{1s}}{U} \right)^2} \quad (9.75)$$

Valori tipici dei parametri appena calcolati (K_p , K_{is} , η_{max}) per diversi valori del grado di reazione sono riportati in Tabella 9.1. Fissata la velocità periferica ($U = \text{cost}$), si vede che, se $\chi \rightarrow 1$ il salto

entalpico smaltito dallo stadio diminuisce e tende a 0. Ecco perché si realizzano in pratica stadi a reazione al massimo con grado di reazione pari a 0.7-0.75.

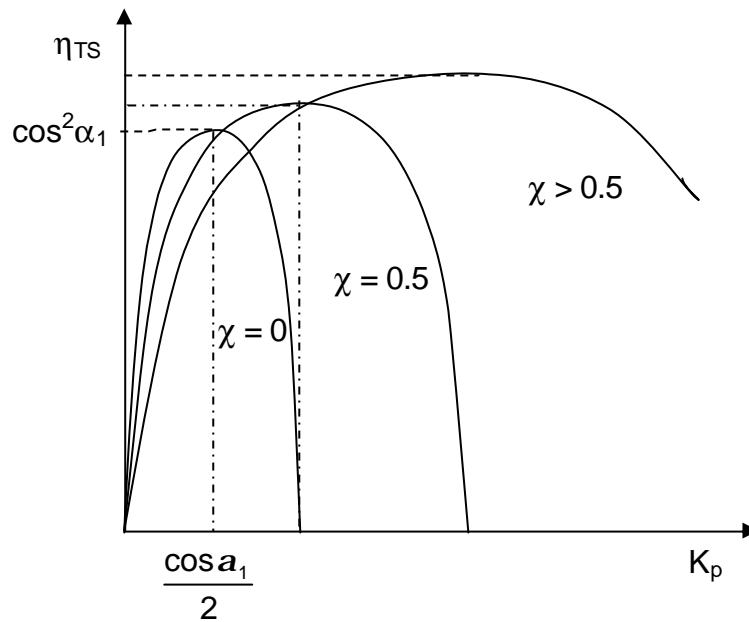


Figura 9.26. Andamenti del rendimento per uno stadio ideale al variare del grado di reazione.

χ	$(u/v_1)_{opt}$	$\eta_i \text{ max}$	$K_{is} = \Delta h_{tot} / \frac{1}{2} u^2$
0	0,475	0,902	4,43
0,1	0,533	0,912	3,520
0,2	0,606	0,922	2,723
0,3	0,701	0,932	2,035
0,4	0,826	0,942	1,465
0,5	1,001	0,952	0,998
0,6	1,204	0,961	0,689
0,7	1,703	0,971	0,345
0,8	2,580	0,982	0,250
0,9	5,212	0,990	0,0368
1,0	∞	1	0

Tabella 9.1.

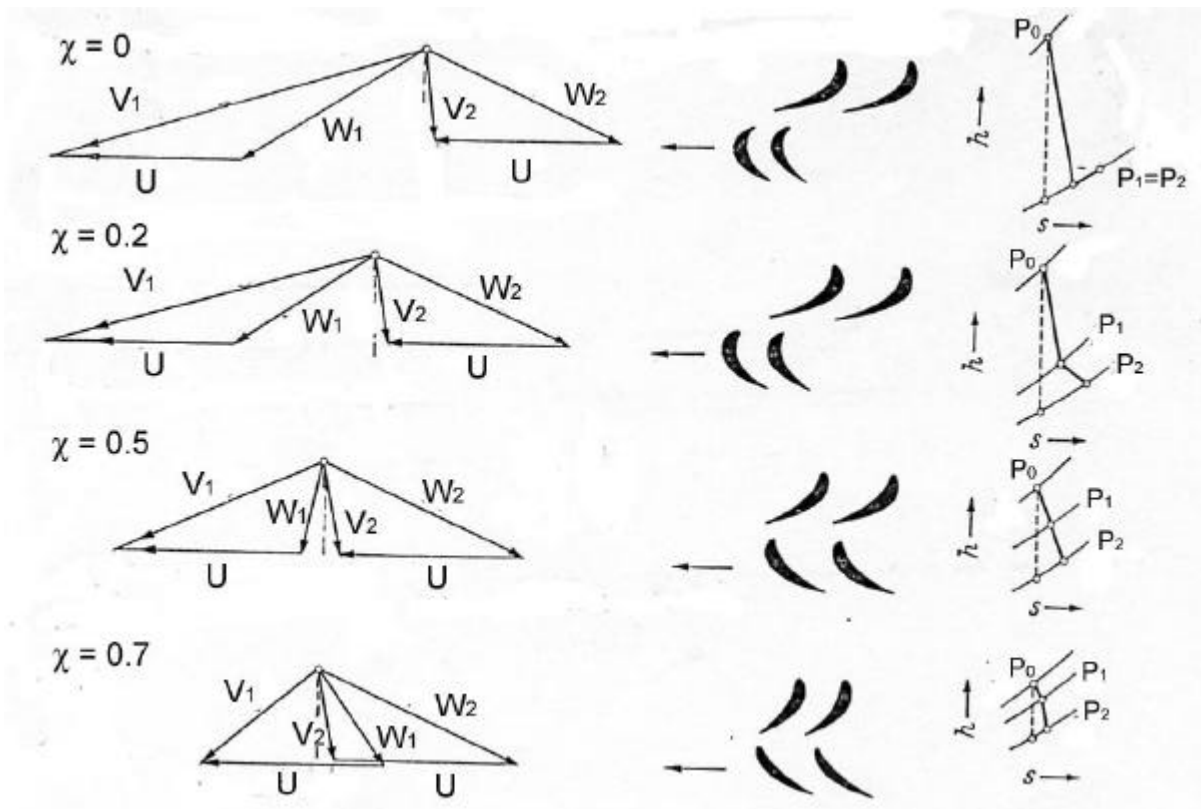


Figura 9.27. Triangoli di velocità e geometrie palari al variare del grado di reazione.

La figura 9.27 riporta il confronto tra triangoli delle velocità corrispondenti a diversi valori del grado di reazione (0, 0.2, 0.5 e 0.7), fissata la velocità periferica. Sono inoltre rappresentate le geometrie delle pale dello statore e del rotore, oltre alle trasformazioni. Tutti i triangoli si riferiscono ad un caso per cui lo scarico dal rotore è ovunque identico, e tale da considerare lo stadio ripetitivo. È evidente come, al crescere di χ diminuisca l'angolo di deviazione del flusso nel rotore $\Delta\beta$, così come diminuisca la velocità assoluta all'uscita dello statore V_1 , entrambe grandezze da cui dipendono le perdite. In realtà, la velocità relativa in ingresso al rotore diminuisce in modulo fino a diventare assiale, per poi aumentare nuovamente per valori maggiori del grado di reazione. È inoltre evidente come diminuisca il salto entalpico smaltito.

È infine opportuno sottolineare come, se si tratta di uno stadio intermedio, l'energia cinetica allo scarico possa essere ancora sfruttata negli stadi successivi. Ad esempio, nel caso di grado di reazione pari a 0.5, i triangoli delle velocità possono assumere una delle forme riportate in figura 9.28.

L'analisi fin qui condotta si basa sull'assunzione che la componente assiale della velocità si mantenga ovunque costante. È però possibile variare V_{ax} per ottenere alcuni vantaggi. Ad esempio, negli stadi di bassa pressione delle turbine a vapore, dove il volume specifico varia molto, e molto velocemente, si possono conformare i condotti in maniera tale da aumentare la componente assiale allo scarico del rotore V_{2ax} , così come riportato in figura 9.29a. Ciò si ottiene modificando le sezioni di passaggio meridiane, e consente di avere minori altezze di pala allo scarico del rotore (e quindi minori sollecitazioni). Un'altra conseguenza è quella di avere un maggior angolo di uscita dalle pale β_2 (e quindi maggiori deflessioni e maggiori perdite). Un'altra possibilità (nel caso non sia critica l'altezza di pala) consiste nel ridurre la componente assiale allo scarico del rotore nell'ultimo stadio della macchina (figura 9.29b), allo scopo di ridurre le perdite.

Passiamo ora al **caso reale**. Senza entrare nel dettaglio delle relazioni matematiche che esprimono i diversi parametri di funzionamento dello stadio, le figure 9.30 e 9.31 riportano rispettivamente gli andamenti del rendimento, sia total to total ($\phi_E = 1$) sia total to static ($\phi_E = 0$), e del coefficiente di

carico al variare del grado di reazione. Sono inoltre riportati gli andamenti nel caso ideale ($\phi = \psi = 1$). Le curve con $\phi_E = 0$ considerano persa l'energia cinetica di scarico $V_2^2/2$ dallo stadio, mentre le curve con $\phi_E = 1$ considerano tale energia recuperata nello stadio seguente; si riferiscono quindi allo stadio ripetitivo. La differenza tra le due curve determina l'entità di tale energia cinetica.

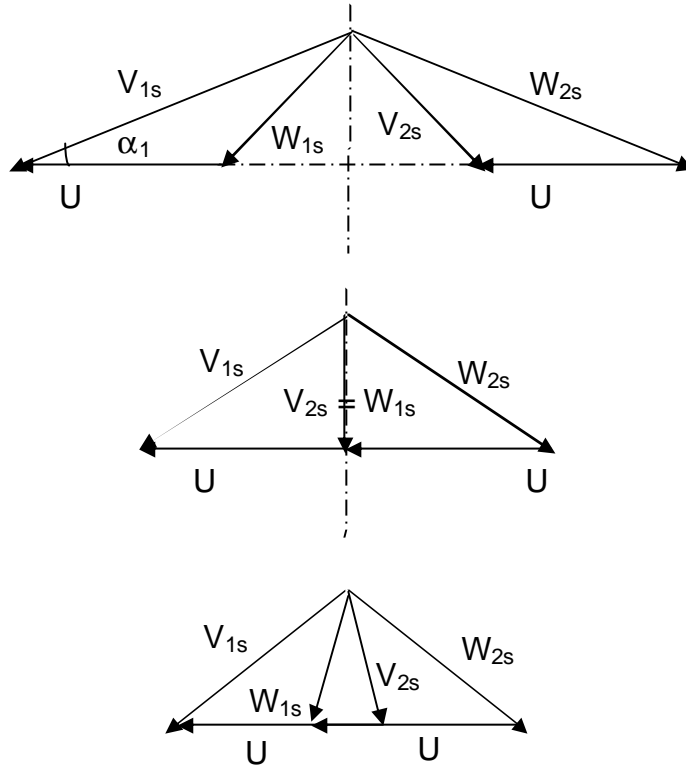


Figura 9.28. Triangoli di velocità per grado di reazione 0.5.

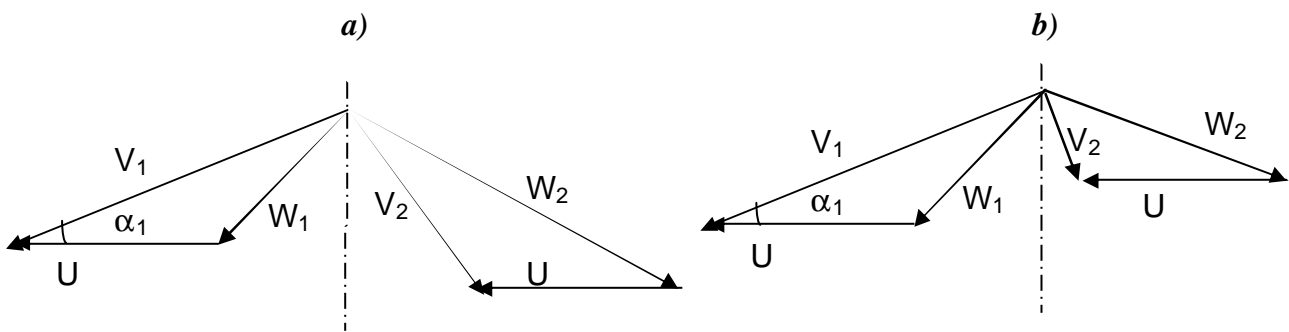


Figura 9.29. Triangoli di velocità con V_{ax} non costante.

Queste curve si riferiscono ad un caso specifico, in cui la componente assiale della velocità è costante, $\alpha_1 = 15^\circ$, $\phi = 0.95$ e $\psi = f(\Delta\beta)$. Per quanto riguarda l'ipotesi di componente assiale della velocità ovunque costante, essa può essere ritenuta ancora applicabile anche nel caso reale. L'effetto delle perdite sarà quello di variare, oltre al modulo della velocità, anche la direzione, risultandone un angolo di incidenza e di deviazione del flusso rispetto all'angolo imposto dalle superfici palari non nullo.

Le curve dei rendimenti presentano un massimo in corrispondenza di un grado di reazione pari a 0.7 in quanto, aumentando χ , diminuisce la deflessione. Oltre un certo valore del grado di reazione

però, aumenta $W_2^2 - W_1^2$, con un conseguente aumento delle perdite nel rotore. Si ricorda infatti che le perdite sono proporzionali al quadrato della velocità, oltre che all'entità dell'angolo di deflessione $\Delta\beta$. E' inoltre evidente come le perdite fluidodinamiche all'interno delle palettature, statorica e rotorica, siano preponderanti.

In figura 9.31 sono riportate due curve di K_{is} , una relativa ad uno stadio iniziale o intermedio ($\phi_E = 1$), e l'altra allo stadio singolo o all'ultimo stadio ($\phi_E = 0$), da cui si nota come il salto entalpico diminuisca al crescere del grado di reazione.

Gli andamenti fin qui analizzati si riferiscono ad un preciso valore dell'angolo α_1 . Si noti che, se esso aumentasse (ad esempio nel caso di $\chi = 0.5$), il rendimento diminuirebbe, perché aumenterebbe la componente assiale della velocità.

In conclusione, nel caso reale, per definire appieno il funzionamento del generico stadio a reazione è necessario fissare i seguenti parametri: angolo assoluto all'uscita dello statore α_1 , rapporto tra le componenti assiali della velocità in uscita e in ingresso al rotore V_{ax2}/V_{ax1} , grado di reazione χ e condizione di stadio ottimizzato, corrispondente alla condizione di massimo rendimento.

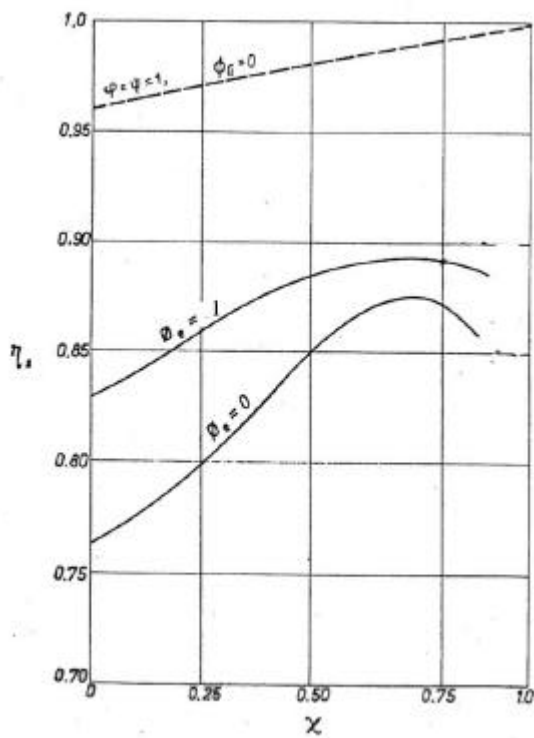


Figura 9.30. Rendimenti Total to Total e Total to static al variare del grado di reazione.

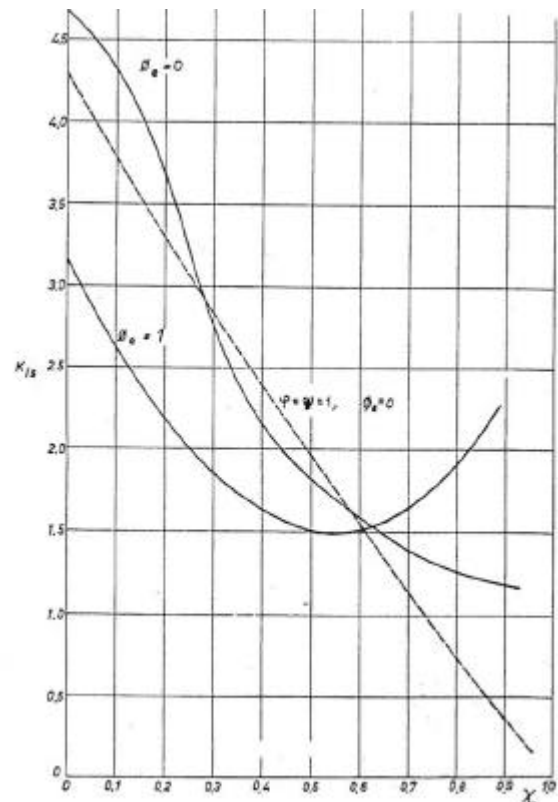


Figura 9.31. Coefficiente di carico K_{is} al variare del grado di reazione.

9.7. Dimensionamento della turbina

Nel dimensionamento generale della turbina, i parametri principali che devono essere determinati sono il regime di rotazione della macchina ω , il suo diametro medio D_m e l'altezza di pala ℓ .

Nell'organizzazione degli stadi di una turbina a vapore, il primo stadio, detto stadio di regolazione, è sempre costituito da uno stadio ad azione semplice o a salti di velocità, tipo Curtis, il più delle volte parzializzato, a causa delle piccole portate volumetriche. Questa scelta consente di elaborare elevati salti entalpici nel primo stadio, anche se con rendimenti limitati. Lo stadio di regolazione è

seguito da una serie di stadi (corpo di alta pressione) ad azione semplice o a basso grado di reazione ($\chi = 0.2 - 0.3$) che contribuiscono ad abbattere la pressione e la temperatura del vapore. Procedendo lungo l'espansione (corpi di media e bassa pressione), gli stadi diventano a reazione, permettendo di realizzare rendimenti maggiori. Ovviamente il salto entalpico elaborato da ogni stadio è minore ed aumenta il numero di stadi. Inoltre, ricordando che nella bassa pressione si hanno elevate variazioni di volume specifico, negli stadi di bassa pressione si hanno grandi variazioni delle sezioni di passaggio, e quindi dell'altezza di pala.

Passando al problema di dimensionamento di un singolo stadio di una turbina, sono noti la portata da elaborare \dot{m} e il salto entalpico a disposizione $\Delta h_{s, stadio}$. Dall'applicazione dell'equazione dell'energia è possibile scegliere i triangoli di velocità, e quindi il grado di reazione χ , la massima velocità di rotazione U_{max} e il coefficiente di carico K_{is} :

$$K_{is} = \frac{\Delta h_{s, stadio}}{U^2/2} \quad (9.76)$$

essendo la velocità periferica così definita:

$$U = \omega \frac{D_m}{2} \quad (9.77)$$

Si può notare come, pur avendo definito i triangoli di velocità legati allo smaltimento del salto entalpico, non si sono ancora definiti il regime di rotazione, il diametro e il rapporto l/D , che risultano strettamente correlati.

Ricordando che l'equazione di continuità può essere scritta nella forma seguente:

$$\dot{m} = r V_{ax} \rho D_m^2 \frac{\ell}{D_m} \quad (9.78)$$

si vede che se si sceglie un numero di giri elevato, si avrà un diametro piccolo e un rapporto l/D grande; viceversa, un numero di giri basso darà luogo ad un l/D piccolo. Esistono quindi infinite soluzioni all'interno dei limiti sul rapporto l/D , a parità di U , relativamente alla scelta del numero di giri. Tra tutte queste possibili soluzioni solo una corrisponde al massimo rendimento, cioè alla scelta ottimale. Il numero di giri ottimo può essere determinato grazie a criteri di dimensionamento derivanti o dall'esperienza progettuale o da risultati derivanti dall'uso di correlazioni empiriche integrate con metodologie numeriche di ottimizzazione.

Nelle turbine di grande taglia, come già detto, il numero di giri in realtà non è libero di variare, ma risulta vincolato alla frequenza di rete, e quindi è pari a 3000/3600 giri/min. Sarà quindi solo lo stadio centrale ad essere ottimizzato, mentre gli altri stadi, sia di bassa sia di alta pressione, non risulteranno ottimizzati, ma andranno comunque dimensionati nel rispetto dei vincoli sul rapporto l/D .

Nelle turbine di piccolissima taglia il numero di giri è invece maggiore, non essendoci più limitazioni all'uso dei riduttori, e può essere scelto in base a criteri di ottimizzazione. Le turbine di piccola taglia sono tipicamente macchine ad azione o Curtis mono-stadio, in cui il rendimento è sacrificato per ottenere un contenimento dei costi.

9.8. Sforzi agenti sulle pale

Fermo restando che le sollecitazioni massime agenti sulle pale devono essere inferiori alle massime sollecitazioni ammissibili dai materiali che le costituiscono, sulla pala del rotore agiscono tre forze: una forza centrifuga, una forza assiale e una forza tangenziale. La **forza centrifuga**, responsabile degli sforzi radiali, è quella che maggiormente sollecita le pale. Consideriamo la paletta cilindrica di altezza ℓ , a sezione trasversale costante S , rappresentata schematicamente in figura 9.32. Essa ruota intorno all'asse di rotazione alla velocità angolare costante ω . Siano r_b e r_a i raggi rispettivamente

alla base e all'apice della pala. La forza elementare dF_c agente sull'elemento di pala di spessore infinitesimo dr , distante dall'asse di rotazione di r , vale:

$$dF_c = dm\omega^2 r = rS\omega^2 dr \quad (9.79)$$

ed è diretta verso l'esterno, essendo ρ la densità del materiale costituente la pala. Il massimo sforzo agisce alla base, dove la pala è calettata all'albero, mentre tale forza centrifuga si annulla all'apice della pala. La forza centrifuga agente alla base della pala si calcola quindi integrando l'equazione (9.79) lungo l'altezza di pala:

$$F_c = \int_{r_b}^{r_a} rS\omega^2 dr = rS\omega^2 \frac{r_a^2 - r_b^2}{2} = rS \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \quad (9.80)$$

E' poi possibile esprimere tale forza centrifuga, agente alla base della pala, in funzione dell'altezza di pala ℓ , del diametro medio D_m e della velocità periferica calcolata in corrispondenza del diametro medio U_m :

$$F_c = rS\omega^2 \frac{(r_a - r_b)(r_a + r_b)}{2} = 2rSU_m^2 \frac{\ell}{D_m} \quad (9.81)$$

essendo $r_a - r_b = \ell$, $(r_a + r_b) = D_m$ e $2U_m = \omega D_m$.

La sollecitazione dovuta alla forza centrifuga deve risultare inferiore alla massima sollecitazione ammissibile dal materiale costituente la pala:

$$\boxed{s_c = \frac{|F_c|}{S} = 2rU_m^2 \frac{\ell}{D_m} \leq s_{amm}} \quad (9.82)$$

Si noti che σ_c dipende da U^2 , e non dal numero di giri. Tale relazione è rappresentata graficamente in figura 9.33, da cui si vede come, per un certo valore della sollecitazione centrifuga, se si vuole aumentare il rapporto ℓ/D_m è necessario ridurre la velocità periferica. Si ricorda che alla velocità periferica è legato il massimo lavoro ottenibile da uno stadio, mentre al rapporto ℓ/D_m è legata la massima portata smaltibile. Ciò che fissa la massima sollecitazione ammissibile è il materiale costituente le pale delle turbine. Queste sono realizzate tipicamente in leghe ad alta resistenza o superleghe, che sono caratterizzate da limitate densità e alti σ_{amm} . Nelle turbine di alta pressione, volendo utilizzare materiali convenzionali in presenza di temperature del vapore che possono raggiungere i 550°C , la massima velocità periferica consentita è dell'ordine dei 200-250 m/s. Negli stadi di bassa pressione, dove la temperatura del vapore è ormai prossima a quella atmosferica, la massima velocità periferica si ha all'apice della pala, dove non può superare i 500 - 600 m/s.

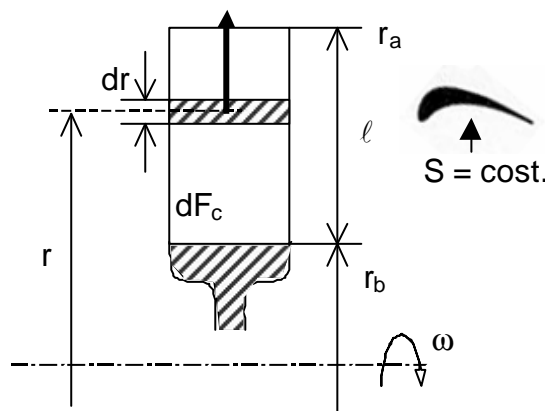


Figura 9.32. Calcolo della sollecitazione centrifuga agente su una pala a sezione costante.

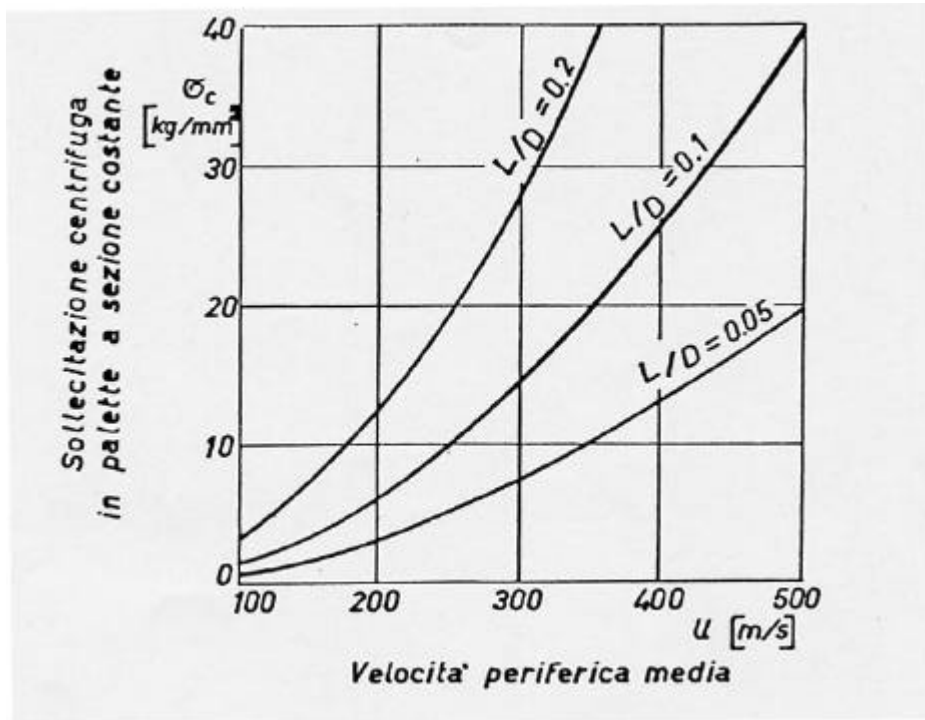


Figura 9.33. Sollecitazione centrifuga in pale a sezione costante.

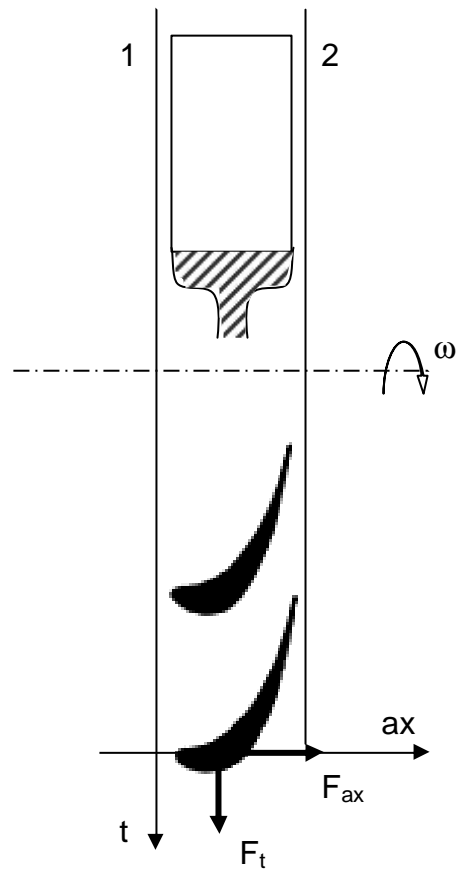
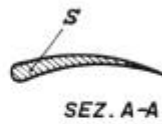
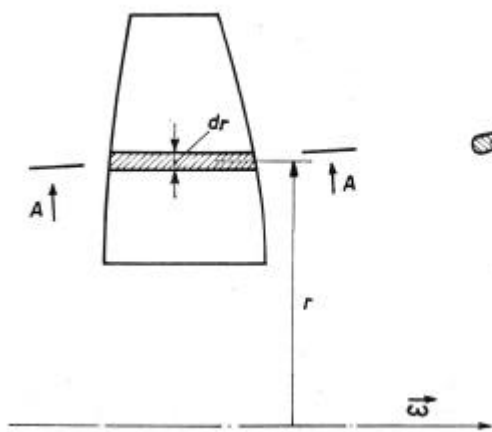


Figura 9.34. Pala rastremata.

Figura 9.35.

Una soluzione usualmente adottata per ridurre la forza centrifuga è quella di realizzare le pale rastremate verso l'alto, e cioè a sezione trasversale variabile, così come rappresentato in figura 9.34. In questa maniera si riduce il materiale ai raggi elevati, risultandone una riduzione sulla sollecitazione agente alla base della pala.

La forza agente in direzione **assiale** viene calcolata a partire dall'equazione della quantità di moto. Con riferimento al piano intrapalare schematizzato in figura 9.35, applicando la conservazione della quantità di moto in direzione assiale si ricava:

$$F_{ax} = p_1 A_1 - p_2 A_2 + \dot{m} V_{1ax} - \dot{m} V_{2ax} \quad (9.83)$$

avendo indicato con il pedice 1 le grandezze calcolate nella sezione di ingresso alla schiera, con 2 quelle relative alla sezione di uscita, ed essendo A la sezione di passaggio del fluido, consistente in una corona circolare. Supponendo che si conservi la componente assiale della velocità, la forza assiale scambiata dal fluido con la pala si riduce al solo contributo del campo di pressione. Se inoltre si assume che la sezione di passaggio del fluido non cambi tra ingresso ed uscita della schiera, si ricava:

$$F_{ax} = p_1 A_1 - p_2 A_2 \approx A(p_1 - p_2) = \rho D_m \ell (p_1 - p_2) \quad (9.84)$$

L'ipotesi di ritenere A costante può essere ritenuta accettabile, se si pensa di realizzare la variazione di sezione del canale meridiano nello spazio esistente tra gli stadi, mantenendo le pale ad altezza costante.

La forza assiale si ripartisce equamente sulle z pale che costituiscono la schiera, per cui la forza che agisce sulla singola pala vale:

$$F_{ax,pala} = \frac{F_{ax}}{z} \quad (9.85)$$

La forza **tangenziale** si calcola analogamente a partire dall'equazione della quantità di moto proiettata in direzione tangenziale:

$$F_t = \dot{m}(V_{1t} - V_{2t}) = r A V_{ax} (V_{1t} - V_{2t}) = \rho D_m \ell V_{ax} (V_{1t} - V_{2t}) \quad (9.86)$$

Anche in questo caso, tale forza si ripartisce equamente su tutte le pale che compongono la schiera, per cui sulla singola pala agisce la seguente forza:

$$F_{t,pala} = \frac{F_t}{z} \quad (9.87)$$

La risultante tra forza assiale e tangenziale dà luogo ad una sollecitazione di flessione che sarà anch'essa massima alla base delle pale, ed uguale al rapporto tra il momento flettente prodotto da tali forze e il modulo di resistenza calcolato nella direzione in cui il momento agisce.

Si precisa che la sollecitazione centrifuga risulta di gran lunga preponderante rispetto a quella di origine flessionale, per cui una verifica di massima può essere condotta considerando la sola σ_c .

Quanto detto fin qui è vero nell'ipotesi di flusso stazionario. Nella realtà il flusso all'interno delle macchine a fluido, e quindi anche delle turbine a vapore, è non stazionario, per cui le pale sono sottoposte a sollecitazioni periodiche. Per una verifica strutturale accurata è necessario valutare le frequenze proprie delle pale, in maniera da evitare l'insorgere di vibrazioni e fenomeni di risonanza che, oltre ad essere responsabili del rumore, possono alla lunga portare a rotture.

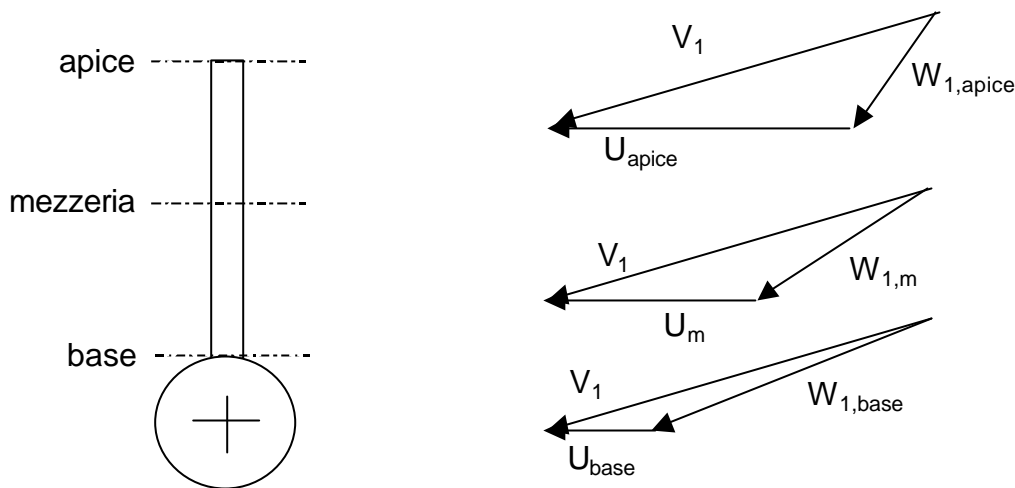


Figura 9.36. Triangolo delle velocità in ingresso al rotore, in diverse sezioni lungo l'altezza di pala.

9.9. Teoria dell'equilibrio radiale

Si è visto come, negli stadi di bassa pressione, il rapporto ℓ/D_m possa diventare grande, portando ad avere pale di altezza elevata. Ciò fa sì che gli effetti tridimensionali non possano più essere trascurati. Si è quindi in presenza di grandi variazioni della velocità periferica lungo l'altezza di pala ($U = \omega r$), che portano ad avere velocità e pressione variabili anch'esse lungo ℓ .

Consideriamo ad esempio la pala rotorica mostrata in figura 9.36. Supponiamo che si tratti di una pala cilindrica, cioè che presenta un profilo a sezione costante e identica lungo tutta l'altezza di pala (come nel caso di figura 9.32), in cui gli angoli di ingresso e uscita, anch'essi costanti lungo la direzione radiale, sono stati ottenuti attraverso un approccio 1D applicato al diametro medio della macchina. Se si assume che la velocità assoluta V_1 in ingresso al rotore sia costante lungo l'altezza di pala, la grande variazione di velocità periferica tra mozzo e cassa fa sì che la velocità relativa W_1 in ingresso al rotore risulti anch'essa variabile lungo ℓ , come mostrato in figura 9.36. Di conseguenza, il flusso sarà allineato con la tangente al bordo d'attacco del rotore solo nella sezione media, mentre muovendosi sia verso l'apice sia verso la base della pala sarà presente un angolo di incidenza (scostamento tra l'angolo della palettatura e l'angolo del flusso) diverso da zero. Di conseguenza, solo la sezione media lavorerà nelle condizioni di progetto, mentre tutte le altre avranno prestazioni inferiori.

La progettazione tridimensionale nelle macchine a fluido in presenza di elevate altezze di pala viene effettuata ricorrendo alla **Teoria dell'Equilibrio radiale**. Si tratta di un approccio semplificato, in quanto, come vedremo, si basa su ipotesi semplificative. Ciò nonostante, essa è di largo impiego, in quanto permette di estendere l'applicabilità dell'approccio 1D anche a casi 3D, senza dover andare a risolvere direttamente il campo di moto tridimensionale. Infatti, grazie alla teoria dell'equilibrio radiale, sarà ancora possibile utilizzare l'approccio 1D sulle singole sezioni, qualunque esse siano (base, mezzeria, apice o intermedie), dando gli strumenti per passare da una sezione all'altra lungo l'altezza di pala. La geometria verrà quindi ottenuta semplicemente impilando le geometrie derivanti dall'approccio 1D.

La teoria dell'equilibrio radiale, nella forma più semplice, si fonda sulle seguenti ipotesi:

- Moto permanente;
- flusso assialsimmetrico;
- assenza di effetti della curvatura, o effetti trascurabili; ciò significa che le traiettorie meridiane sono assunte rettilinee, così come mostrato in figura 9.37;
- viscosità nulla;

- componente assiale della velocità costante tra ingresso e uscita dello stadio, cioè in direzione assiale;
- densità costante lungo il raggio;

Consideriamo inoltre un sistema di coordinate cilindriche, in cui r individua la direzione radiale, z la direzione assiale e θ la direzione angolare circonferenziale, così come mostrato in figura 9.37. Consideriamo un elemento fluido dm . Supponendo che dm abbia spessore dz unitario, così come mostrato in figura 9.38, esso può essere espresso nel seguente modo:

$$dm = r r dr d\theta \quad (9.88)$$

Affinché tale elemento non abbia componenti di velocità in direzione radiale, deve essere in equilibrio, e quindi la forza centrifuga deve essere controbilanciata da un gradiente di pressione in direzione radiale. Applicando il teorema della quantità di moto all'elemento dm , su cui agiscono quindi la pressione p sulla superficie inferiore di estensione $r d\theta$, la pressione $p + (dp/dr)dr$ sulla superficie superiore $(r + dr)d\theta$, oltre alla forza centrifuga, così come schematizzato in figura 9.38, la sommatoria delle forze agenti sul volume fluido fornisce:

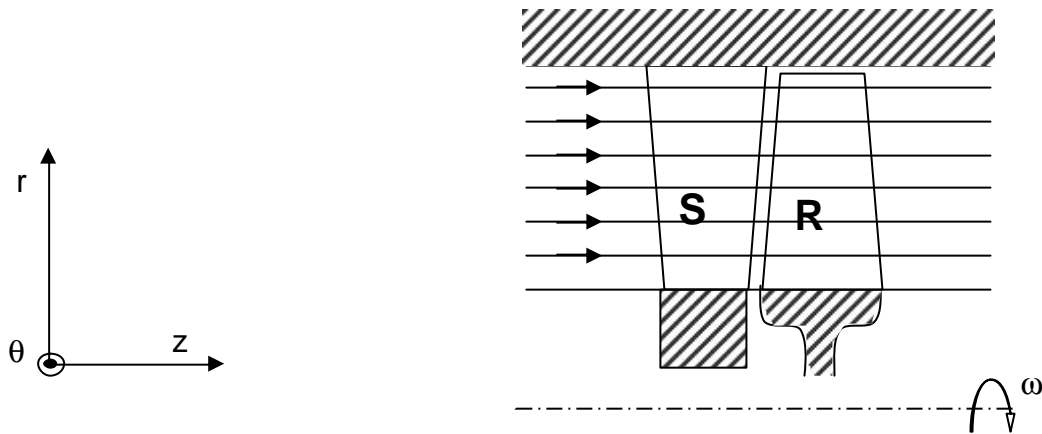


Figura 9.37. Piano meridiano: traiettorie rettilinee.

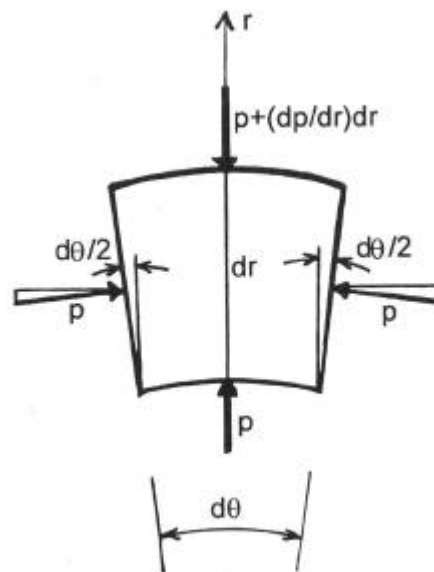


Figura 9.38. Elemento fluido dm .

$$p r d q + d m \frac{V_t^2}{r} = \left(p + \frac{d p}{d r} d r \right) (r + d r) d q \quad (9.89)$$

Sostituendo l'espressione di dm , supponendo dr infinitesimo e trascurando i termini di ordine superiore, si ottiene:

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial r} = r \frac{V_t^2}{r}} \quad (9.90)$$

Questa relazione può anche essere ricavata in maniera più rigorosa a partire dall'equazione della quantità di moto scritta in coordinate cilindriche, ponendo l'attenzione alla sola equazione scalare relativa alla direzione radiale, assunta trascurabile l'azione del campo gravitazionale:

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_{ax} \frac{\partial V_{ax}}{\partial z} + V_t \frac{\partial V_t}{\partial q} - \frac{V_t^2}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + F_r \quad (9.91)$$

Nella relazione precedente, F_r sono le forze scambiate tra fluido e pale. Se però supponiamo di considerare un volume di controllo che contenga solo fluido (il che è coerente con l'ipotesi di considerare nulla la viscosità), tale forza è nulla. Inoltre, l'ipotesi di assialsimmetria porta a dire che qualunque derivata rispetto a θ è nulla. L'equazione (9.91) si riduce quindi esattamente alla relazione (9.90) se si impone, oltre alle ipotesi precedenti, che la componente assiale della velocità sia costante lungo z , e cioè lungo la direzione assiale, e che la componente radiale della velocità sia nulla, cioè che le traiettorie siano rettilinee.

Essendo il termine a destra dell'uguale nell'equazione dell'equilibrio radiale (9.90) sicuramente positivo, la pressione deve aumentare procedendo dalla base all'apice della pala, infatti:

$$p_a - p_b = \int_{base}^{apice} r \frac{V_t^2}{r} dr > 0 \rightarrow p_a > p_b \quad (9.92)$$

Per legare l'equazione dell'equilibrio radiale con le grandezze termodinamiche, evidenziando quindi gli scambi energetici tra fluido e macchina, è sufficiente differenziare rispetto al raggio la relazione classica della termodinamica che lega le variazioni di entropia a quelle di entalpia e di pressione:

$$dQ = T ds = dh - v dp \quad (9.93)$$

supponendo che la densità non vari in direzione radiale si ottiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial r} - T \frac{\partial s}{\partial r} \quad (9.94)$$

Sostituendo tale relazione nell'equazione dell'equilibrio radiale si ricava:

$$\frac{V_t^2}{r} = \frac{\partial h}{\partial r} - T \frac{\partial s}{\partial r} \quad (9.95)$$

Dalla definizione di entalpia totale si ricava inoltre:

$$\frac{\partial h_t}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = \frac{\partial h}{\partial r} + V_{ax} \frac{\partial V_{ax}}{\partial r} + V_t \frac{\partial V_t}{\partial r} \quad (9.96)$$

avendo imposto che la componente radiale della velocità sia nulla. Sostituendo quest'ultima relazione nella precedente si ottiene:

$$\boxed{\frac{\partial h_t}{\partial r} - T \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{V_t^2}{r} + V_{ax} \frac{\partial V_{ax}}{\partial r} + V_t \frac{\partial V_t}{\partial r}} \quad (9.97)$$

Questa equazione va sotto il nome di equazione **NISRE** (Non Isentropic Simple Radial Equilibrium). Imponendo infine l'ipotesi di isentropicità, derivante dall'aver assunto il flusso non viscoso, la relazione precedente diventa:

$$\boxed{\frac{\partial h_t}{\partial r} = \frac{V_t^2}{r} + V_{ax} \frac{\partial V_{ax}}{\partial r} + V_t \frac{\partial V_t}{\partial r}} \quad (9.98)$$

equazione dell'equilibrio radiale isentropico (**ISRE**).

La relazione precedente può quindi essere utilizzata per descrivere l'andamento delle diverse grandezze fluidodinamiche lungo la direzione radiale, e cioè lungo l'altezza di pala, a patto che siano rispettate le ipotesi che ne hanno permesso la derivazione. E' quindi evidente come l'equazione precedente possa essere applicata solo ed esclusivamente su un dominio che non contiene le pale, e quindi a monte e a valle delle schiere.

L'equazione (9.98) è un'equazione differenziale alle derivate parziali del primo ordine, che deve essere applicata sezione per sezione, e cioè in ingresso allo statore, tra statore e rotore e all'uscita del rotore, dove le ipotesi precedenti sono verificate. In ognuna di queste sezioni è necessario effettuare una scelta progettuale, per poter definire l'andamento delle diverse grandezze lungo l'altezza di pala. Esistono diverse possibilità, tra cui quella maggiormente utilizzata consiste nell'imporre che fluido e pala scambino lavoro in maniera indipendente dal raggio, e cioè **L = cost con r**. Con questa ipotesi si ottiene quello che va sotto il nome di **progetto a vortice libero**; infatti, dalla definizione di lavoro di Eulero si ottiene:

$$\boxed{L_{eu} = U(V_{1t} - V_{2t}) = \omega r(V_{1t} - V_{2t}) = \text{cost} \quad \forall r} \quad (9.99)$$

Ma allora deve essere:

$$\boxed{rV_t = \text{cost}} \quad (9.100)$$

condizione che, appunto, corrisponde ad un vortice libero. Fisicamente ciò corrisponde alla conservazione del momento della quantità di moto rispetto all'asse di rotazione. Questa scelta progettuale deve essere applicata in ogni sezione: ingresso statore, ingresso ed uscita rotore.

L'ipotesi di progetto a vortice libero comporta quindi che l'entalpia totale si conservi lungo il raggio, il che porta a semplificare ulteriormente l'equazione ISRE:

$$\frac{V_t^2}{r} + V_{ax} \frac{\partial V_{ax}}{\partial r} + V_t \frac{\partial V_t}{\partial r} = 0 \quad (9.101)$$

Differenziando la relazione (9.100) del vortice libero si ricava:

$$\frac{\partial(rV_t)}{\partial r} = V_t + r \frac{\partial V_t}{\partial r} = 0 \quad (9.102)$$

che, sostituita nella relazione (9.101) fornisce:

$$V_{ax} \frac{\partial V_{ax}}{\partial r} = 0 \quad (9.103)$$

che dice semplicemente che anche la componente assiale della velocità non varia lungo l'altezza di pala:

$$\boxed{V_{ax} = \text{cost con } r} \quad (9.104)$$

che, unita all'ipotesi iniziale di conservazione della componente assiale della velocità in direzione assiale, porta a dire che tale componente della velocità è ovunque la stessa, in ingresso al rotore come in uscita, alla base della pala come all'apice.

L'ipotesi di progettazione a vortice libero, derivante dall'aver imposto che il lavoro scambiato tra fluido e pala si mantenga lo stesso a qualunque raggio, ha come conseguenza la conservazione del prodotto tra raggio e componente tangenziale della velocità e della componente assiale della velocità lungo l'altezza di pala. Tali condizioni permettono, noti i triangoli di velocità ad esempio in mezzeria, calcolati attraverso l'usuale approccio 1D, di calcolarli anche nelle diverse sezioni radiali della macchina.

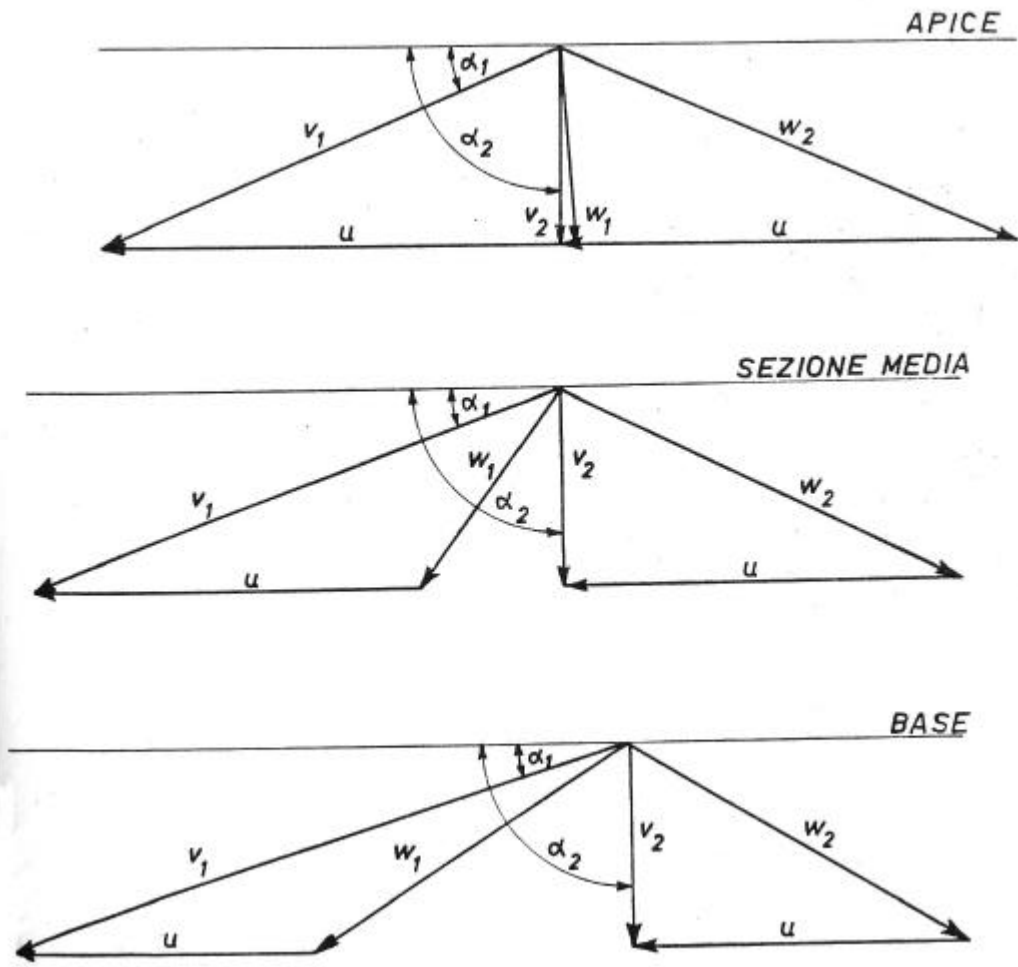


Figura 9.39. Triangoli delle velocità lungo l'altezza di pala.

In particolare, nella sezione 1 tra statore e rotore vale:

$$V_{1t} r = C_1 = \text{cost} \quad (9.105)$$

$$V_{1ax} = \text{cost}$$

Analogamente, nella sezione 2 di uscita dal rotore vale:

$$V_{2t} r = C_2 = \text{cost} \quad (9.106)$$

$$V_{2ax} = \text{cost}$$

In figura 9.39 sono riportati i triangoli delle velocità in tre diverse sezioni dello stadio, e cioè alla base ($r = r_b$), in mezzeria ($r = r_m$) e all'apice della pala ($r = r_a$). Tali triangoli si riferiscono ad un caso ideale, in cui la velocità assoluta allo scarico dello statore V_1 è costante lungo l'altezza di pala, essendo le pale statoriche normalmente cilindriche. E' quindi evidente come, muovendosi dalla base all'apice della pala, la velocità relativa in ingresso al rotore W_1 diminuisca, mentre l'angolo relativo β_1 aumenti. La pala del rotore dovrà allora essere realizzata in maniera tale da avere un angolo variabile con il raggio. In questo caso si dice che la pala è svergolata in ingresso. Se si suppone di voler progettare lo stadio perché funzioni in condizioni di ottimo rendimento, essendo lo stadio ideale, questo porta ad avere la velocità assoluta allo scarico del rotore assiale ($V_2 = V_{2ax}$). Essendo poi il lavoro scambiato costante lungo l'altezza di pala, questa condizione si verificherà ovunque, e quindi alla base, in mezzeria e all'apice. Questa condizione è vantaggiosa in quanto permette di avere un angolo assoluto del flusso in ingresso allo statore successivo, nel caso di stadio intermedio, costante lungo l'altezza di pala, che a sua volta consente di usare pale statoriche non svergolate.

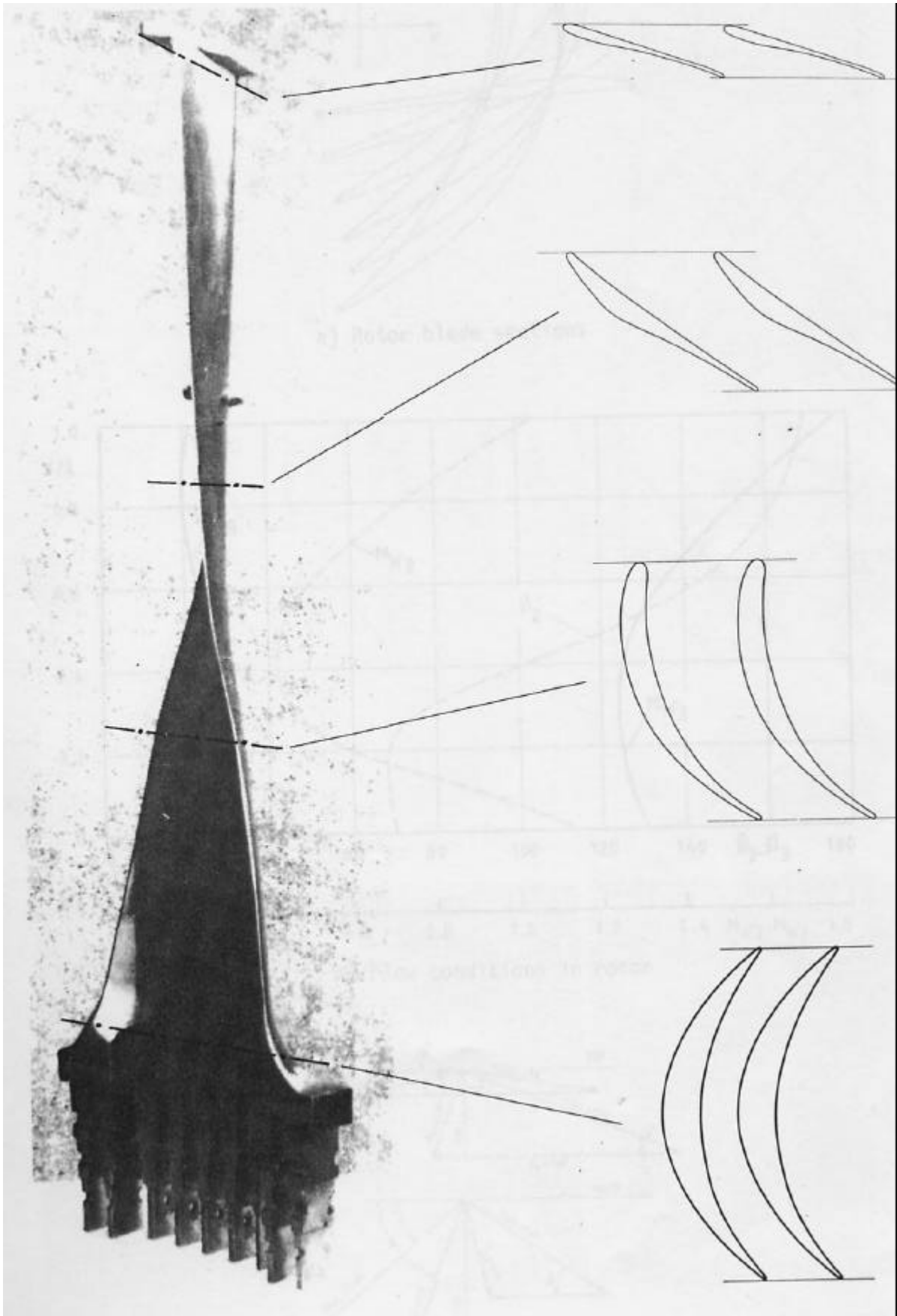


Figura 9.40. Pala rotorica di una turbina a vapore Toshiba ($l = 950 \text{ mm}$, $n = 3600 \text{ rpm}$).

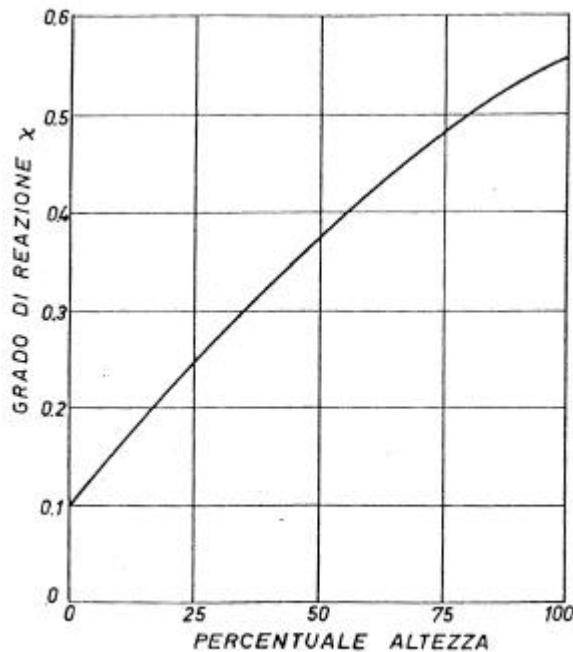


Figura 9.41. Variazione del grado di reazione lungo l'altezza di pala.

Dai triangoli delle velocità di figura 9.39 si vede inoltre che la velocità relativa all'uscita del rotore aumenta con i raggi crescenti, e lo stesso succede per l'angolo β_2 . La pala rotorica sarà allora svergolata anche all'uscita.

La figura 9.40 mostra infine una pala di rotore di bassa pressione dell'altezza di 950 mm, insieme ai profili palari corrispondenti a diverse sezioni della macchina. Si noti che quello qui riportato è un caso estremo, in cui l'altezza di pala è particolarmente elevata.

E' allora evidente che tutte le volte che si hanno variazioni rilevanti della velocità periferica, e cioè elevate altezze di pala, non è più possibile utilizzare l'approccio monodimensionale sulla linea media, ma è necessario tenere conto della tridimensionalità del flusso, ad esempio attraverso la teoria dell'equilibrio radiale e la progettazione a vortice libero. Ciò è vero non solo negli stadi di bassa pressione delle turbine a vapore, ma anche in quelli delle turbine a gas, negli stadi di bassa pressione dei compressori assiali e nelle turbine idrauliche assiali, tipo Kaplan, anche se in tutti questi casi le altezze di pala sono sicuramente minori.

Inoltre, non è più possibile identificare lo stadio attraverso il grado di reazione, in quanto anch'esso varia lungo l'altezza di pala, ed in particolare aumenta con il raggio. Supponendo per semplicità di considerare uno stadio ripetitivo, per cui cioè la velocità assoluta in ingresso allo stator coincide con quella in uscita dal rotore ($V_0 = V_2$), la variazione di entalpia totale a cavallo dello stadio, che equivale al lavoro di Eulero, coincide con la variazione di entalpia statica. Assunto che si conservi ovunque la componente assiale della velocità, il grado di reazione diventa:

$$c = 1 - \frac{\Delta h_{s,st}}{L_{eu}} = 1 - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2wr(V_{1t} - V_{2t})} = 1 - \frac{V_{1t}^2 - V_{2t}^2}{2wr(V_{1t} - V_{2t})} = 1 - \frac{V_{1t} + V_{2t}}{2wr} \quad (9.107)$$

Introducendo la condizione di vortice libero (9.105) e (9.106) si ottiene:

$$c = 1 - \frac{C_1 + C_2}{2wr^2} \quad (9.108)$$

relazione riportata in figura 9.41, dove, al posto del raggio, il grado di reazione è diagrammato in funzione della percentuale dell'altezza di pala.

In fase di progettazione è buona norma fissare un grado di reazione pari a 0 o leggermente positivo alla base, e procedere quindi utilizzando il progetto a vortice libero alla definizione dei triangoli di velocità e del grado di reazione nelle sezioni a raggio maggiore. Se infatti si impone il grado di reazione ad esempio in mezzeria, ci sarebbe il rischio di ritrovarsi un grado di reazione negativo alla base, con conseguente ricomprensione del fluido. Se allora si fissa $\chi = 0$ alla base, cioè per $r = r_b$, la relazione che descrive la variazione del grado di reazione con il raggio diventa:

$$\boxed{c(r) = 1 - \left(\frac{r_b}{r}\right)^2} \quad (9.109)$$

ed il grado di reazione risulterà ovunque positivo.

9.10. Perdite nelle turbine a vapore

Nei paragrafi precedenti si è visto come, nel caso ideale, l'unica perdita che ha luogo negli stadi di turbina ad azione, così come in quelli a reazione, è l'energia cinetica allo scarico. Passando al caso reale, si è visto come a questa perdita si aggiungano altri tipi di perdita. Nel caso di approccio monodimensionale al singolo stadio, queste perdite sono legate all'evoluzione dello strato limite sulle superfici palari; l'entità della dissipazione è funzione del quadrato della velocità e dell'angolo di deflessione che il fluido subisce nell'attraversamento delle schiere statorica e rotorica, oltre che dell'angolo di incidenza del flusso sul profilo, angolo che, nell'analisi condotta nei paragrafi precedenti è sempre stato supposto nullo.

Nella realtà il flusso all'interno di una macchina multistadio come una turbina a vapore, è molto più complesso, e le perdite che il fluido subisce nel suo attraversamento sono la conseguenza di svariati fenomeni, tra cui la non idealità del fluido, la presenza della viscosità, la tridimensionalità del flusso e la sua instazionarietà, tutti aspetti che vanno a modificare le prestazioni della macchina.

La valutazione rigorosa delle perdite richiederebbe quindi una trattazione 3D assai complessa e onerosa da un punto di vista computazionale. E' tuttavia possibile utilizzare correlazioni sperimentali che consentono di ottenere dei coefficienti di perdita di energia ζ che permettono di correggere i risultati dell'analisi 1D, ottenendo quindi informazioni che meglio approssimano la realtà.

Le possibili perdite che hanno luogo all'interno di una turbina a vapore, e che quindi ne influenzano il rendimento complessivo, possono essere così elencate:

1. **Perdite fluidodinamiche 2D:** esse sono legate allo sviluppo dello strato limite sulle superfici palari. Per effetto di tali perdite si verifica un decadimento di energia meccanica in energia termica, con un conseguente aumento di entropia. Esse sono influenzate da diversi parametri, quali il numero di Reynolds, il numero di Mach, l'intensità di turbolenza del flusso, la rugosità superficiale, il rapporto tra lo spessore del bordo d'uscita delle pale e la corda, il rapporto passo - corda, l'angolo di incidenza e l'angolo di deflessione:

$$z_{2D} = f\left(\text{Re}, M, Tu, \frac{t_e}{c}, \frac{t}{c}, i, \Delta b\right) \quad (9.110)$$

2. **Perdite fluidodinamiche 3D:** ad esse contribuiscono i flussi secondari e i giochi radiali. I flussi secondari, cioè la presenza di una componente di velocità in direzione radiale non nulla, è una conseguenza dell'interazione tra lo strato limite che evolve sulle pareti laterali dei canali, e cioè cassa e mozzo, e le pale. Esiste quindi un'energia cinetica detta secondaria, associata a questa componente radiale della velocità, energia che non partecipa allo scambio di lavoro con la macchina (si ricorda che gli scambi di lavoro avvengono nel piano intrapalare), e che quindi risulta persa. Questa perdita secondaria è tanto maggiore quanto

più è piccolo il rapporto l/c tra altezza di pala e corda. Il secondo aspetto riguarda invece l'influenza della presenza dei giochi radiali sulla struttura del campo di moto. Innanzitutto, la portata di fluido che passa nei giochi non lavora correttamente, in quanto non scambia correttamente lavoro con le palettature rotoriche. Inoltre, i giochi radiali influenzano l'andamento degli angoli del flusso in prossimità dell'apice delle pale, e quindi modificano l'angolo di incidenza. Le perdite saranno tanto maggiori quanto più la pala è piccola.

3. **Perdite per instazionarietà:** tali perdite sono legate alla natura non stazionaria del flusso all'interno della turbina, dovuta al moto relativo tra rotore e statore. Il rotore infatti si troverà in ingresso un flusso che, nel sistema assoluto, non è uniforme in senso circonferenziale, per la presenza delle scie rilasciate dalle pale dello statore. Nel moto relativo quindi, il rotore vedrà passarsi davanti periodicamente le scie dello statore, risultandone un flusso periodico in ingresso. Ovviamente, in una configurazione multistadio tutto risulta molto più complesso, per il trasporto a valle delle scie delle schiere precedenti.
4. **Perdite per trafileamenti:** si distingue tra fughe esterne e fughe interne. Nel primo caso, esistendo una differenza di pressione tra l'interno della macchina e l'ambiente esterno, se la pressione all'esterno è minore ci saranno fughe di vapore verso l'esterno attraverso le inevitabili imperfezioni che comunque esistono nelle tenute all'albero. Le fughe interne avvengono invece tra schiera e schiera, a causa della presenza dei giochi radiali. Porzioni di vapore tendono a by-passare le schiere attraverso i giochi, anche quando siano presenti tenute all'apice o sull'albero.
5. **Perdite per ventilazione:** tali perdite si hanno in presenza di parzializzazione, e sono legate al fatto che ci sono porzioni del rotore che non sono investite dalla corrente fluida, ma ruotano immerse nel vapore che riempie l'ambiente.
6. **Perdite per attrito sui dischi:** le parti rotanti non a diretto contatto con il fluido comportano resistenze passive che non vengono tenute in considerazione nel bilancio dello stadio. Nelle intercapedini tra i dischi in rotazione relativa si creano dei moti passivi del vapore, che dissipano potenza a spese di quanto il vapore ha ceduto al rotore. Queste perdite si hanno nelle turbine a dischi, cioè in cui le pale dei rotori sono montate all'estremità di dischi calettati sull'albero, configurazione tipica per le turbine a reazione (figura 9.2). Le macchine ad azione utilizzano la configurazione a tamburo, con le pale rotoriche calettate tutte su un unico tamburo.
7. **Perdite per vapore umido:** sono presenti in bassa pressione, dove il titolo del vapore è minore di 1. In queste condizioni il vapore comincia a condensare, formando delle goccioline di liquido all'interno della corrente gassosa. Tali goccioline presentano una densità nettamente maggiore rispetto a quella del vapore che le circonda, e quindi un'inerzia maggiore. Esse quindi esercitano un'azione frenante sul fluido che le circonda, oltre all'azione erosiva sulle superfici metalliche.

Tutte queste perdite contribuiscono al valore finale del rendimento della turbina, che quindi risulterà nella realtà inferiore rispetto al rendimento del singolo stadio ricavato attraverso l'approccio monodimensionale. Gli stadi delle turbine a vapore di grossa taglia possono raggiungere rendimenti dell'ordine del 90%, valore che si riduce riducendo la taglia della macchina. Si ricorda infine che gli stadi di alta pressione presentano rendimenti inferiori rispetto a quelli di bassa pressione.

Bibliografia:

Macchine a fluido bifase, C. Casci, Ed. Masson Italia Editori
Macchine Termiche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino

CAPITOLO 10

TURBINE A GAS

10.1. Introduzione

Le turbine a gas nella loro forma moderna furono concepite e brevettate intorno al 1890. E' tuttavia solo alla fine degli anni '30 che se ne hanno le prime realizzazioni pratiche. Infatti, i rendimenti troppo bassi dei componenti, turbina e compressore, utilizzati nei primi prototipi così come le limitate temperature massime del ciclo imposte dai materiali allora disponibili, rendevano non conveniente, se non addirittura inutile, un loro utilizzo.

Il primo impianto per la produzione di energia elettrica basato su un ciclo a gas fu realizzato nel 1939 in Svizzera dalla Brown-Boveri. Fu però lo sviluppo di motori per aerei militari a dare la spinta decisiva al miglioramento di queste macchine. Il primo motore aeronautico basato sulla tecnologia delle turbine a gas lo si deve a Whittle, che lo realizzò nel 1939 in Inghilterra. La figura 10.1 ne riporta un semplice schema di funzionamento. Un compressore, in questo caso centrifugo mono-stadio, aspira aria dall'ambiente attraverso un condotto opportunamente sagomato, la comprime e quindi la invia in camera di combustione. Qui, grazie all'iniezione di combustibile attraverso opportuni ugelli, avviene la combustione. I prodotti della combustione, ad alta pressione e temperatura, espandono in una turbina (in questo esempio assiale bi-stadio), per poi essere scaricati in atmosfera attraverso un ugello. I principali componenti della turbina a gas sono quindi: il compressore, la camera di combustione e la turbina. Nel caso di applicazione aeronautica, ai precedenti si aggiungono i condotti di aspirazione, a monte del compressore, e l'ugello allo scarico della turbina, elementi che, come sarà chiarito nel seguito, contribuiscono alla generazione della spinta necessaria al sostentamento ed avanzamento del velivolo.

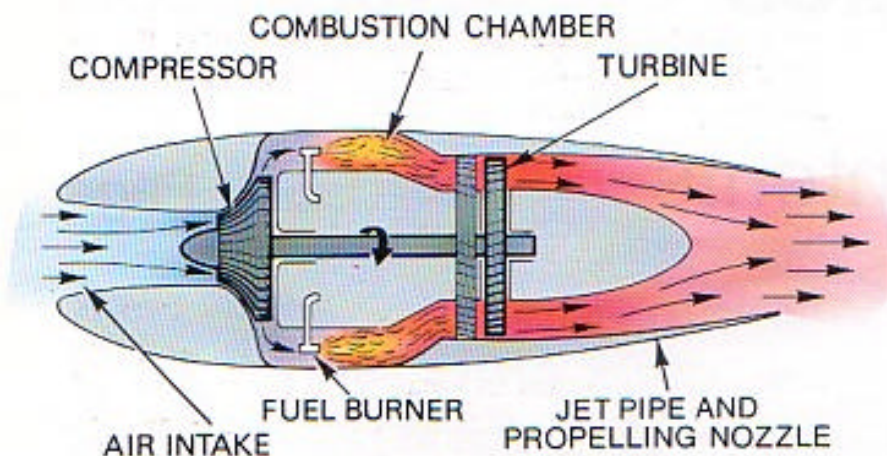


Figura 10.1. Schema della turbina a gas di Whittle.

Parallelamente agli studi Inglesi, anche la Germania stava sviluppando la medesima tecnologia: fu la prima nazione a produrre e ad utilizzare un caccia militare funzionante grazie ad un motore a reazione. Il motore utilizzato, il Jumo004, fu sviluppato e migliorato durante tutta la seconda guerra mondiale; malgrado ciò esso non fu mai in grado di superare le 12h di funzionamento. Il rapporto di compressione era circa pari a 3, mentre il rendimento politropico del compressore non superava il

valore di 0.82. Lo sviluppo di questi motori subì una brusca impennata solo nel dopoguerra, grazie a ingenti stanziamenti militari, specialmente in Inghilterra e negli Stati Uniti.

E' opportuno sottolineare come lo sviluppo del turbogas, così come l'ottenimento di prestazioni soddisfacenti, sia stato fortemente influenzato dalla capacità, da un lato di realizzare compressori con elevati rapporti di compressione e rendimenti sufficientemente alti, e dall'altro di costruire turbine in grado di sopportare temperature elevate. A differenza infatti degli impianti a vapore, negli impianti turbogas la presenza di un gas sia in fase di compressione che di espansione fa sì che i relativi lavori siano dello stesso ordine di grandezza, rendendo l'effetto utile, e cioè la loro differenza, fortemente influenzato dalle prestazioni delle macchine e dalle condizioni di funzionamento dell'intero sistema. Ciò non avviene negli impianti a vapore, dove la diversa natura del fluido presente nelle fasi di espansione (vapore surriscaldato) e di pompaggio (acqua allo stato liquido) fa sì che il lavoro richiesto per la compressione del liquido sia trascurabile rispetto a quello fornito dalla turbina, risultandone un sicuro effetto utile, anche in presenza di macchine a limitato rendimento e di temperature massime del ciclo ampiamente sopportabili dagli acciai comuni.

La figura 10.2 mostra l'evoluzione tecnologica dei turbogas a partire dal dopoguerra. In entrambi i grafici viene mostrato l'andamento nel corso degli anni della temperatura in ingresso in turbina, che rappresenta la massima temperatura raggiunta nel ciclo. Tale temperatura è un indice del livello tecnologico raggiunto e, come sarà chiarito nel seguito, dell'aumento delle prestazioni dell'intero motore.

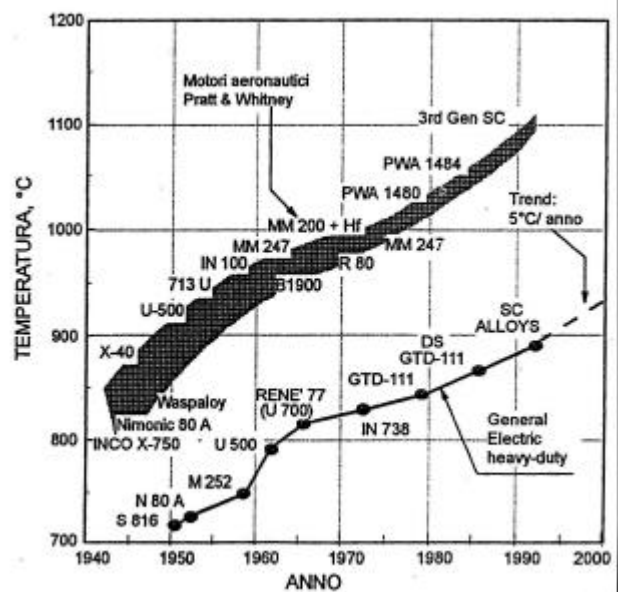
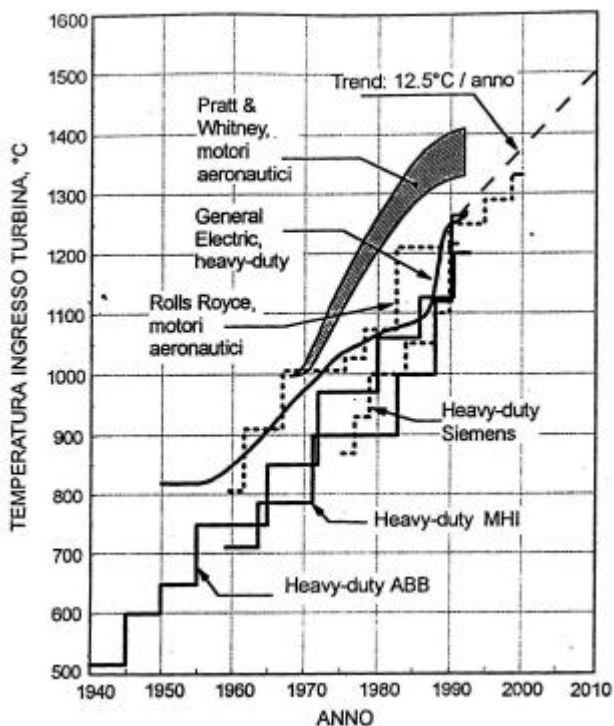


Figura 10.2. Evoluzione dei gruppi Turbogas per applicazioni aeronautiche e terrestri.

Innanzitutto si individuano due famiglie principali di motori: i turbogas per applicazioni aeronautiche e quelli "heavy-duty", questi ultimi espressamente progettati per la generazione di potenza elettrica. Come si nota, queste due famiglie di macchine si differenziano per i livelli di temperatura, con le heavy-duty caratterizzate da temperature in ingresso in turbina inferiori. E' interessante notare inoltre come possa essere individuato un trend nell'aumento della temperatura in ingresso in turbina, maggiore per le macchine aeronautiche (12.5 °C all'anno) che per le heavy-duty (5 °C all'anno). Tutto ciò può essere facilmente spiegato se si pensa ai forti investimenti nella

ricerca in campo aeronautico nel settore militare, i cui frutti si risentono solo a posteriori in campo terrestre. Inoltre, a differenza dei motori per aerei, i motori heavy-duty devono funzionare per un elevato numero di ore nell'arco dell'anno (tipicamente intorno alle 8000 ore/anno). Ciò fa sì che essi risultino più robusti, operando in condizioni di funzionamento meno spinte.

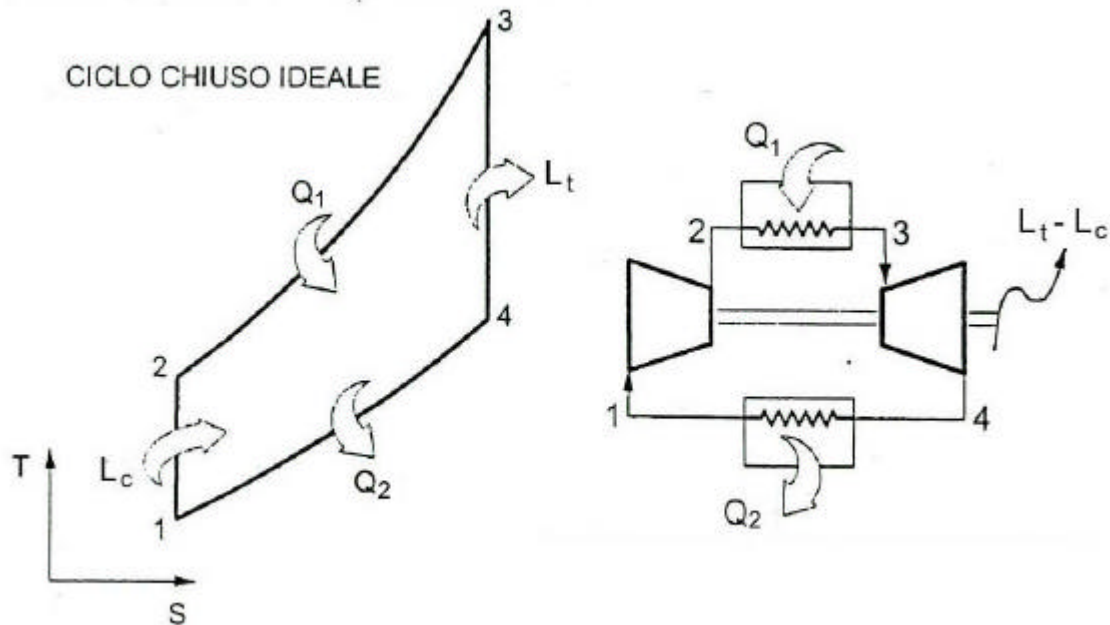


Figura 10.3. Ciclo Joule-Bryton chiuso ideale – diagramma (T-s).

10.2. Ciclo Joule-Brayton ideale

Il ciclo termodinamico su cui si basano le turbine a gas è il **ciclo Joule-Brayton**, rappresentato graficamente sul piano (T,s) in figura 10.3. In figura 10.3 è inoltre fornito uno schema del lay-out dell'impianto. Si nota come l'impianto turbogas, in questo caso ideale, sia costituito da due macchine, compressore e turbina, e da due scambiatori di calore. Compressore e turbina sono calettati su un unico albero, connesso all'alternatore per la generazione di potenza elettrica. Il ciclo termodinamico è quindi composto, nel caso ideale, da due trasformazioni isobare unite da due trasformazioni isentropiche. Le ipotesi su cui si fonda sono le seguenti:

- ciclo chiuso, e quindi la portata di fluido che attraversa i diversi componenti è sempre la stessa;
- fluido di lavoro gas perfetto a C_p costante;
- macchine ideali, e quindi trasformazioni nelle macchine, turbina e compressore, adiabatiche reversibili;
- assenza di perdite di carico nei condotti di collegamento e negli scambiatori di calore;
- assenza di perdite di calore verso l'esterno.

Con queste ipotesi, il fluido di lavoro, tipicamente aria, viene aspirato dal compressore ($\eta_{C,ad} = 1$) nelle condizioni 1, e compresso isentropicamente fino alla pressione p_2 . Alla fine della compressione (punto 2 in figura 10.3) ha luogo l'introduzione di calore a pressione costante in uno scambiatore di calore, che porta il fluido dalla temperatura T_2 alla temperatura T_3 . Dal punto 3 il fluido inizia un'espansione isoentropica in turbina ($\eta_{T,ad} = 1$) che lo riporta, nel punto 4, alla pressione p_1 . Infine si ha un raffreddamento isobaro con cessione di calore ad una sorgente a bassa temperatura in un secondo scambiatore di calore, che riporta il fluido nelle condizioni iniziali al punto 1.

Si fa notare come il ciclo termodinamico possa venire in maniera pressoché equivalente rappresentato anche sul piano entalpico (h,s), essendo per un gas perfetto $dh = C_p \cdot dT$, ed in più C_p costante.

Il ciclo chiuso ideale nella realtà non viene realizzato praticamente mai, in quanto richiede scambiatori di calore con superfici molto estese (trattandosi di scambiatori gas/gas). Ricordando che lo sviluppo di tale motore si è verificato per applicazioni aeronautiche, dove il rapporto potenza/peso è di vitale importanza, si capisce immediatamente come questa soluzione non sia stata mai realizzata, ma unicamente utilizzata come modellazione teorica. Nella realtà, la soluzione adottata è quella di realizzare un ciclo aperto, in cui al posto dello scambiatore ad alta temperatura è presente una camera di combustione, e la trasformazione 4-1 è realizzata dall'atmosfera, così come rappresentato in figura 10.4. Il compressore aspira aria dall'ambiente (punto 1), la comprime e quindi entra in camera di combustione (punto 2), dove viene iniettato del combustibile. Grazie alla combustione, in ingresso in turbina (punto 3) si presenta un gas, composto dai prodotti della combustione, che ha una portata maggiore dell'aria aspirata dal compressore ed una composizione diversa. Allo scarico della turbina i fumi vengono semplicemente rilasciati in atmosfera (punto 4).

L'approccio di ciclo chiuso è tuttavia accettabile in prima approssimazione se si assume che la portata di combustibile sia piccola rispetto alla portata d'aria, così che si possa con buona approssimazione ritenere la portata ovunque costante. Un'ulteriore ipotesi è quella di introdurre una trasformazione fittizia 4-1 che permetta di chiudere il ciclo. E' infatti opportuno ricordare che, a rigori, è possibile definire un rendimento solo ed esclusivamente nel caso di ciclo chiuso.

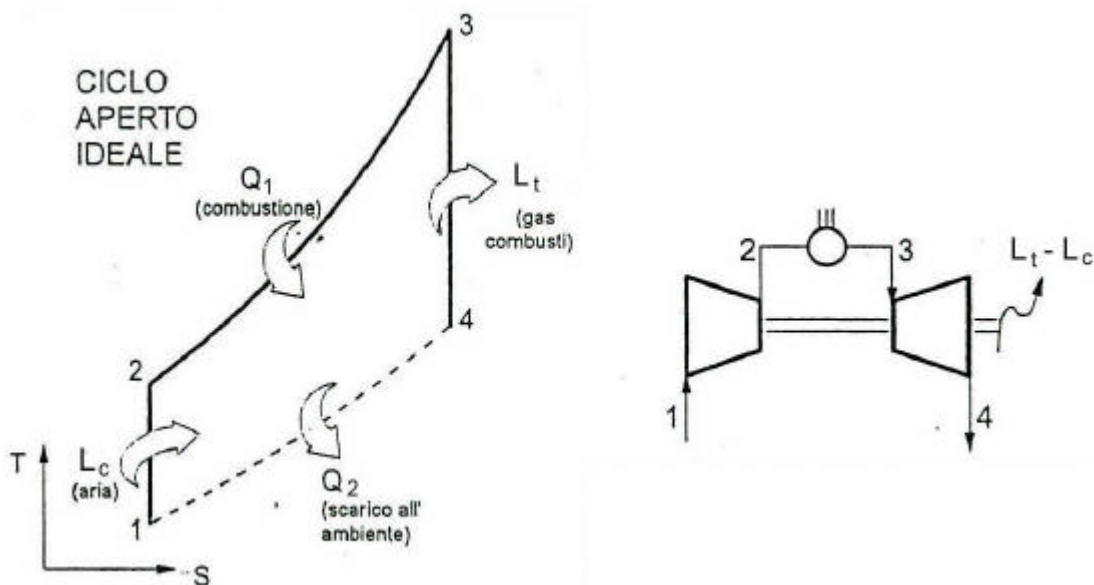


Figura 10.4. Ciclo Joule-Bryton aperto ideale.

10.2.1. Prestazioni del ciclo chiuso ideale

Le prestazioni vengono fornite in termini di rendimento e di lavoro del ciclo.

Come si può facilmente vedere dal grafico in figura 10.4, la differenza (positiva) tra il lavoro fornito dalla turbina (L_t) e quello richiesto dal compressore (L_c) è data dal fatto che le due isobare sono divergenti. Infatti, ricordando l'espressione del lavoro ideale:

$$L = \int v \cdot dp \tag{10.1}$$

a pari differenza di pressione (dp), comprimere a bassa temperatura richiede meno lavoro di quello che si ricava dall'espansione ad alta temperatura per la differenza dei volumi specifici. Si ricordi inoltre che il calore entrante nel ciclo Q_1 vale:

$$Q_1 = \int_2^3 T ds = \int_2^3 C_p dT \quad (10.2)$$

mentre quello uscente Q_2 è dato da:

$$Q_2 = \int_1^4 T ds = \int_1^4 C_p dT \quad (10.3)$$

La differenza tra i due lavori, di espansione e di compressione, costituisce il **lavoro utile** L_u che, nel diagramma (T,s), può essere rappresentato come l'area racchiusa dal ciclo.

Il **rendimento** del ciclo ideale può quindi essere scritto come:

$$h = \frac{L_u}{Q_1} = \frac{L_T - L_C}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (10.4)$$

Tenuto conto delle relazioni (10.2) e (10.3), e nell'ipotesi di C_p costante si ha :

$$h = 1 - \frac{C_p \cdot (T_4 - T_1)}{C_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \quad (10.5)$$

Ricordando che le due trasformazioni di compressione ed espansione sono adiabatiche reversibili, e quindi isentropiche, per cui vale:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{g-1}{g}} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{g-1}{g}} = \frac{T_3}{T_4} \quad (10.6)$$

si ottiene:

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \quad (10.7)$$

risultato prevedibile, trattandosi di un ciclo simmetrico. Sostituendo quindi quanto appena trovato nell'espressione (10.5) si ricava:

$$h_{id} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\left(\frac{g-1}{g}\right)} \quad (10.8)$$

Denominando infine $\beta = p_2/p_1$ **rapporto di compressione**, l'espressione del rendimento risulterà:

$$h_{id} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{g-1}{g}}} \quad (10.9)$$

Il rendimento del ciclo ideale dipende quindi unicamente dal rapporto di compressione (β) e dal tipo di gas (?).

La figura 10.5 mostra l'andamento del rendimento del ciclo a gas ideale in funzione del rapporto di compressione, al variare del tipo di gas, ed in particolare per gas mono e biatomici e a molecola complessa. Come si può vedere, il rendimento aumenta all'aumentare di β , tendendo all'unità per $\beta \rightarrow \infty$, mentre sarà maggiore per gas monoatomici ($? = 1.6$) piuttosto che biatomici ($? = 1.4$) o triatomici ($? = 1.33$).

Un'altra grandezza fondamentale che caratterizza il ciclo è il lavoro utile o specifico, dato dalla differenza tra i lavori scambiati dalla turbina e dal compressore:

$$L_u = L_t - L_c \quad (10.10)$$

Tenuto conto dell'espressione del rendimento testé ricavata, si ottiene:

$$L_{u,s} = h_{id} Q_1 = \left(1 - \frac{1}{b^{\frac{g-1}{g}}} \right) \cdot C_p (T_3 - T_2) \quad (10.11)$$

Riscrivendo la relazione precedente esplicitando la dipendenza dal rapporto di compressione e dal rapporto tra la temperatura massima e minima del ciclo, si arriva alla formulazione seguente:

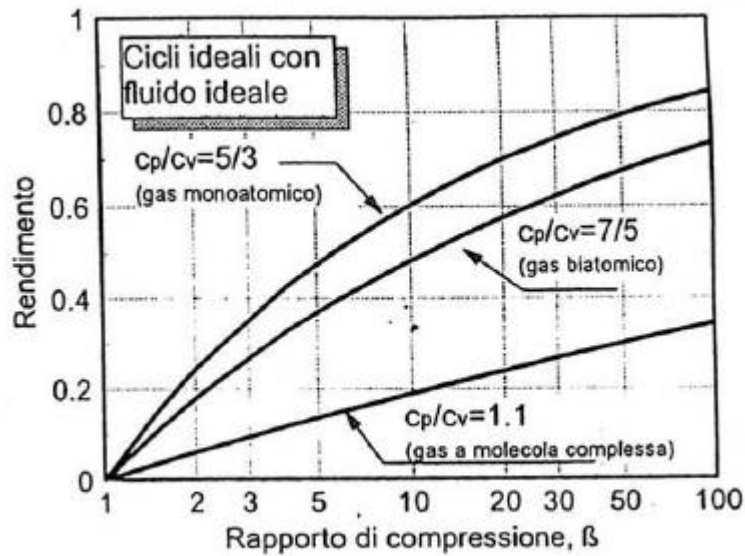


Figura 10.5. Andamento del rendimento del ciclo a gas ideale in funzione del rapporto di compressione per diversi tipi di gas.

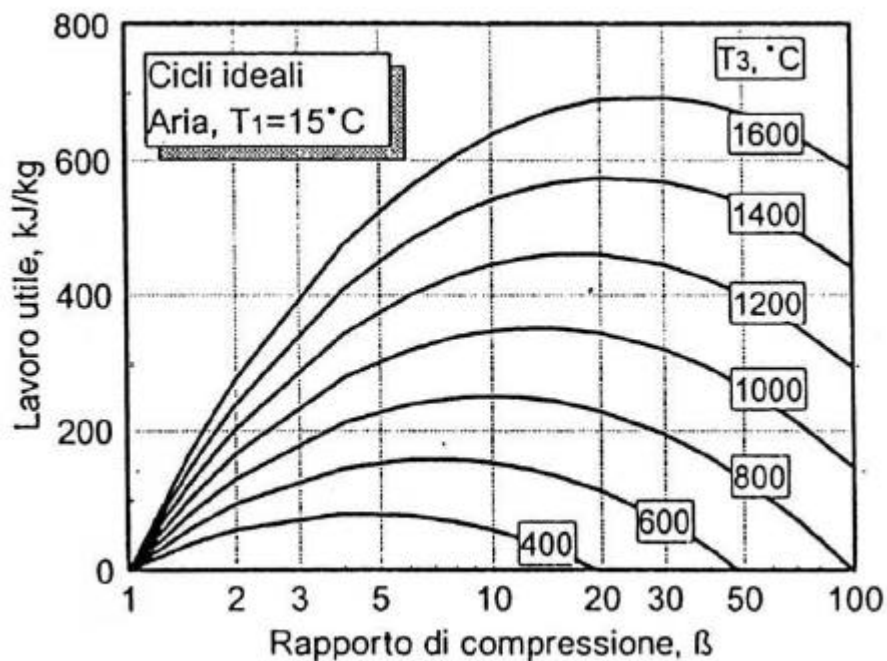


Figura 10.6. Andamento del Lavoro specifico del ciclo a gas ideale in funzione del rapporto di compressione per diverse temperature massime del ciclo.

$$L_{u,s} = \left(1 - \frac{1}{b^{\frac{g-1}{g}}} \right) \cdot \frac{gRT_1}{g-1} \left(\frac{T_3}{T_1} - b^{\frac{g-1}{g}} \right) \quad (10.12)$$

La figura 10.6 riporta l'andamento del lavoro specifico nel caso dell'aria ($\gamma = 1.4$) in funzione del rapporto di compressione, fissata la temperatura in ingresso al compressore T_1 , e per valori discreti della temperatura in ingresso in turbina T_3 . Ovviamente il lavoro utile è nullo per $\beta = 1$; al crescere di β esso aumenta fino a raggiungere un massimo, per poi diminuire nuovamente fino ad annullarsi per valori di β pari a $(T_3/T_1)^{g/(g-1)}$, condizione in cui il rendimento del ciclo è massimo e pari a quello di Carnot. Tale andamento si ripete identico al variare della massima temperatura del ciclo, con il lavoro specifico che cresce in maniera monotona all'aumentare di T_3 . Si nota inoltre come, al crescere di T_3 il massimo lavoro specifico aumenti, così come il valore di β a cui si verifica. La condizione di massimo lavoro utile può essere facilmente ricavata calcolando la derivata del lavoro utile rispetto al rapporto di compressione, e ponendo uguale a zero il risultato:

$$\frac{\partial L_u}{\partial b} = 0 \quad (10.13)$$

Svolgendo i calcoli si ottiene che la condizione di massimo lavoro utile corrisponde a:

$$b_{L_{MAX}} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{g}{2(g-1)}} \quad (10.14)$$

E' facile dimostrare che, in queste condizioni, le temperature del ciclo T_2 e T_4 risultano uguali:

$$b^{\frac{g-1}{g}} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \rightarrow T_2 = T_4 = \sqrt{T_1 \cdot T_3} \quad (10.15)$$

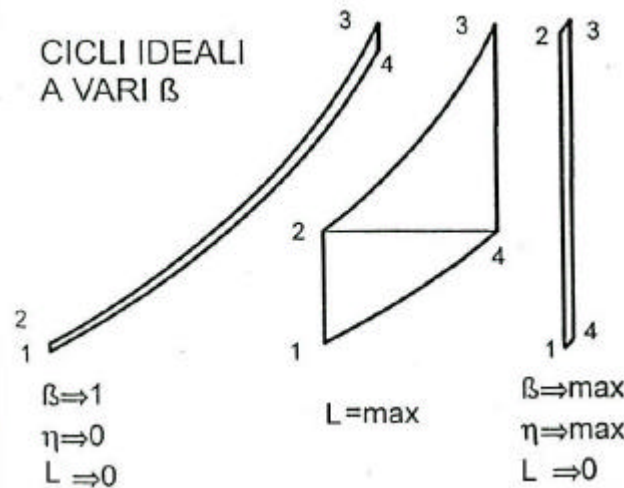


Figura 10.7. Influenza del rapporto di compressione, fissate T_{max} e T_{min} costanti.

Il comportamento fin qui evidenziato può essere chiarito pensando alla forma che il ciclo assume al variare del rapporto di compressione, fissata la T_3 . Con riferimento alla figura 10.7, ricordando che, nel caso ideale, l'area del ciclo è equivalente al lavoro utile, si può vedere come, all'aumentare di β , il ciclo inizialmente aumenti la propria area; questa raggiunge un massimo e quindi, ad un'ulteriore aumento del rapporto di compressione, tende nuovamente a ridursi.

Come si è detto, idealmente il lavoro utile è nullo per $\beta = 1$ e $b = (T_3/T_1)^{g/(g-1)}$. Si può infatti facilmente osservare come, al primo caso corrisponda $d\beta \rightarrow 0$, mentre al secondo corrisponda $ds \rightarrow 0$. In entrambe le situazioni il ciclo degenera ad una situazione limite per la quale non vi è produzione di lavoro utile.

La diversa dipendenza del lavoro specifico e del rendimento del ciclo da β , rende impossibile massimizzare entrambi in fase di progetto. Ciò è reso evidente dal grafico di figura 10.8, in cui vengono diagrammati insieme gli andamenti del rendimento e del lavoro utile del ciclo in funzione del rapporto di compressione, fissate le temperature minima e massima. Come si può vedere il rapporto di compressione che massimizza il lavoro specifico non è il medesimo che massimizza il rendimento. Questi infatti continua a crescere con β ed è limitato solamente dalla temperatura massima T_3 .

La zona tratteggiata non risulta praticabile in quanto si supererebbe il massimo valore della temperatura T_3 , valore imposto dai limiti tecnologici per la resistenza meccanica e termica dei materiali utilizzati. Inoltre, per valori maggiori del rapporto di compressione si violerebbero i principi della termodinamica, in quanto si avrebbe un ciclo con rendimento maggiore di quello di Carnot.

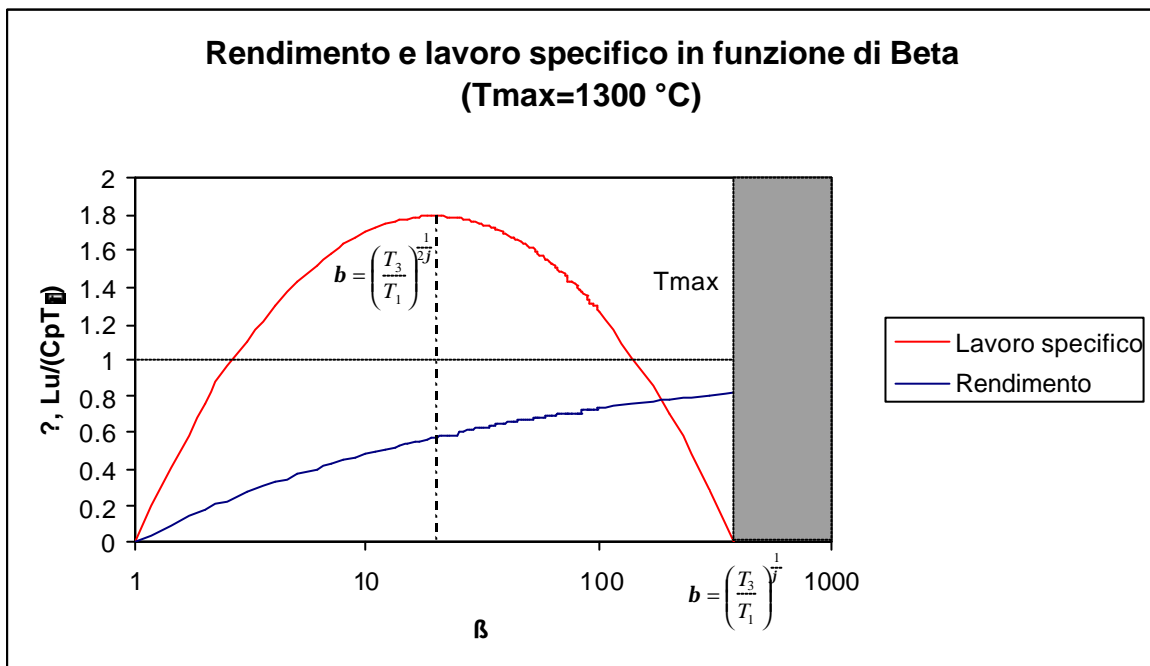


Figura 10.8. – Lavoro specifico e rendimento al variare di b

L'analisi fin qui condotta è valida a rigori solo nel caso di ciclo chiuso ideale, in cui cioè le macchine sono ideali e la portata risulta costante e di composizione invariata in ogni componente. E' possibile estendere con buona approssimazione i risultati appena ottenuti anche al caso di ciclo aperto ideale, a patto di ritenere trascurabile la portata di combustibile iniettata in camera di combustione rispetto a quella di aria aspirata dal compressore. Va però notato come il passaggio da ciclo chiuso a ciclo aperto, e la sostituzione dello scambiatore di calore ad alta temperatura con la camera di combustione faccia sì che cambi la composizione del fluido evolvente nei diversi componenti (aria nel compressore, prodotti della combustione in turbina), e quindi varino anche i calori specifici e il γ . Se si ripete l'analisi precedente nel caso di ciclo aperto ideale, in cui però si tiene conto della variazione di portata e composizione nei diversi componenti, il rendimento del ciclo diminuisce (essendo γ minore in fase di espansione rispetto alla compressione), mentre il

lavoro utile aumenta (essendo C_p maggiore per i prodotti della combustione che per l'aria, ed essendo la portata in turbina maggiore rispetto a quella evolvente nel compressore).

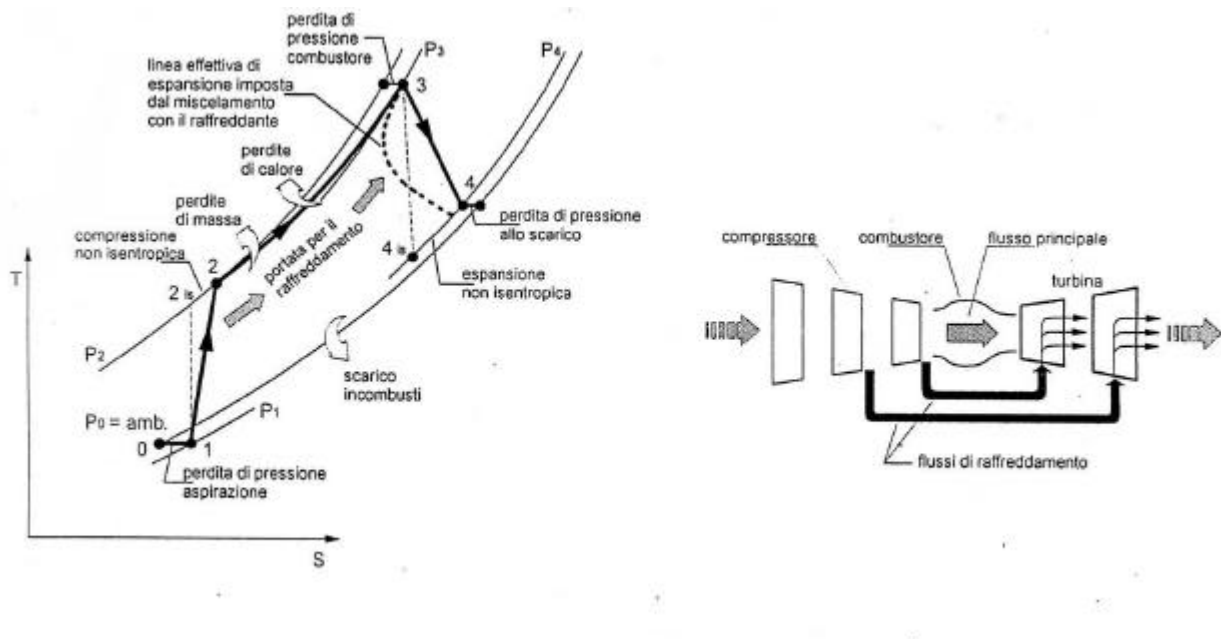


Figura 10.9 Ciclo a gas reale.

10.3. Ciclo a gas reale

Il ciclo reale tiene conto del comportamento reale dei diversi componenti costituenti il ciclo a gas, e cioè delle perdite che si verificano all'interno delle turbomacchine, nella camera di combustione e nei condotti di collegamento. Con riferimento alla figura 10.9, è possibile identificare le seguenti perdite:

- **In Aspirazione:** sono perdite di carico generate dai condotti di aspirazione e dai filtri presenti all'ingresso dei compressori. Questi hanno lo scopo di mantenere il più pulita possibile l'aria aspirata dal turbogas. Si tiene conto di queste perdite considerando la pressione di inizio compressione più bassa rispetto a quella atmosferica, e la trasformazione che l'aria subisce nell'attraversamento dei filtri una laminazione isoentalpica.
- **In fase di compressione:** sono dovute agli attriti tra il fluido di lavoro e la macchina. Causano un aumento di temperatura e, conseguentemente, di entropia allo scarico del compressore. Vengono tenute in considerazione tramite un rendimento di compressione ($\eta_{y,c}$ politropico o $\eta_{ad,c}$ adiabatico).
- **In camera di combustione:** sempre a causa di attriti si hanno perdite di carico che riducono leggermente la pressione rispetto al processo isobaro. Altre perdite presenti riguardano le dispersioni termiche: per quanto la combustione sia rapida, il processo non sarà completamente adiabatico. Si deve quindi tener conto di alcune perdite di calore verso l'esterno. Sono introdotte quindi, nel tratto 23 una caduta di pressione $\pi = p_3/p_2$ ed un rendimento di combustione η_b .
- **In fase di espansione:** perdite per attrito si verificano anche nella turbina. Anche in questo caso se ne tiene conto introducendo il rendimento di espansione ($\eta_{y,t}$ politropico o $\eta_{ad,t}$ adiabatico).
- **Perdite per raffreddamento:** la turbina si trova a lavorare a temperature estremamente elevate, ben maggiori rispetto a quelle che i materiali di cui è costituita sono in grado di

soportare. Per questa ragione parte dell'aria all'uscita del compressore bypassa la camera di combustione e viene direttamente inviata a raffreddare gli stadi iniziali della turbina. Tale aria non partecipa completamente all'espansione, risultando quindi in parte persa.

- **Allo scarico:** analogamente all'aspirazione anche allo scarico ci saranno perdite di carico. La pressione di scarico sarà quindi leggermente superiore rispetto a quella atmosferica.
- **Perdite meccaniche ed elettriche:** si tratta delle perdite negli organi di trasmissione e nell'alternatore, di cui si tiene conto attraverso l'utilizzo di un rendimento meccanico η_m ed elettrico η_{el} .

Tutte le perdite di carico che avvengono in fase di aspirazione, in camera di combustione ed allo scarico hanno come effetto quello di penalizzare il rendimento del ciclo. Le perdite di aspirazione nel tratto 01, dovute ai filtri fanno sì che la pressione di inizio compressione sia inferiore a quella atmosferica. In genere l'ordine di grandezza delle Δp_{01} è intorno ai 100-150 mmH₂O.

Quelle che si verificano in camera di combustione sono solitamente valutate in termini percentuali rispetto alla pressione di ingresso: sono da aspettarsi p_3/p_2 pari a circa 0.98-0.99.

Infine le perdite allo scarico possono essere rilevanti se è presente una caldaia a recupero, cioè una caldaia in cui il calore contenuto nei fumi in uscita dal turbogas viene utilizzato per produrre vapore. Se infatti questa viene utilizzata allo scopo di recuperare il calore dei fumi ci si devono aspettare Δp_{45} che raggiungono facilmente i 250-300 mmH₂O; contrariamente nel ciclo semplice queste difficilmente superano i 100 mmH₂O.

Le più importanti nel penalizzare il rendimento complessivo del ciclo sono però sicuramente quelle fluidodinamiche all'interno di compressore e turbina. Nel diagramma riportato in figura 10.9 è possibile vedere come il ciclo ideale si modifichi qualora compressore e turbina siano considerati macchine reali e, conseguentemente, dotate di un rendimento inferiore all'unità. I punti 2 e 4 risultano spostati verso destra in seguito all'aumento di temperatura (e di entropia) che si verifica a causa degli attriti tra fluido e macchina.

Per definire le prestazioni del ciclo a gas reale, avendo portate diverse e di differente composizione, nei diversi elementi dell'impianto, non è più possibile ragionare in termini di lavoro utile ma è necessario riferirsi alla potenza. In questo caso si definisce **Potenza utile** la differenza tra la potenza generata dalla turbina e quella assorbita dal compressore. Effettuando un bilancio all'albero del turbogas, in prima approssimazione si può dire:

$$P_u = P_T - P_C = (m_a + m_c)L_T - m_a L_C \quad (10.16)$$

essendo m_a la portata d'aria aspirata dal compressore e m_c quella di combustibile iniettata in camera di combustione.

Il rendimento del ciclo a gas risulterà il rapporto tra l'effetto utile, e quindi la potenza prodotta all'albero del turbogas, e quanto si paga per ottenerlo, e quindi la potenza introdotta nel ciclo attraverso il combustibile:

$$h = \frac{P_u}{m_c PCI} \quad (10.17)$$

essendo PCI il potere calorifico inferiore del combustibile utilizzato.

Si definisce infine Lavoro specifico il rapporto tra potenza utile e portata d'aria aspirata dal compressore:

$$L_{sp} = \frac{P_u}{m_a} = \frac{m_a + m_c}{m_a} L_T - L_C \quad (10.18)$$

Introducendo quindi il rapporto aria/combustibile α così definito:

$$a = \frac{m_a}{m_c} \quad (10.19)$$

si ricava infine:

$$L_{sp} = \left(1 + \frac{1}{a}\right) L_T - L_C \quad (10.20)$$

10.4. Prestazioni del ciclo a gas reale

L'analisi delle prestazioni del ciclo a gas reale può essere condotta in maniera del tutto analoga a quanto fatto nel caso ideale. Un approccio largamente utilizzato per ottenere informazioni semplici ma di validità generale, è quello di considerare un ciclo a gas per cui siano verificate le seguenti ipotesi:

- fluido di lavoro: gas perfetto a C_p costante
- variazione di portata a cavallo della camera di combustione trascurabile (accettabile essendo $m_c \ll m_a$)
- composizione del fluido di lavoro ovunque identica
- assenza di perdite di carico nei condotti e in camera di combustione
- assenza di perdite di calore verso l'esterno.

Si tratta di un ciclo in cui, rispetto a quello ideale aperto, si sono introdotte le irreversibilità nelle macchine, turbina e compressore.

In questo caso è possibile dimostrare che sia il rendimento sia il lavoro specifico, e quindi la potenza utile, sono funzione del rapporto di compressione, delle temperature massima e minima del ciclo e dei rendimenti del compressore e della turbina:

$$h, L_{sp} = f\left(b, \frac{T_3}{T_1}, h_c, h_t\right) \quad (10.21)$$

In particolare, l'andamento del lavoro utile in funzione del rapporto di compressione presenta un massimo, come mostrato in figura 10.10, risultando nullo per due diversi valori di β :

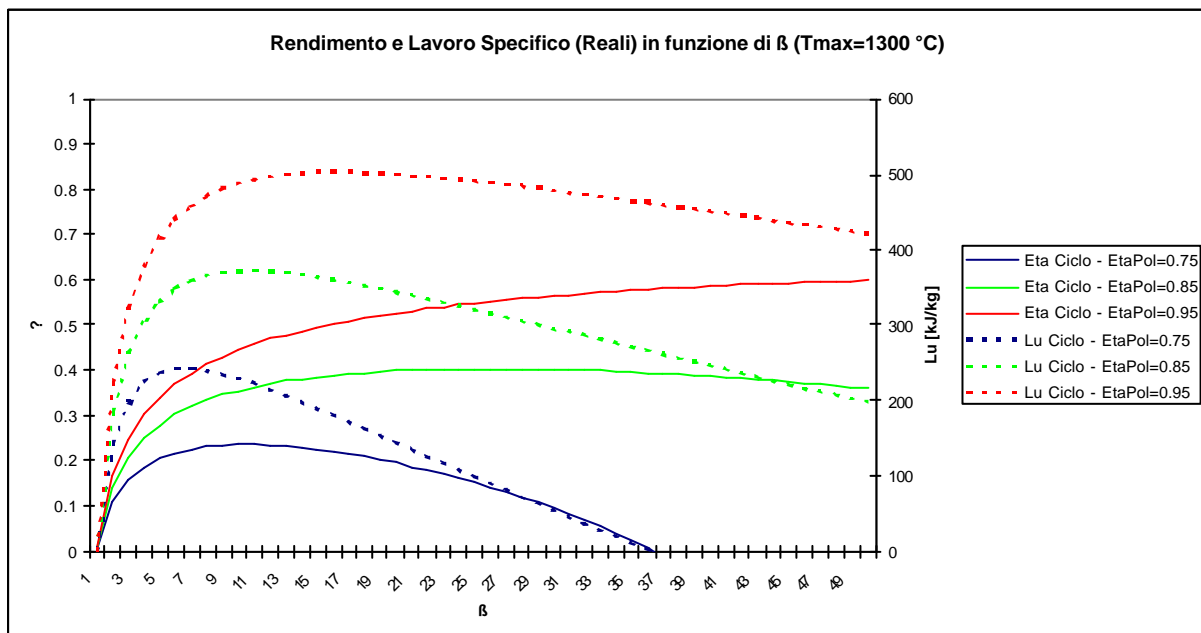


Figura 10.10 Andamenti del rendimento e del lavoro specifico al variare di β , per diversi valori dei rendimenti delle macchine, fissate T_1 e T_3 .

$$L_u = 0 \leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = \left(h_c h_t \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{g}{g-1}} \end{cases} \quad (10.22)$$

Differenziando rispetto a β ed uguagliando a zero è possibile anche in questo caso determinare il rapporto di compressione corrispondente alla condizione di massimo lavoro specifico:

$$b_{L_{MAX}} = \sqrt{h_c h_t \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{g}{g-1}}} \quad (10.23)$$

In termini assoluti il lavoro prodotto da un ciclo reale è sempre minore del lavoro ideale e presenta un massimo in corrispondenza di un diverso valore del rapporto di compressione (a parità di T_3). Per rendimenti adiabatici di compressore e turbina particolarmente bassi e per piccoli valori di T_3 , il lavoro utile può non essere mai positivo, qualsiasi sia il rapporto di compressione.

Il rendimento del ciclo reale, anch'esso riportato in figura 10.10, presenta un comportamento pressoché analogo, mostrando un andamento a massimo in funzione del β . Il valore di β per il quale il rendimento del ciclo reale è massimo non coincide con quello per il quale lo è il rendimento del ciclo ideale (limitato in realtà soltanto dalla T_3), e nemmeno con quello che massimizza il lavoro specifico.

Nei paragrafi che seguono verrà analizzato in dettaglio l'effetto che ognuno dei parametri individuati in precedenza, vale a dire

- rapporto di compressione
- temperatura massima del ciclo
- rendimenti delle macchine

ha sulle prestazioni del ciclo a gas.

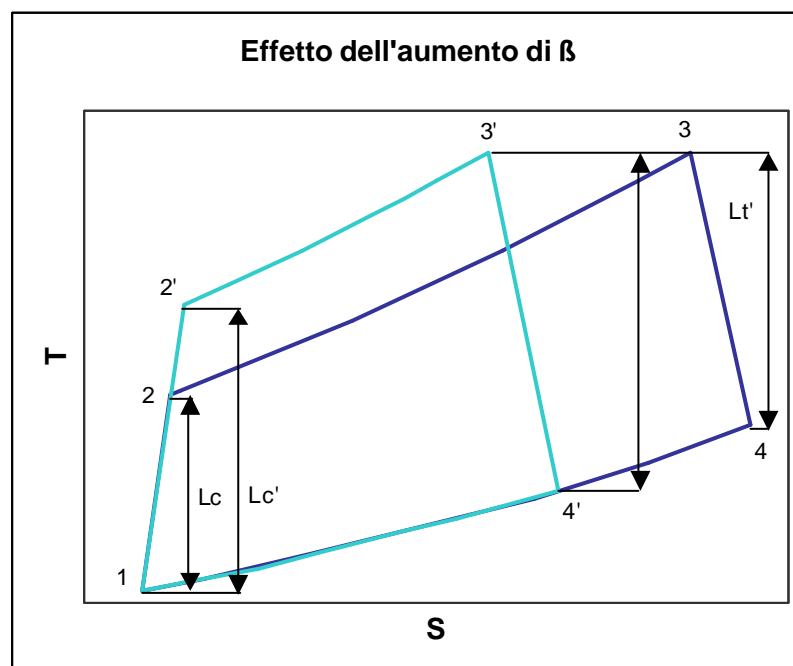


Figura 10.11 Effetto dell'aumento del rapporto di compressione, fissati i rendimenti delle macchine, T_1 e T_3

10.4.1. Influenza del rapporto di compressione

Con riferimento a quanto illustrato in figura 10.11, un aumento del rapporto di compressione, a parità di tutti gli altri parametri di funzionamento del ciclo, comporta una riduzione del calore introdotto nel ciclo. Se infatti inizialmente il calore introdotto nel ciclo doveva essere tale da innalzare la temperatura dal punto 2 al punto 3, l'aumento del rapporto di compressione ha portato ad un aumento della temperatura dell'aria in ingresso alla camera di combustione. Per ottenere la stessa temperatura dei fumi in ingresso alla turbina sarà ora necessario introdurre una minore quantità di combustibile.

Per quanto riguarda il lavoro utile, l'aumento di β comporta un aumento sia del lavoro di compressione che di quello di espansione. E' però evidente che per alti rapporti di compressione, la linea di espansione tenderà ad avvicinarsi sempre più a quella di compressione, portando ad una progressiva riduzione del lavoro utile.

Focalizzando l'attenzione sul rendimento del ciclo, e ragionando ancora a parità di minima e massima temperatura del ciclo e di rendimenti delle macchine, si nota come, per bassi rapporti di compressione, si ha sì un alto lavoro utile, ma anche un elevato calore entrante nel ciclo, il che implica bassi rendimenti. Al crescere del rapporto di compressione, il calore entrante nel ciclo si riduce, mentre aumenta la temperatura media di introduzione del calore. Da solo questo comporterebbe un aumento del rendimento. In contemporanea però si riduce il lavoro utile, il che comporta esattamente l'opposto, e cioè una riduzione del rendimento. Ad un certo punto, il guadagno che si ha in fase di introduzione del calore andrà a compensare la riduzione di lavoro utile, risultandone il massimo rendimento. Per valori maggiori di β il rendimento comincerà a diminuire, in conseguenza della progressiva riduzione del lavoro utile, riduzione che non sarà più compensata dalla riduzione del calore entrante. Tale comportamento spiega gli andamenti del lavoro utile e del rendimento del ciclo riportati in figura 10.10.

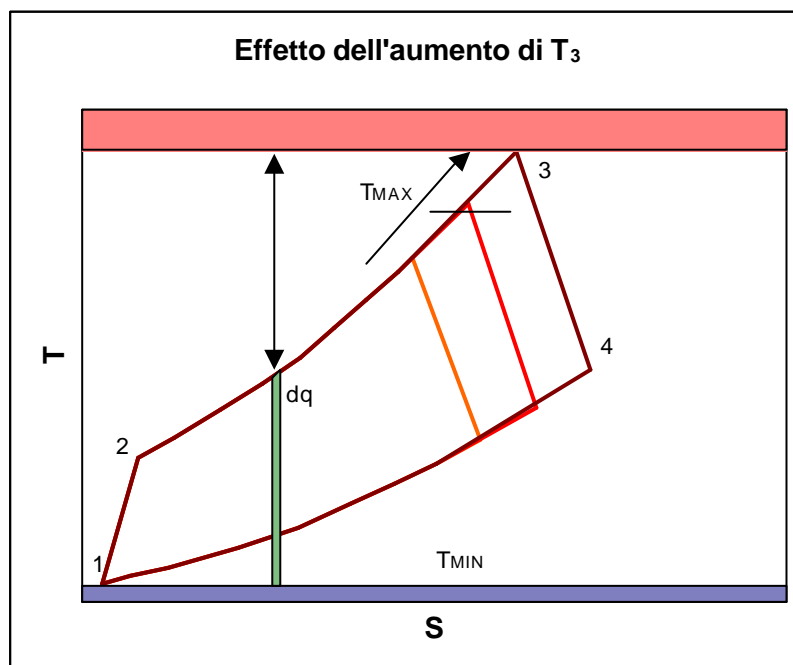


Figura 10.12 Effetto dell'aumento di T_3 , fissate T_1 , b e i rendimenti delle macchine.

10.4.2. Influenza della Temperatura massima

La figura 10.12 mostra come si modifica il ciclo a gas in conseguenza di un aumento della temperatura in ingresso in turbina, a parità di tutti gli altri parametri di funzionamento del ciclo. All'aumentare di T_3 aumenta il calore da introdurre nel ciclo. Nello stesso tempo aumenta anche il lavoro utile fornito dalla macchina, aumentando il lavoro fornito dalla turbina e restando invece inalterato quello assorbito dal compressore. L'aumento di lavoro utile è proporzionale all'aumento di T_3 , così come riportato in figura 10.13, dove sono mostrati gli andamenti del lavoro specifico e del rendimento del ciclo in funzione della temperatura in ingresso in turbina, fissato il rapporto di compressione e per valori discreti del rendimento delle macchine.

Dal punto di vista del rendimento, anch'esso aumenta al crescere di T_3 , ma l'entità di tale aumento via via si riduce, come mostrato dalle curve riportate in figura 10.13. Se infatti da un lato cresce il lavoro utile, cresce di pari passo anche la quantità di calore da introdurre nel ciclo, compensando almeno in parte l'effetto benefico precedente.

10.4.3. Influenza dei rendimenti delle macchine

Un miglioramento dei rendimenti di compressore e turbina ha sempre e comunque effetti positivi, sia sul lavoro utile che sul rendimento del ciclo, così come evidenziato dalle figure 10.10 e 10.13.

Analizzando la figura 10.13 si nota come, per poter ottenere un effetto utile significativo, e cioè un lavoro specifico positivo, sia stato necessario realizzare macchine con rendimenti adeguati e raggiungere temperature massime del ciclo sufficientemente alte. Si osserva infatti come, al crescere della massima temperatura del ciclo, l'influenza del rendimento delle macchine riduca la sua importanza. Ciò spiega le enormi difficoltà che inizialmente la tecnologia delle turbine a gas ha incontrato per potersi affermare. Per poter funzionare con rendimenti accettabili si è dovuto attendere lo sviluppo di compressori e turbine con elevati rendimenti, nonché di materiali e tecniche di raffreddamento adeguate a far sopportare elevate temperature nei primi stadi della turbina.

Riassumendo si può affermare come la strategia vincente per incrementare le prestazioni di un ciclo a gas reale sia data dall'aumento combinato di β e T_3 , purché questo avvenga in maniera sinergica e non sia limitato ad un parametro soltanto.

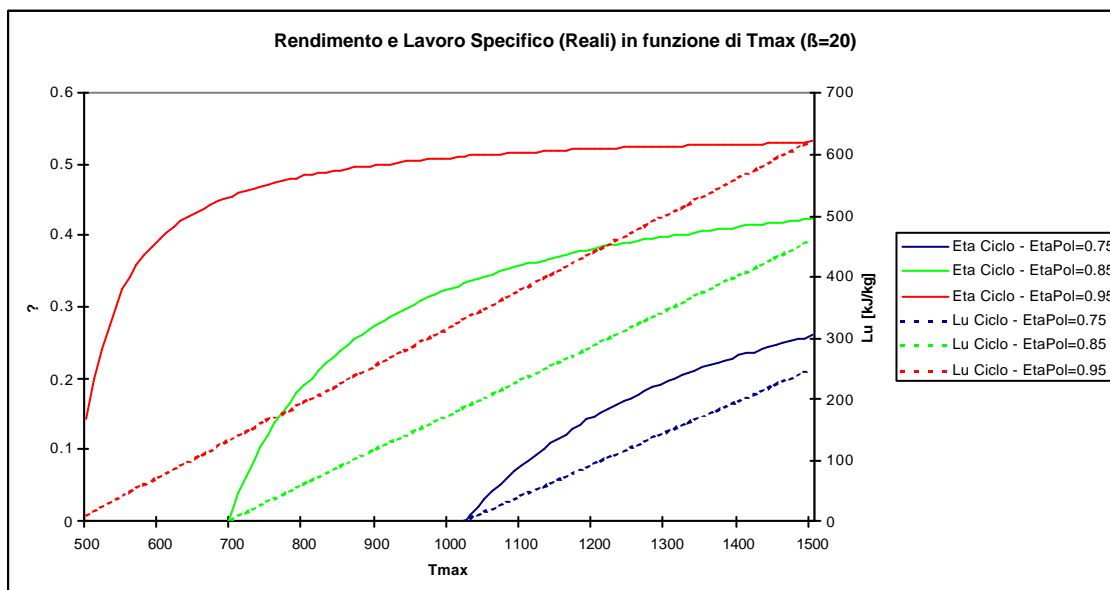


Figura 10.13 Andamenti del rendimento e del lavoro specifico al variare di T_3 , per diversi valori dei rendimenti delle macchine, fissate T_1 e b .

10.5. Camera di combustione

Si è detto come nelle turbine a gas lo scambio termico con la sorgente ad alta temperatura sia in realtà rappresentato da una reazione di combustione tra l'aria compressa ed il combustibile. Questo può essere sia gassoso (gas naturale) che liquido (kerosene) e viene iniettato in pressione nella camera di combustione. Per tener conto della realtà del processo nella camera di combustione, oltre alle perdite di carico, devono essere tenute in considerazione anche piccole perdite di massa e di calore (per radiazione) verso l'esterno, che possono essere dell'ordine dell'1%.

Ipotizzando che il combustibile sia gas metano (CH_4), la reazione di combustione sarà:



Parlando della combustione nei generatori di vapore (Capitolo 8), si è visto come, in presenza di una combustione stechiometrica, il rapporto aria combustibile vale 17.2. Si è inoltre visto che, se la combustione avvenisse in condizioni stechiometriche, la temperatura di fiamma, e quindi dei gas combusti, risulterebbe pari a circa 2200°C . I materiali di cui sono fatti gli stadi della turbina non sarebbero in grado di sopportare temperature così elevate. Al massimo, utilizzando leghe e tecnologie speciali possono sopportare temperature dell'ordine dei 900°C . Per poter raggiungere T_3 più elevate, i primi stadi della turbina vengono raffreddati utilizzando aria spillata dal compressore. In questo modo si possono raggiungere temperature in ingresso in turbina dell'ordine dei 1400°C , che comunque sono ben al di sotto del valore che si avrebbe in seguito ad una combustione stechiometrica. Allo scopo di contenere la temperatura dei gas combusti entro i limiti tecnologici, tutte le turbine a gas bruciano combustibile con un elevato *eccesso d'aria*, con a che possono essere tranquillamente dell'ordine di 40-50.

Va precisato che una miscela tende ad infiammarsi solo se il suo a è compreso nell'intervallo: $0.8 < a/a_{st} < 2$. Poiché, come si è detto, i valori tipici nelle turbine a gas in genere superano questo valore, la camera di combustione viene organizzata in maniera da dividere il flusso d'aria, così come mostrato in figura 10.14. Si identificano diverse zone:

- Una *zona primaria* in cui viene fatta confluire solo una frazione della portata d'aria, dove avviene la combustione con eccessi d'aria non superiori al limite di infiammabilità
- Una *zona secondaria* che, lambendo la zona primaria, viene utilizzata per far fluire la parte restante di aria (utilizzata anche per raffreddare le pareti della camera di combustione)
- Una *zona di diluizione* che ha lo scopo di uniformare la temperatura dei prodotti della combustione, riducendola al valore imposto dai limiti tecnologici.

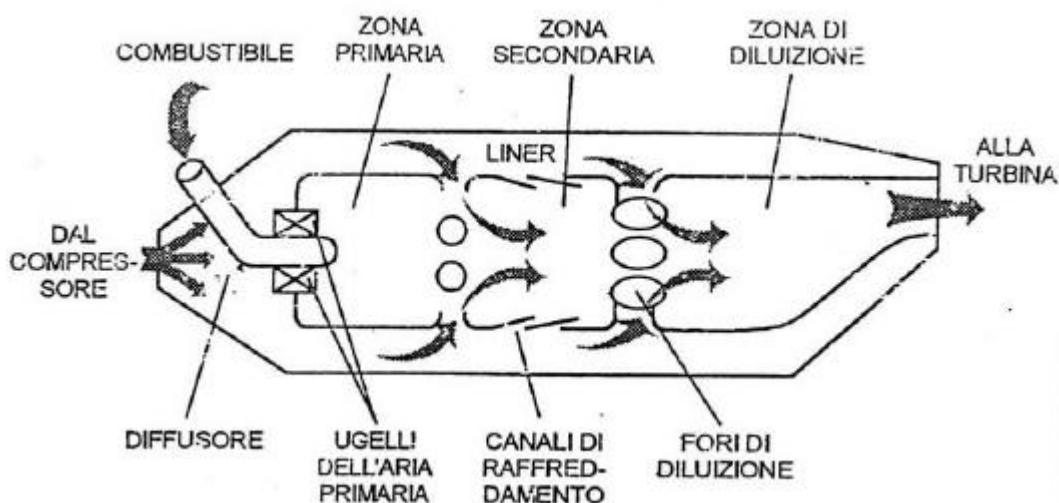


Figura 10.14 Schema della camera di combustione.

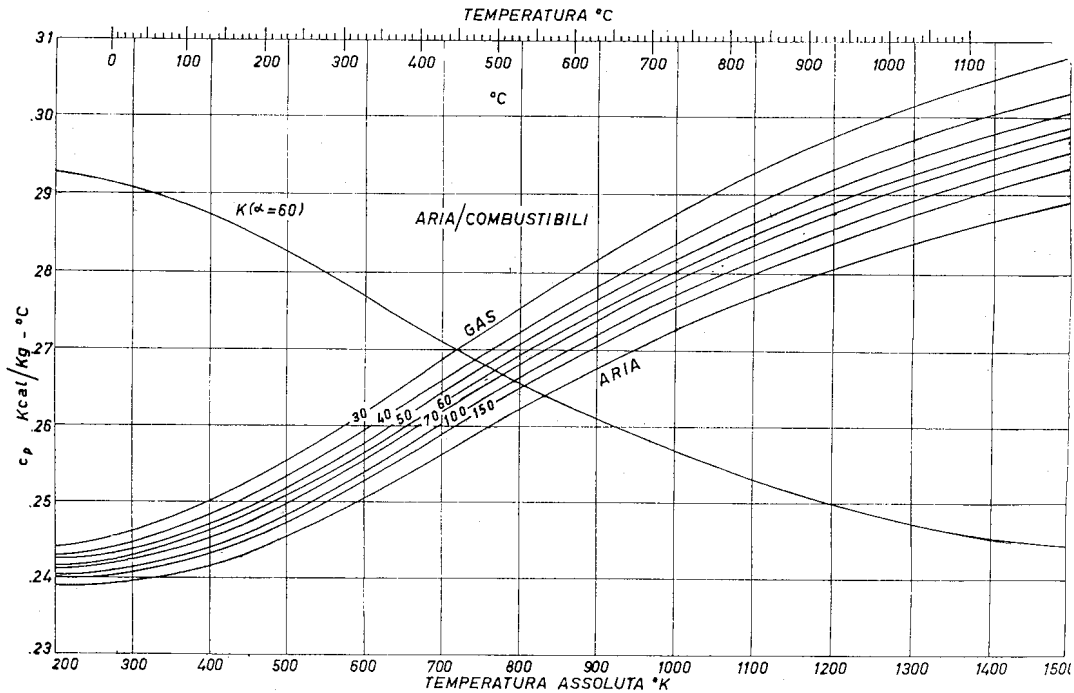


Figura 10.15 Andamento del C_p dell'aria e dei fumi al variare della Temperatura, per diversi rapporti aria/combustibile.

Con una geometria di questo tipo è possibile, da un lato far avvenire la combustione, dall'altro controllare le temperature mantenendole sufficientemente basse da non danneggiare i materiali di cui è composto il combustore.

Imponendo un bilancio energetico al combustore, è possibile legare direttamente l'incremento di temperatura al rapporto aria-combustibile a , al C_p medio dei gas combusti ed al potere calorifico inferiore del combustibile:

$$m_c h_c + m_c \eta_b PCI + m_a h_2 = (m_a + m_c) h_3 \quad (10.25)$$

dove η_b è il rendimento del combustore, inferiore ad 1 nel caso si verificano perdite di calore verso l'esterno. Trascurando h_c , il bilancio energetico diventa:

$$\boxed{h_b PCI + a h_2 = (a + 1) h_3} \quad (10.26)$$

Per determinare il corretto valore delle entalpie h_2 e h_3 sarebbe a rigori necessario calcolare i seguenti integrali:

$$h_2 = \int_{T_{rif}}^{T_2} C_p(T) dT \quad (10.27)$$

$$h_3 = \int_{T_{rif}}^{T_3} C_p(T, a) dT \quad (10.28)$$

Il C_p , come altre grandezze termodinamiche, è infatti funzione della composizione chimica e della temperatura della miscela. Le relazioni precedenti possono essere approssimate andando a calcolare un C_p medio tra la temperatura di riferimento T_{rif} (solitamente assunta pari a 25°C) e la temperatura alla quale si trovano l'aria o i gas combusti. In tal caso le relazioni (10.27) e (10.28) diventano:

$$h_2 = \bar{c}_{p02} (T_2 - T_{rif}) \quad (10.29)$$

$$h_3 = \bar{c}_{p03,a} (T_3 - T_{rif}) \quad (10.30)$$

Esistono sia tabelle che correlazioni che permettono di determinarne il valore medio per le temperature e le composizioni di interesse. Sul grafico riportato in figura 10.15 sono tracciate diverse curve, per l'aria e per i prodotti della combustione da metano, decrescenti all'aumentare dell'a. Ovviamente, per il calcolo del C_p medio dovrà essere selezionata la curva corrispondente al tipo di fluido considerato, e cioè aria per le condizioni 2 in ingresso alla camera di combustione, e la curva corrispondente al rapporto aria/combustibile per i prodotti della combustione.

Un ulteriore aspetto che causa perdite di carico nell'attraversamento della camera di combustione, è la presenza di fessure ed elementi di disturbo, detti turbolenzatori, nella camera di combustione. Tali elementi servono a promuovere il miscelamento tra i diversi flussi (primario, secondario e di diluizione), allo scopo di ottenere, in ingresso in turbina, un flusso caratterizzato da una distribuzione di temperatura il più uniforme possibile. La presenza di zone con picchi di temperatura sarebbero infatti estremamente pericolose per l'integrità della turbina stessa. Per evitare tali condizioni, un modo comunemente utilizzato è appunto quello di aumentare la turbolenza, che contribuisce ad ottenere un elevato miscelamento tra i diversi flussi.

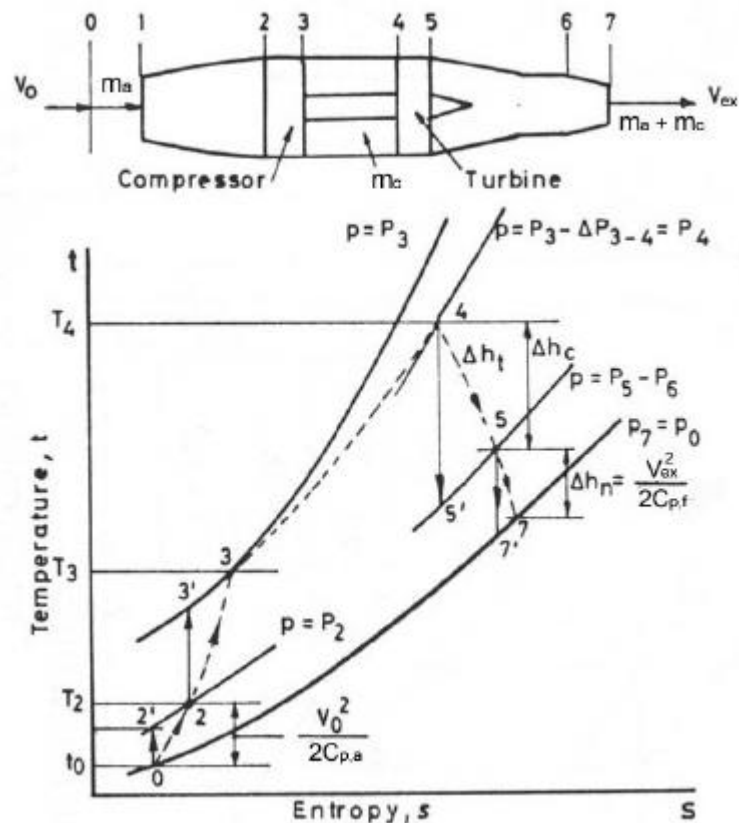


Figura 10.16 – Turbogas per applicazioni aeronautiche.

10.6. Il ciclo a gas per applicazioni aeronautiche

Nel caso di applicazione aeronautica, agli elementi già visti in precedenza, e cioè compressore, camera di combustione e turbina, se ne aggiungono altri due: un condotto posto a monte del compressore, che ha lo scopo di rallentare l'aria in ingresso al compressore, e l'ugello posto a valle della turbina, che ha invece lo scopo di accelerare i prodotti della combustione per scaricare in atmosfera un getto ad alta velocità.

Con riferimento alla figura 10.16, nel caso di utilizzo aeronautico, l'effetto utile non è la generazione di potenza meccanica all'albero, ma la creazione di una spinta, data dalla variazione di

quantità di moto tra ciò che entra nel motore (aria), e ciò che esce (fumi). In tale caso, la turbina erogherà la potenza necessaria e sufficiente a trascinare il compressore, funzionando in quella che si chiama **condizione di auto-sostentamento**:

$$\boxed{P_t = P_c \rightarrow (m_a + m_c)L_t = m_a L_c} \quad (10.31)$$

In queste condizioni, l'espansione in turbina si fermerà al livello di pressione imposto dalla condizione di autosostentamento, mentre l'espansione restante, dal punto 5 al punto 7 in figura 10.16 avviene nell'ugello, dove il fluido proveniente dalla turbina subisce un'accelerazione prima di essere scaricato in atmosfera.

Come si è detto la spinta è data dalla variazione di quantità di moto tra ingresso ed uscita della macchina. Detta V_0 la velocità di avanzamento del velivolo, pari alla velocità con cui l'aria entra nel condotto di aspirazione posto a monte del compressore, la spinta vale:

$$\boxed{S = (m_a + m_c)V_{ex} - m_a V_0} \quad (10.32)$$

essendo la velocità all'uscita dell'ugello V_{ex} derivante dalla conservazione dell'entalpia totale nell'ugello:

$$V_{ex} = \sqrt{2(h_5 - h_7)} \quad (10.33)$$

10.7. **Classificazione ed esempi di Turbine a Gas per applicazioni terrestri**

Le turbine a gas sono classificate principalmente in base all'utilizzo per cui sono state progettate. Si possono distinguere quindi due grandi famiglie:

- **Heavy-Duty**
- **Aeroderivative**

Le turbine Heavy-Duty sono turbine progettate esclusivamente per uso industriale: generazione di potenza elettrica o meccanica per l'azionamento di macchine operatrici (pompe o compressori). Sono caratterizzate da:

- Livello tecnologico meno spinto dovuto ad una scelta progettuale di semplicità costruttiva
- Grandi dimensioni sia in termini di peso che di volumetria occupata
- Costi relativamente bassi di esercizio
- Grande robustezza ed affidabilità
- Temperatura massima leggermente inferiore allo stato dell'arte
- Rapporto di compressione minore

Queste caratteristiche fanno sì che siano macchine molto adatte per il funzionamento continuo tipico delle applicazioni per la produzione di potenza elettrica e per l'azionamento di macchine operatrici (pompe e compressori); il loro scarso contenuto tecnologico però le penalizza parzialmente dal punto di vista dei rendimenti.

Una turbina Heavy-Duty di grossa taglia ha tipicamente T_3 dell'ordine dei 1350 °C, un β pari a 15-20, per una potenza massima che può arrivare anche a 280 MW. Quando utilizzate per la produzione di energia elettrica sono generalmente macchine collegate ad un generatore elettrico, monoalbero e funzionanti ad un numero di giri fisso. Se invece sono utilizzate per generare energia meccanica (ad es. grandi stazioni di pompaggio), possono essere sia mono che multialbero ed in grado di funzionare ad un numero di giri della turbina variabile a seconda del carico.

Le turbine aeroderivative sono invece macchine di concezione aeronautica che sono state adattate all'utilizzo industriale o navale. Tipicamente sono:

- Tecnicamente molto evolute
- Di piccole dimensioni e di pesi contenuti al massimo
- Costose dato il notevole contenuto tecnologico
- Necessitano di maggiore manutenzione rispetto alle Heavy-Duty (a parità di ore di funzionamento)
- Temperature massime di funzionamento e rapporti di compressione elevati, in linea con lo stato dell'arte nel campo delle turbine a gas

L'utilizzo originale di queste turbine nel campo della propulsione aeronautica ha fatto sì che la loro progettazione sia andata nella direzione di renderle il più compatte e leggere possibile. Valori tipici dei principali parametri di funzionamento delle macchine aeroderivative più moderne sono: T_3 di circa 1400 °C, un β compreso tra 25-30 ed una potenza massima complessiva che difficilmente supera i 50 MW. Tale limite sulla potenza massima non è dettato da motivi di carattere tecnico, ma dalle esigenze propulsive degli aerei che richiedono motori di questa taglia.

Nelle turbine aeroderivative l'obbligo di avere alti rapporti potenza – peso ha spinto verso la massimizzazione contemporanea del lavoro specifico e del rendimento. E' infatti opportuno sottolineare come alla necessità di avere motori leggeri, e quindi caratterizzati da elevati lavori specifici, nel caso delle applicazioni aeronautiche, va accoppiata l'esigenza di avere alti rendimenti, e quindi bassi consumi di combustibile. Nel caso ad esempio degli aerei da trasporto, ciò si traduce in una quantità minore di carburante da caricare a bordo del velivolo, che quindi potrà trasportare un maggior numero di passeggeri o di carico pagante.

La differenza principale quindi tra macchine heavy-duty e aeroderivative sta nel fatto che queste ultime, massimizzando sia il lavoro specifico sia il rendimento, sono caratterizzate da massime temperature del ciclo e rapporti di compressione maggiori, mentre la temperatura di uscita dei fumi dalla turbina risulta inferiore. Ciò fa sì che, in applicazioni in ciclo combinato, dove i fumi caldi vengono utilizzati in una caldaia a recupero per produrre vapore, siano preferibili le macchine heavy-duty, essendo caratterizzate da temperature di uscita dei fumi maggiori. La Tabella 10.1 riassume le prestazioni delle due tipologie di turbine a gas per applicazioni terrestri.

La figura 10.17 riporta un esempio di macchina aeroderivative, la LM6000 della General Electric. Si tratta di una turbina a gas bi-albero della potenza nominale di 43 MW, caratterizzata da un rapporto di compressione pari a 29.1, ottenuto con un compressore a 18 stadi, di cui 6 di bassa pressione e 12 di alta pressione. Trattandosi di macchina bi-albero, il compressore di alta pressione è calettato sullo stesso albero della turbina di alta pressione, composta da due soli stadi. I restanti 5 stadi della turbina di bassa pressione sono invece calettati sullo stesso albero del compressore di bassa pressione. Il rendimento di questa macchina si aggira intorno al 42.1%.

La figura 10.18 riporta infine un esempio di macchina heavy-duty, la W501G della Siemens. Si tratta di una turbina a gas della potenza nominale di 253 MW, caratterizzata da un rapporto di compressione pari a 19 e da un rendimento del 39%.

	Heavy-Duty	Aeroderivative
T_{MAX} [°C]	1100-1350	1200-1450
β	12-22	20-35
T_{EX} [°C]	500-600	400-450
?	30-37	35-42
P_{el} [MW]	3-280	3-50

Tabella 10.1 – Prestazioni Heavy-Duty / Aeroderivative

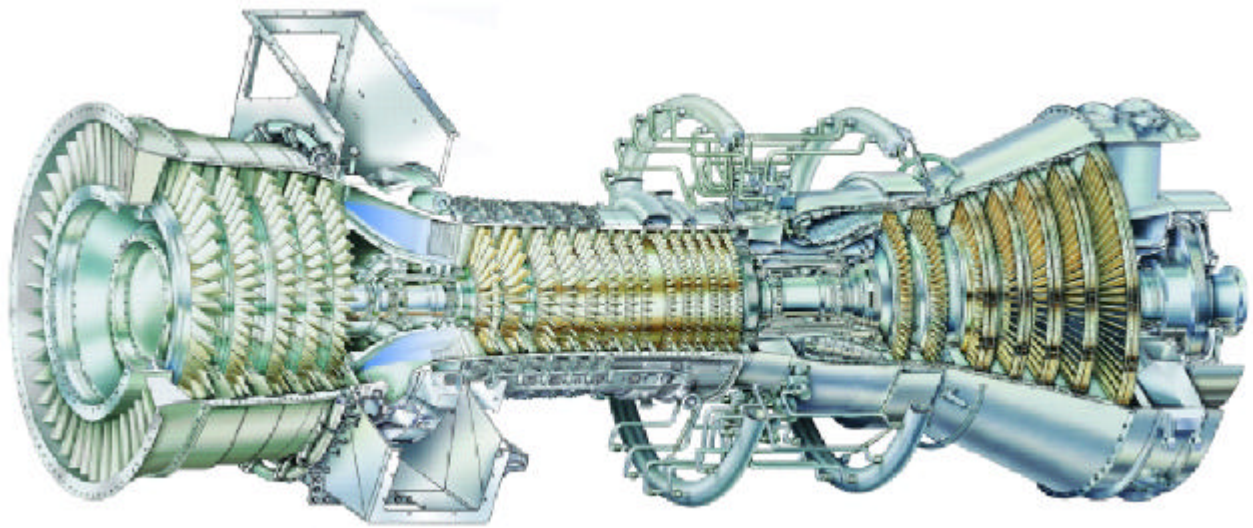


Figura 10.17 Esempio di turbina a gas aeroderivativa: GE LM6000.

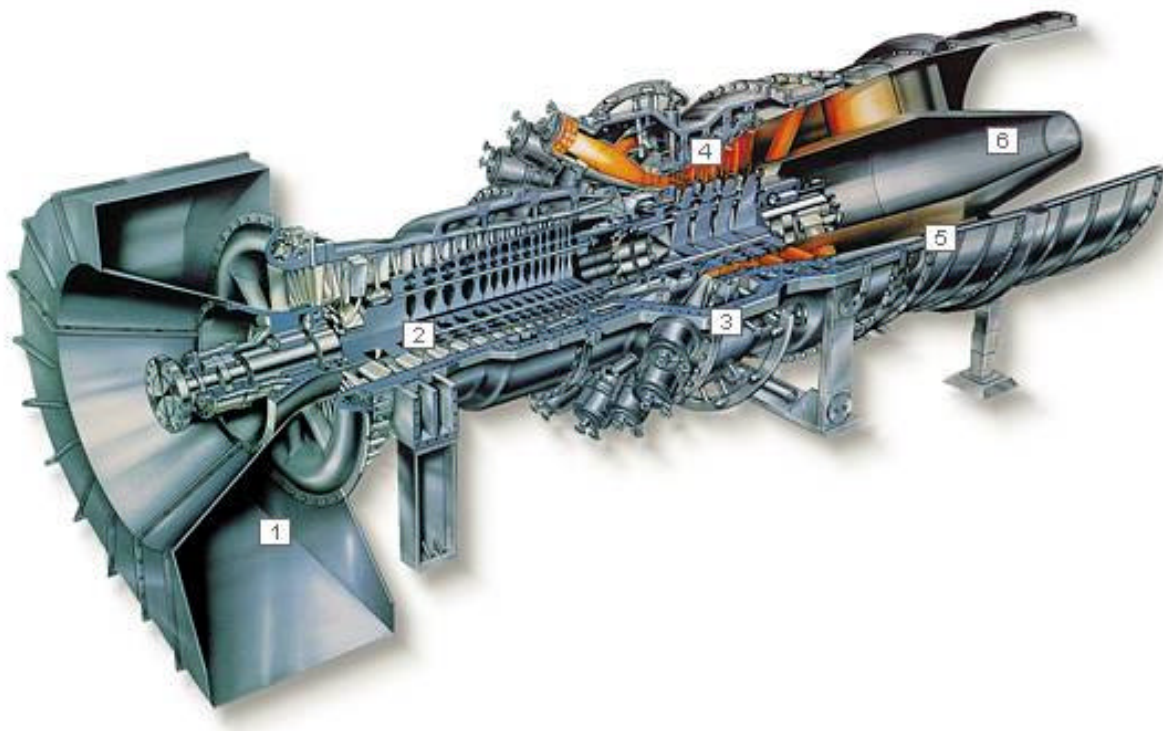


Figura 10.18 Esempio di turbina a gas heavy-duty: SIEMENS W501G.

10.8. Rigenerazione, Inter-refrigerazione e ri-combustione

Nel presente paragrafo vengono analizzate le soluzioni percorribili per migliorare le prestazioni del ciclo termodinamico. Il punto dove è conveniente intervenire è quello degli scambi di calore e di lavoro ai quali corrisponde un rilevante degrado dell'energia (dovuto alle perdite per irreversibilità). Rispetto al ciclo a gas semplice, le possibili varianti sono:

- **Rigenerazione:** tramite il trasferimento di calore all'interno del ciclo stesso (ottenuto facendo scambiare calore tra i fumi caldi in uscita dalla turbina e l'aria più fredda in uscita dal compressore)
- **Interrefrigerazione:** effettuando la compressione in due fasi, con interposto un raffreddamento dell'aria
- **Ri-combustione:** effettuata dopo un primo tratto di espansione, per riportare la temperatura dei gas ai valori massimi prima di entrare nella seconda fase di espansione

10.8.1. Rigenerazione

Nella rigenerazione parte del calore necessario a scaldare l'aria viene fornito tramite lo scambio in controcorrente con i fumi caldi provenienti dalla turbina. Come mostrato nello schema di figura 10.19, l'aria all'uscita del compressore entra in uno scambiatore in controcorrente dove riceve calore dai fumi caldi provenienti dallo scarico della turbina. L'aria subisce quindi un aumento di temperatura, idealmente a pressione costante (figura 10.20), ed entra quindi in camera di combustione più calda. Ne segue che, a parità di massima temperatura del ciclo, la quantità di combustibile da introdurre sarà sicuramente inferiore, a tutto vantaggio del rendimento del ciclo, essendo inalterata la potenza erogata dall'impianto.

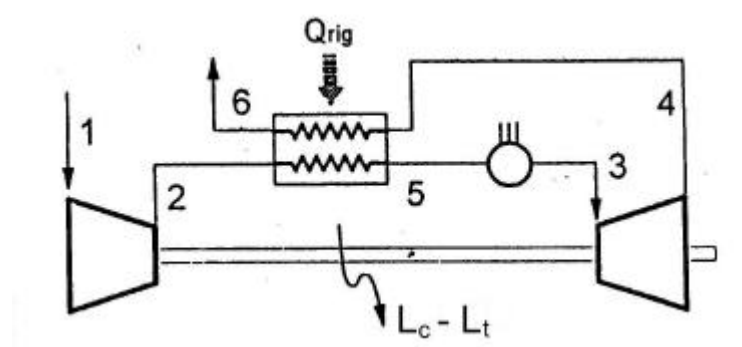


Figura 10.19 Lay-out di una turbina a gas rigenerativa

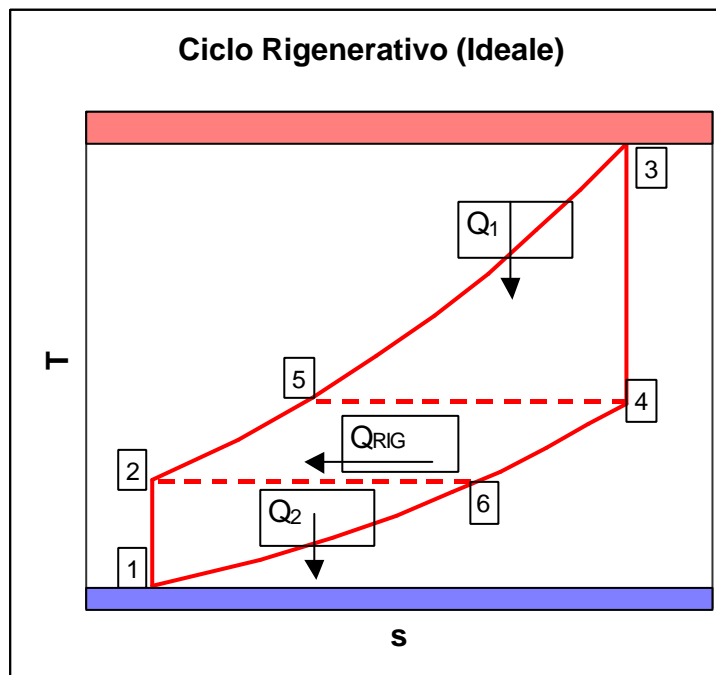


Figura 10.20 Ciclo a gas ideale rigenerativo

La rigenerazione è allora possibile finché la temperatura di uscita dei gas combusti T_4 risulta superiore a quella dell'aria in uscita dal compressore T_2 . Tanto maggiore è la differenza tra T_4 e T_2 , tanto maggiore sarà il calore Q_{RIG} che è possibile recuperare effettuando il preriscaldamento dell'aria.

Per far avvenire la rigenerazione è allora necessario introdurre uno scambiatore di calore aria-fumi posizionato tra l'uscita del compressore e l'entrata in camera di combustione. I gas combusti all'uscita della turbina entrano in uno scambiatore in controcorrente rispetto all'aria. Questo tipo di scambiatore è necessariamente di grandi dimensioni: infatti i coefficienti di scambio termico gas-gas estremamente bassi (dell'ordine di grandezza degli 1-10 W/m²K) richiedono superfici di scambio molto ampie. Maggiori sono le superfici di scambio maggiori sono anche le perdite di carico che si generano, sia dal lato aria che dal lato fumi. Tali perdite di carico incidono negativamente sulla potenza erogata dalla turbina, e quindi riducono l'aumento del rendimento.

Analizziamo il ciclo a gas ideale rigenerativo riportato in figura 10.20, in relazione al ciclo semplice ideale. Il calore Q_1 introdotto nel ciclo si riduce, così come il calore rilasciato nell'ambiente Q_2 . Il lavoro utile invece resta immutato, in quanto i lavori di turbina e compressore sono uguali nei due casi.

Il calore Q_{RIG} (scambiato tra fumi ed aria) in pratica riduce il calore Q_1 introdotto dalla combustione, comportando un risparmio nel consumo di combustibile ed un aumento del rendimento del ciclo.

Consideriamo un caso ideale, cioè in cui, oltre alle assunzioni classiche di macchine ideali, si assume che il processo di scambio termico nello scambiatore rigenerativo sia ideale; in pratica si assume che non si verifichino perdite di calore verso l'esterno e che la cessione di calore avvenga sotto ΔT infinitesimi. Quest'ultima assunzione equivale a considerare lo scambiatore dotato di superfici di scambio termico infinite. Si assume inoltre che gli scambi termici avvengano a pressione costante, e quindi non si verifichino perdite di carico nell'attraversamento degli scambiatori. Il rendimento del ciclo a gas ideale rigenerativo può essere facilmente ricavato nel modo seguente:

$$h_{RIG} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\bar{c}_p (T_6 - T_1)}{\bar{c}_p (T_3 - T_5)} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \frac{b^{\frac{g-1}{g}} - 1}{1 - b^{-\left(\frac{g-1}{g}\right)}} \quad (10.34)$$

da cui infine si ricava:

$$h_{RIG} = 1 - \frac{T_1}{T_3} b^{\frac{g-1}{g}} \quad (10.35)$$

La figura 10.21 riporta l'andamento del rendimento del ciclo a gas ideale semplice e rigenerativo in funzione del rapporto di compressione. Si vede come, per $\beta \rightarrow 1$, $\eta_{RIG} \rightarrow \eta_{Carnot}$. Quando viene raggiunta quella che era la condizione di massimo lavoro utile (relazioni (10.14) e (10.15)), il rendimento diventa uguale a quello del ciclo semplice ($\eta_{RIG} = \eta_{id}$). Tale condizione si verifica quando:

$$b = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{g}{2(g-1)}} \quad (10.36)$$

che corrispondeva alla condizione $T_4 = T_2$. Si vede come al crescere del rapporto di compressione il calore recuperabile tramite rigenerazione decresce, riducendo quindi il suo effetto benefico sul rendimento complessivo del ciclo. Questo è forse il limite principale di questa soluzione: essa infatti risulta vantaggiosa solo per bassi rapporti di compressione. Per i β tipici delle turbine a gas più evolute la rigenerazione da un contributo irrilevante o, addirittura, non è realizzabile a causa della bassa temperatura con cui vengono scaricati i fumi (es. turbine aeroderivative).

In figura 10.21 è riportato il confronto, sempre nel caso ideale, tra due cicli rigenerativi aventi diversa temperatura massima del ciclo. Si nota come l'aumento della T_3 comporti un incremento del

rendimento nel suo complesso. Inoltre, spostando il punto di massimo lavoro utile a rapporti di compressione maggiori, fa sì che aumenti l'intervallo di rapporti di compressione per cui la rigenerazione risulta vantaggiosa.

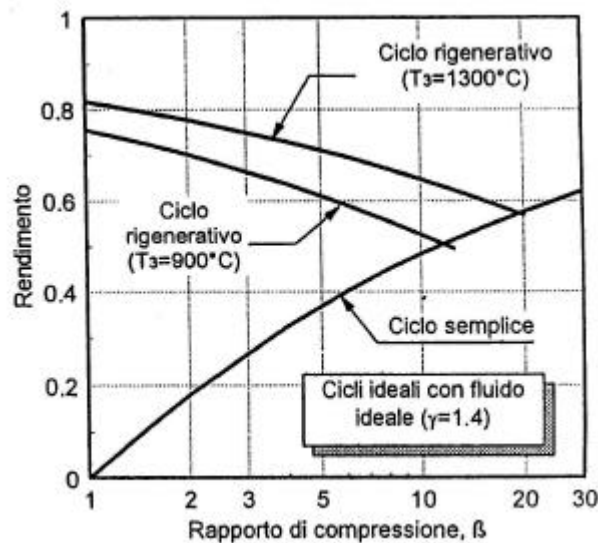


Figura 10.21 Rendimento del ciclo a gas ideale rigenerativo

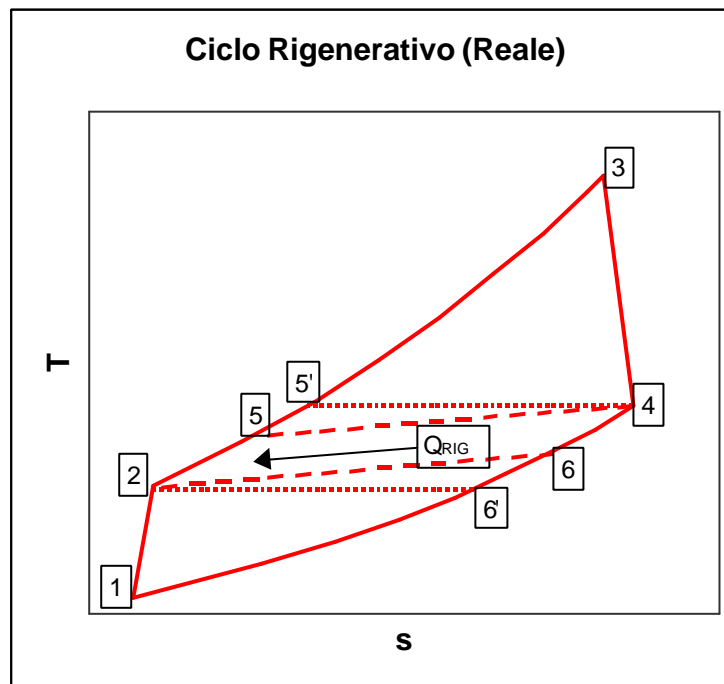


Figura 10.22 Ciclo a gas reale rigenerativo

Passando al caso reale (figura 10.22), oltre alle perdite già analizzate nel caso del ciclo semplice, è necessario introdurre le perdite di carico che i fluidi, aria e fumi, incontrano nell'attraversare lo scambiatore, e soprattutto quelle legate allo scambio termico. Va infatti sottolineato come, nella realtà, il calore non venga scambiato sotto differenze di temperatura infinitesime, portando quindi ad una riduzione del calore effettivamente recuperato.

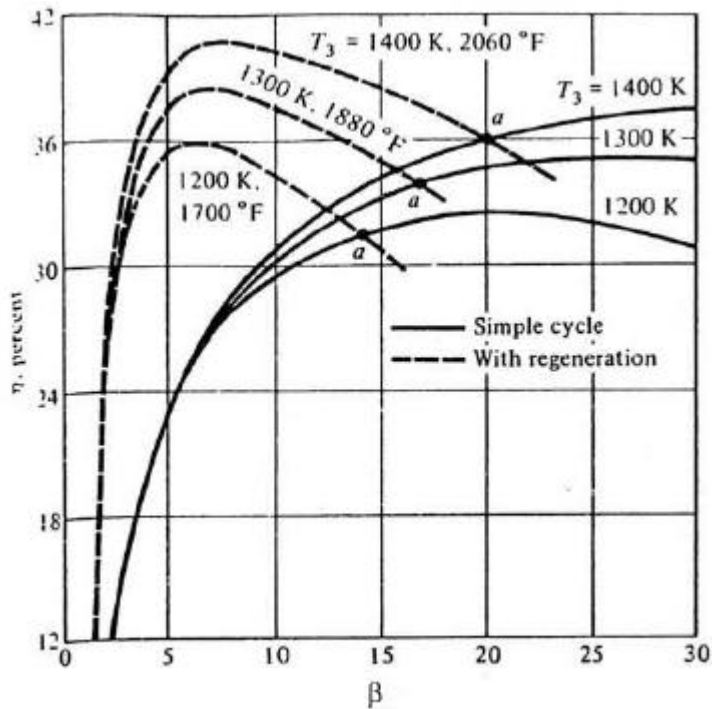


Figura 10.23 Rendimento del ciclo a gas rigenerativo reale.

L'entità della rigenerazione reale dipende quindi dalle superfici presenti nello scambiatore aria-fumi. Infatti dato $Q = US\Delta T_m$, dove U è il coefficiente globale di scambio termico, S la superficie di scambio termico e ΔT_m la differenza di temperatura media logaritmica, se $\Delta T_m \rightarrow 0$ allora $S \rightarrow \infty$; a superfici finite corrispondono ΔT di scambio finiti. Nello scambiatore reale la temperatura di uscita dell'aria (T_5) risulta più bassa della temperatura di entrata dei fumi (T_4), mentre la temperatura di uscita dei fumi (T_6) risulterà più alta di quella di entrata dell'aria (T_2). Questo fa sì che anche il calore recuperabile con la rigenerazione sia inferiore a quello ideale. La penalizzazione si fa sentire sul rendimento del ciclo.

In particolare è possibile definire un'efficacia di scambio termico:

$$e = \frac{(Q_{RIG})_{reale}}{(Q_{RIG})_{ideale}} = \frac{m_a C_{p,a} (T_5 - T_2)}{m_f C_{p,f} (T_4 - T_6')} \approx \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_2} \quad (10.37)$$

che altro non è se non il rapporto tra l'incremento di temperatura realmente subito dall'aria nell'attraversamento dello scambiatore, e il massimo incremento che sarebbe idealmente possibile se non ci fossero perdite di calore verso l'esterno e lo scambiatore avesse superfici di scambio termico infinite.

La figura 10.23 riporta infine gli andamenti di η_{RIG} a per diversi valori della temperatura massima del ciclo. Come è possibile vedere i rendimenti si riducono considerevolmente rispetto al caso ideale e in maniera sempre maggiore con il ridursi della massima temperatura del ciclo. Un effetto analogo lo ha l'efficienza dello scambiatore.

Questo scarso effetto sull'efficienza complessiva del ciclo, aggiunto al costo e all'ingombro degli scambiatori aria-fumi, fa sì che la soluzione rigenerativa non venga impiegata in nessuna macchina di taglia medio - grande. La rigenerazione rimane interessante solamente per quelle macchine, di piccola e piccolissima taglia, per le quali i rendimenti sono estremamente bassi. Infatti per piccoli rapporti di compressione e con temperature massime di funzionamento limitate il miglioramento ottenibile con un recupero del calore dei fumi può migliorare l'efficienza del ciclo in maniera

significativa. Non è un caso che tutte le turbine di piccolissima taglia (dette *microturbine*), che iniziano ad essere studiate e commercializzate solo di recente, facciano uso della rigenerazione; in generale però si tratta di macchine che non superano mai i 300-500 kW di potenza.

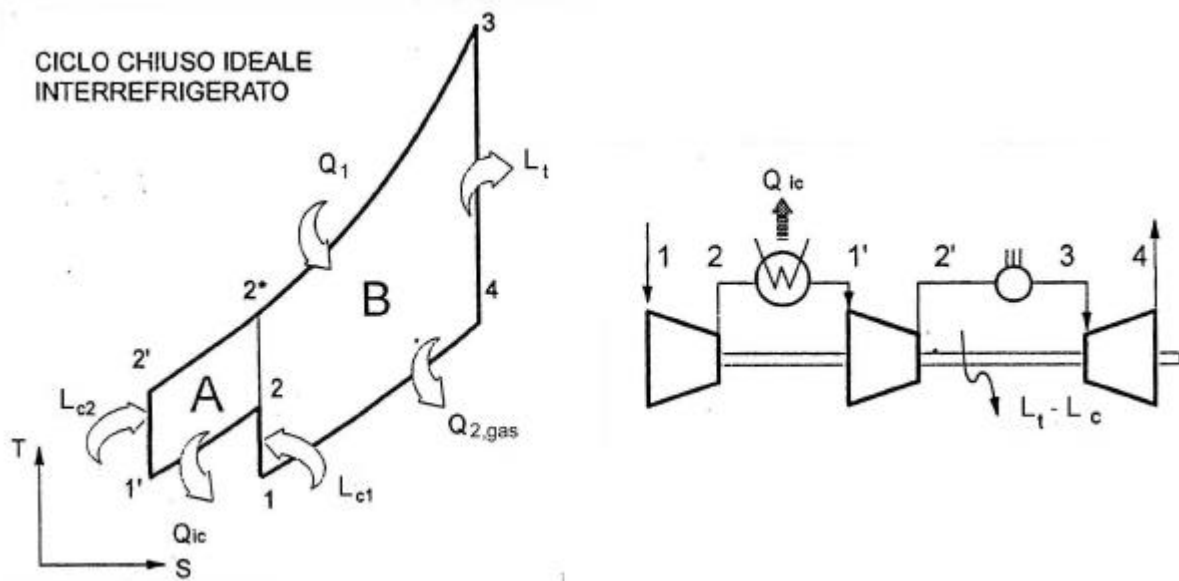


Figura 10.24 Ciclo a gas ideale inter-refrigerato.

10.8.2. Inter-refrigerazione

L'interrefrigerazione (intercooling) ha l'obiettivo di ridurre la potenza assorbita dal compressore, ferma restando quella erogata dalla turbina. Come mostrato dal lay-out di impianto riportato in figura 10.24, l'aria, dopo una prima compressione, viene inviata in uno scambiatore dove subisce un raffreddamento, idealmente a pressione costante, per poi essere mandata in un secondo gruppo di compressione.

Si ricorda che, al diminuire della temperatura il volume specifico dell'aria diminuisce, così come il lavoro assorbito dal compressore, essendo esprimibile come $L_c = \int v dp$. Tale riduzione è ben evidenziata in figura 10.24, dove si può vedere come, grazie alla divergenza delle isobare, $(h_{2'} - h_1) < (h_2 - h_1)$. Tale riduzione del lavoro di compressione non è però gratuita; essa infatti è ottenuta grazie all'aumento del calore entrante nel ciclo Q_1 . La temperatura dell'aria in ingresso al combustore è infatti più bassa ed è quindi necessario introdurre nel ciclo, a parità di massima temperatura, una maggiore quantità di combustibile.

Il ciclo interrefrigerato può essere anche visto come l'unione di due cicli a gas: quello semplice (1-2-3-4) (ciclo B in figura 10.24), ed un ciclo aggiuntivo (ciclo A in figura 10.24) caratterizzato da un minor rapporto di compressione (1'-2'-2-1'). Il primo ciclo evolve tra p_1 e p_3 , il secondo tra p_2 e p_3 . Il loro rendimento di conseguenza vale, trattandosi di cicli ideali:

$$h_B = 1 - \left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{g}{g-1}} = 1 - b_B^{\frac{g}{g-1}} \quad (10.38)$$

$$h_A = 1 - \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{g}{g-1}} = 1 - b_A^{\frac{g}{g-1}} \quad (10.39)$$

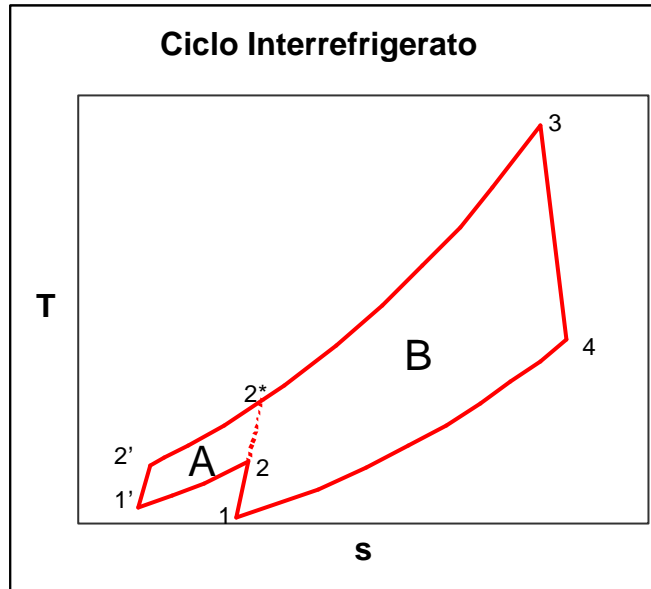


Figura 10.25 Ciclo a gas reale inter-refrigerato.

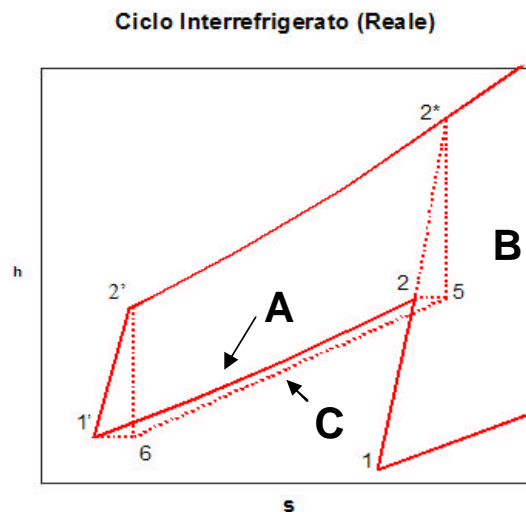


Figura 10.26 Ciclo a gas reale inter-refrigerato - particolare.

Essendo $\beta_A < \beta_B$, ne risulta che $\eta_A < \eta_B$. Il rendimento complessivo del ciclo è dato dalla media pesata sul calore entrante dei due rendimenti:

$$h = \frac{h_B Q_{1,B} + h_A Q_{1,A}}{Q_{1,B} + Q_{1,A}} \quad (10.40)$$

E' allora evidente che il risultato sarà sempre inferiore rispetto al caso ideale non interrefrigerato. Malgrado sembri che l'interrefrigerazione non convenga per il caso ideale, per il caso reale la questione può essere diversa. Se si osserva il ciclo reale interrefrigerato rappresentato sul diagramma (T, s) di figura 10.25, si vede come il ciclo aggiuntivo A può essere ritenuto equivalente al ciclo ideale C, riportato nel particolare di figura 10.26, che evolve a partire da un'isobara inferiore (9478), ed è quindi caratterizzato da un β maggiore. Il rendimento di tale ciclo aggiuntivo, che dipende solo ed esclusivamente dal rapporto di compressione trattandosi di un ciclo ideale, sarà allora maggiore rispetto al caso ideale iniziale. Se il rendimento del ciclo di partenza B è limitato, può essere che il rendimento del ciclo C lo superi, anche se il ciclo C è caratterizzato da un rapporto

di compressione minore. In questa evenienza il rendimento finale complessivo del ciclo interrefrigerato risulterà maggiore del rendimento del ciclo di partenza.

L'interrefrigerazione trova largo utilizzo nel campo della propulsione navale: l'acqua marina infatti è un'efficace sorgente di calore a bassa temperatura ed in grado di scambiare calore in maniera molto efficace. L'aria che evolve nel compressore può essere raffreddata in scambiatori acqua-gas che, grazie ai coefficienti di scambio termico sufficientemente alti, sono molto efficienti e relativamente compatti.

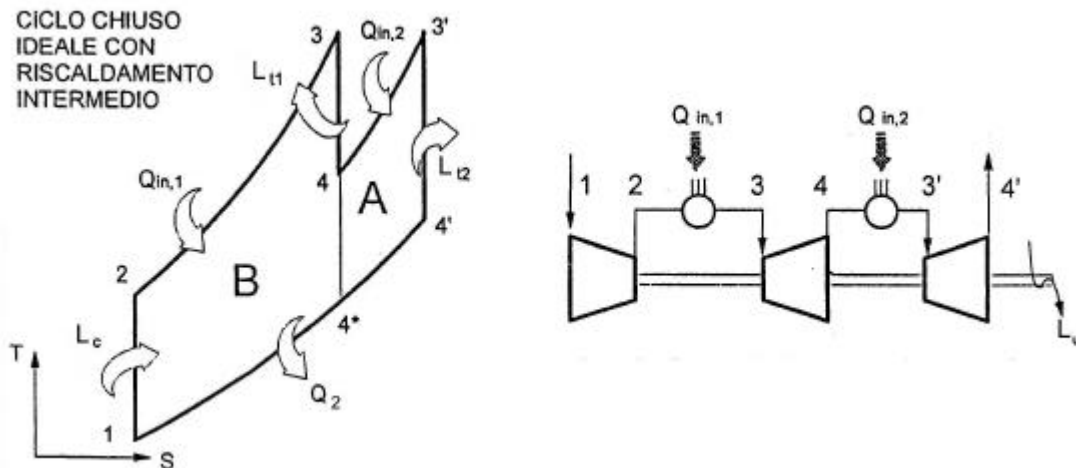


Figura 10.27 Ciclo a gas ideale con ri-combustione.

10.8.3. Ricombustione

Scopo della ricombustione è quello di incrementare il lavoro fornito dalla turbina, aumentando il lavoro ideale. La figura 10.27 riporta lo schema impiantistico così come il ciclo ideale diagrammato nel piano (T,s). Dopo un primo tratto di espansione in turbina (1° stadio), i gas combusti vengono sottoposti ad una ricombustione, grazie alla quale vengono portati alla temperatura T_3 , tipicamente simile alla temperatura T_3 . Successivamente i fumi vengono fatti espandere in una seconda turbina, che lavora tra il livello di pressione intermedio a cui è stata arrestata la prima espansione, e la pressione atmosferica. La ricombustione è possibile grazie al fatto che le turbine a gas funzionano con elevati eccessi d'aria; i fumi allo scarico della turbina presentano ancora un alto contenuto di ossigeno che può essere utilizzato come comburente.

E' possibile effettuare un'analisi termodinamica pressoché uguale a quella fatta per l'interrefrigerazione: nel ciclo ideale il lavoro utile aumenterà perché aumenta l'area racchiusa dal ciclo, mentre il rendimento del ciclo tenderà a diminuire. Nel caso reale la situazione è analoga per quanto riguarda il lavoro prodotto (tende ad aumentare); più difficile è invece valutare a priori l'effetto sul rendimento.

La ricombustione nelle turbine a gas trova applicazione nei cicli combinati, cioè in cui il calore contenuto nei fumi in uscita dal turbogas viene utilizzato per produrre vapore in una caldaia, in quanto la temperatura T_4 di uscita dei fumi risulta più elevata, consentendo di effettuare un ciclo a vapore di migliori caratteristiche e rendimento. Inoltre l'estrema semplicità del post-combustore fa sì che il costo aggiuntivo di installazione sia molto contenuto.

Analogo alla ricombustione è il concetto di *post-combustione*, tipico dei propulsori aeronautici, dove trova impiego nei caccia militari. La post-combustione consiste nel porre la seconda camera di combustione a valle della turbina, realizzando un aumento della temperatura dei fumi prima che questi entrino nell'ugello di scarico. Tale soluzione, aumentando l'entalpia dei fumi in ingresso all'ugello, e quindi la velocità del getto allo scarico in atmosfera, permette di incrementare la spinta

del motore di un ordine di grandezza. Ciò consente al velivolo di raggiungere prestazioni sensibilmente superiori per diversi minuti che risultano molto utili durante un combattimento.

10.8.4. Ciclo di Erikson

Le varianti del ciclo semplice viste nei paragrafi precedenti (rigenerazione, inter-refrigerazione e ricombustione) possono essere messe insieme per costituire un ciclo a gas che approssima il ciclo di Erikson (figura 10.28). Si ricorda che il ciclo di Erikson è un ciclo composto da due trasformazioni isoterme collegate da due isobare. Nel Capitolo 8 (paragrafo 8.7) si è visto come il rendimento del ciclo di Erikson sia pari al rendimento di un ciclo di Carnot che evolve tra le stesse temperature minime e massime. E' allora evidente il vantaggio che deriverebbe dalla possibilità di realizzare un tale ciclo.

Nel ciclo ideale rappresentato in figura 10.28 si vede come il ciclo di Erikson possa essere approssimato realizzando una serie di compressioni interrefrigerate, che approssimano una compressione a temperatura costante in cui il fluido di lavoro cede il calore Q_2 all'esterno. Segue quindi uno scambiatore di calore rigenerativo, in cui il fluido, ancora aria, si scalda a pressione costante ricevendo il calore Q_{RIG} ceduto dai fumi caldi al termine dell'espansione. Quest'ultima avviene in una serie di turbine intercalate da camere di combustione, che approssimano un'espansione isoterma, in cui viene introdotto il calore Q_1 dall'esterno. I fumi in uscita dall'ultimo corpo di turbina entrano infine nello scambiatore rigenerativo in controcorrente rispetto all'aria, a cui cedono il calore Q_{RIG} prima di essere scaricati in atmosfera. Per semplicità, nello schema di figura 10.28 sono rappresentate solo due interrefrigerazioni e due camere di combustione.

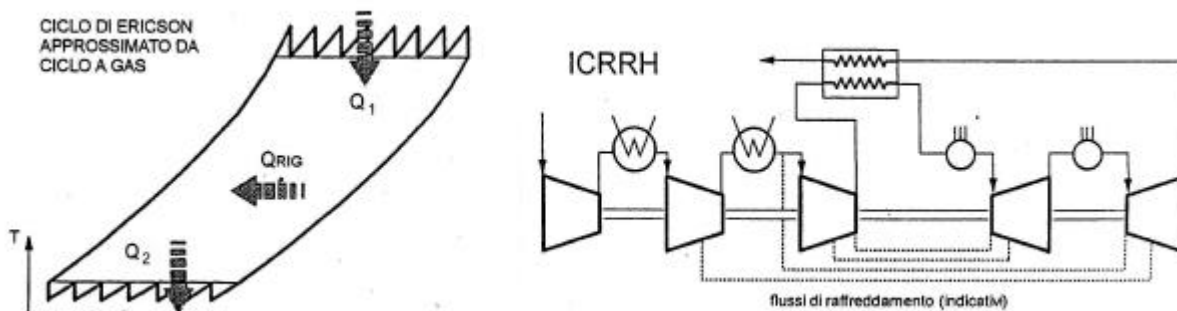


Figura 10.28 Ciclo Ericson ideale.

Bibliografia:

Turbine a gas, F. Montevicchi, CittàStudi Edizioni
Macchine Termiche, G. Cornetti, Ed. Il Capitello Torino