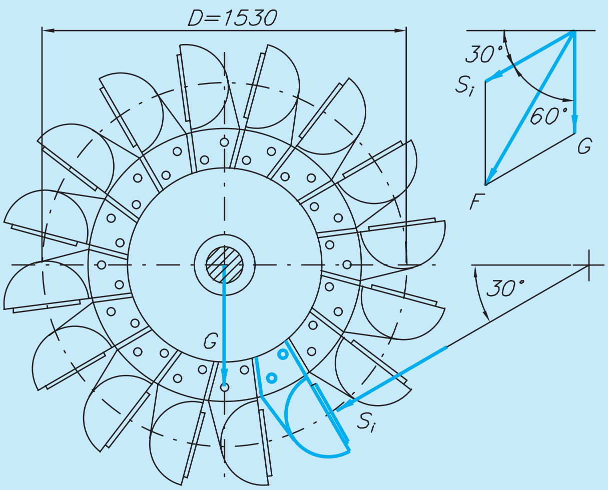
Alberi - 1

La ruota di una turbina Pelton ad asse orizzontale (➜ figura) ha 16 pale portate ad una ad una sul disco; ogni pala ha due bulloni di attacco e pesa 30 kg.
Il diametro della ruota, misurato alla metà delle pale, è D = 1,530 m. Il peso complessivo della ruota è di 2 400 kg; la spinta idraulica è di 2 300 kg ed è inclinata di 30° rispetto al piano orizzontale assiale della ruota; la distanza dei due supporti dell'albero è di 0,80 m.
La velocità di fuga della girante è di 76 m/s; la potenza sviluppata dalla turbina è 2 600 CV a 500 giri al minuto.
Dopo aver scelto opportunamente ogni altro dato occorrente, il candidato esegua il calcolo di massima:

a) dei bulloni d'attacco delle pale al disco;
b) del diametro dell'albero sul quale è calettata la girante.

(Tema di Meccanica applicata alle macchine per l'esame di maturità tecnica industriale nella sessione 1965-II).



a) L'attacco di ogni pala sul disco è realizzato mediante due bulloni, che si prevedono con gambo calibrato. Alla velocità di fuga la forza centrifuga, a cui ogni pala è soggetta, sollecita a taglio i due bulloni, ciascuno dei quali ha due sezioni resistenti al taglio. Con quattro sezioni resistenti risulta:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{F_c}{4 \cdot A_{res}} = \frac{F_c}{3 \cdot A_{res}}$$

Per il progetto dei bulloni, posto $\tau_{\max} = \tau_{adm}$, deve essere:

$$A_{res} = \frac{f_c}{3 \cdot \tau_{adm}}$$

e il diametro del gambo:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{res}}{\pi}}$$

Il valore della forza centrifuga che sollecita una pala di massa $m = 30$ kg alla velocità di fuga $V_f = 76$ m/s è:

$$F_c = m \frac{v_f^2}{\frac{D}{2}} = 30 \cdot \frac{76^2}{0{,}765} = 226\,510 \text{ N}$$

Assunta una tensione ammissibile $\tau_{adm} = 105$ N/mm^2, l'area resistente deve valere:

$$A_{res} = \frac{226\,510}{3 \times 105} = 719 \text{ mm}^2$$

e il diametro del gambo:

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 719}{\pi}} = 30 \text{ mm}$$

b) L'albero è sollecitato a flesso-torsione. La forza flettente si determina componendo la spinta idraulica S_i con il peso G della girante. Con il teorema di Carnot si ottiene:

$$F = \sqrt{G^2 + S_i^2 + 2\ G\,S_i \cos 60°} =$$
$$= 4\,070 \text{ kgf} = 39\,930 \text{ N}$$

Il momento flettente nella sezione di mezzeria dell'albero, essendo la distanza dei due supporti dell'albero $\ell = 800$ mm, risulta:

$$M_f = \frac{F\,\ell}{4} = \frac{39\,930 \times 800}{4} = 7\,986\,000 \text{ Nmm}$$

Dalla potenza:

$$P = 2\ 600 \times 0{,}7355 = 1\ 912\ \text{kW}$$

e dalla velocità angolare:

$$\omega = \frac{2\ \pi\ n}{60} = \frac{2\ \pi \cdot 500}{60} = 52{,}36\ \text{rad/s}$$

si ricava il valore del momento torcente:

$$M_t = \frac{P}{\omega} \cdot 10^6 = \frac{1\ 912}{52{,}36} \cdot 10^6 = 36\ 516\ 425\ \text{Nmm}$$

Il momento flettente ideale è allora:

$$M_{fid} = \sqrt{M_f^2 + 0{,}75\ M_t^2} = 32\ 617\ 000\ \text{Nmm}$$

Per realizzare l'albero si sceglie un acciaio C 35 bonificato UNI 7874, che ha un limite di fatica alle sollecitazioni alterne simmetriche $\sigma_{LFi} = 260$ N/mm^2. Con un grado di sicurezza $n = 3$, la tensione ammissibile a fatica risulta:

$$\overline{\sigma}_{adm} = \frac{260}{3} = 87\ \text{N/mm}^2$$

Il modulo di resistenza deve perciò valere:

$$W = \frac{M_{fid}}{\overline{\sigma}_{adm}} = \frac{32\ 617\ 000}{87} = 374\ 908\ \text{mm}^3$$

e il diametro:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\ W}{\pi}} = 156\ \text{mm}$$