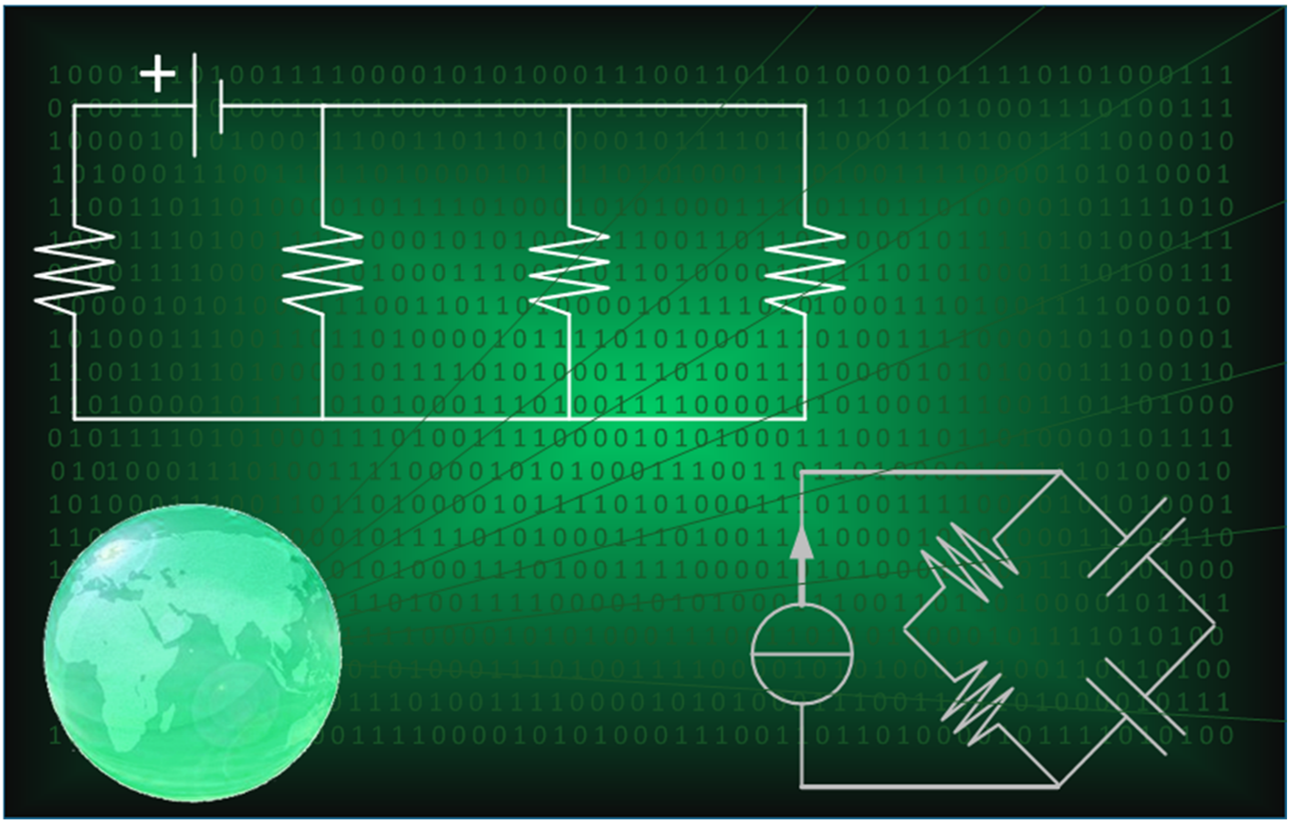
Tecla Spelgatti

ELETTROTECNICA, ELETTRONICA E AUTOMAZIONE

per la classe 3°

Istituto Tecnico dei Trasporti - Conduzione del mezzo



PARTE I: elettricità e magnetismo

1. ELETTRICITA' E IL MAGNETISMO

L'elettrotecnica studia le correnti elettriche e i circuiti in cui esse scorrono. Prima di iniziare lo studio di questa materia è utile un breve ripasso di fisica, in modo da chiarire i concetti di carica elettrica, struttura della materia, campo e potenziale.

1.1. La carica elettrica e la struttura della materia

La carica elettrica è una proprietà dei corpi, come lo sono la massa, la capacità di riflettere la luce, la rigidezza, ecc...

Ogni proprietà influenza il comportamento del corpo: ad esempio, la massa influenza il peso di un corpo e quindi un corpo di massa maggiore sarà attratto al suolo da una forza maggiore, oppure la capacità di riflettere o assorbire la luce farà si che una parete di cemento fermi i raggi solari, mentre un vetro li lasci passare.

LA CARICA ELETTRICA, INDICATA CON LA LETTERA Q, È UNA PROPRIETÀ CHE DETERMINA COME IL CORPO INTERAGISCE CON ALTRI CORPI DOTATI DI CARICA.

Esistono due tipi di cariche elettriche:

- cariche **POSITIVE**
- cariche **NEGATIVE**

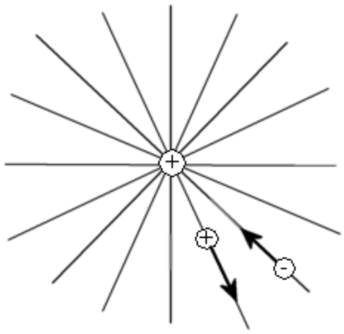
Questo vuol dire che una carica elettrica sarà sempre definita con un segno, cioè si dirà che un corpo ha una carica $Q = +100$ oppure che un corpo ha una carica $Q = -100$.

Ma il segno e il numero non bastano, da soli, per definire la carica di un corpo: manca l'unità di misura.

La carica elettrica si misura in **COULOMB** (simbolo C), nome derivato da Charles Augustin de Coulomb, lo scienziato francese che ne scoprì l'esistenza e gettò le basi dell'elettrostatica e del magnetismo.

Dunque dovremo dire che una carta carica vale, ad esempio, $Q = -2\ C$.

UNA CARICA ELETTRICA È CAPACE DI ATTRARRE UNA CARICA DI SEGNO OPPOSTO AL PROPRIO E DI RESPINGERE UNA CARICA DI SEGNO UGUALE AL PROPRIO. Grazie a questa proprietà una particella dotata di carica, immersa in un campo elettrico, può mettersi in moto e viaggiare da un punto all'altro.



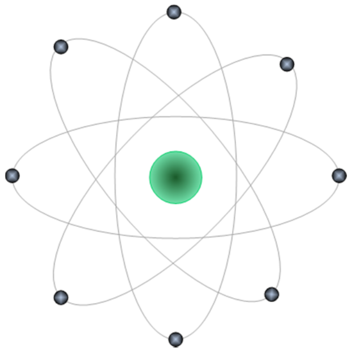
La corrente elettrica non è altro che un movimento ordinato di cariche all'interno di un percorso, ad esempio all'interno di un filo di rame.

Per capire che cos'è la corrente elettrica è però necessario comprendere la struttura della materia.

Ogni atomo è costituito da tre tipi di particelle:

- **PROTONI** che hanno carica positiva
- **NEUTRONI** che non hanno carica
- **ELETTRONI** che hanno carica negativa

Possiamo raffigurarci gli elettroni come particelle rotanti intorno al nucleo.



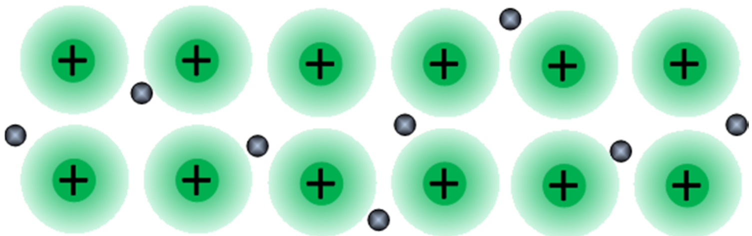
Gli elettroni hanno massa molto piccola rispetto ai protoni, ma la loro carica elettrica è della stessa entità, anche se di segno opposto. Questo perché la carica elettrica e la massa sono due grandezze indipendenti tra loro: **UNA PARTICELLA MOLTO PICCOLA PIÙ AVERE CARICA MOLTO GRANDE E VICEVERSA**.

Gli elettroni sono costretti a girare attorno al nucleo, a causa della forza di attrazione nucleare (il meno è attirato dal più), che diventa sempre minore man mano che ci si allontana da quest'ultimo.

Questo vuol dire che gli elettroni più interni saranno saldamente legati al nucleo, mentre quelli più esterni saranno attratti con una forza minore e, in alcuni casi, potranno liberarsi dal nucleo e spostarsi all'interno della materia, dando vita ad un movimento di elettroni, chiamata **CORRENTE ELETTRICA**.

La forza con cui gli elettroni sono attratti dipende non solo dalla distanza degli elettroni dal nucleo, ma anche da quanto il legame con il nucleo è forte: in alcuni materiali (ad esempio il legno) gli elettroni più esterni sono attratti dal nucleo con una forza tale che non possono spostarsi. Questi materiali sono detti isolanti perché in essi non passa corrente elettrica.

In altri atomi (ad esempio i metalli) gli elettroni più lontani dal nucleo, se ricevono un'energia sufficiente, possono liberarsi e muoversi all'interno del materiale. Questi materiali sono detti conduttori e in essi può passare la corrente elettrica.



I materiali metallici sono ottimi conduttori; ad esempio il rame viene utilizzato come conduttore in ogni circuito e lo stagno è usato per fare le saldature.

A questo punto possiamo porci una domanda: a che velocità viaggia la corrente elettrica?

La corrente elettrica è un movimento di elettroni e questi si spostano ad una velocità di pochi centimetri al minuto. Quindi, quando premiamo l'interruttore della luce, gli elettroni che sono vicini all'interruttore impiegheranno ore per percorrere i metri che li separano dalla lampadina.

Perché allora la lampadina si accende istantaneamente?

Per rispondere a questa domanda consideriamo un tubo trasparente pieno di palline:

La prima e l'ultima pallina sono numerate in modo che sia possibile seguirle nel loro cammino.

Ora immaginiamo di inserire nel tubo una pallina colorata.

La pallina colorata spinge avanti tutte le altre palline e fa cadere fuori dal tubo la pallina contrassegnata dal numero 24.

La velocità di ogni singola pallina è molto bassa, eppure la pallina 24 è uscita dal tubo quasi istantaneamente.

La stessa cosa succede con la corrente elettrica: la velocità del singolo elettrone è molto bassa, ma non appena l'elettrone vicino all'interruttore si mette in moto, nello stesso momento si mettono in moto tutti gli elettroni, anche quelli che sono vicini alla lampadina.

Il fenomeno per cui le palline si muovono all'improvviso di una certa quantità di spazio si chiama impulso.

E' l'impulso che si propaga istantaneamente e che quindi "fa viaggiare la corrente alla velocità della luce".

RICORDA: LA CORRENTE ELETTRICA È UN MOTO ORDINATO DI CARICHE. LA CORRENTE ELETTRICA COMUNE È COSTITUITA DA ELETTRONI CHE SI MUOVONO IN UN FILO CONDUTTORE ALLA VELOCITÀ DI POCHI CENTIMETRI AL MINUTO.

1.2. Come si genera corrente elettrica

Abbiamo visto che la corrente elettrica è un movimento ordinato di cariche. Ora cerchiamo di capire cos'è che provoca questo movimento. Sappiamo infatti che se teniamo in mano un pezzo di filo di rame, in esso non scorre nessuna corrente. Affinché gli elettroni si mettano in moto è necessario fornire energia, ad esempio collegare il filo di rame ad una presa di corrente oppure ad una batteria.

Per capire cosa mette in moto gli elettroni è necessario introdurre il concetto di campo elettrico.

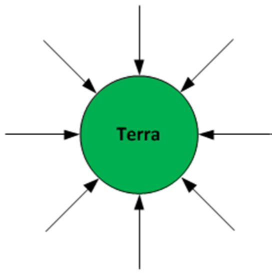
1.3. Il concetto di campo

I termini campo elettrico, campo gravitazionale, campo magnetico, sono certamente noti. Ma qual è il loro significato?

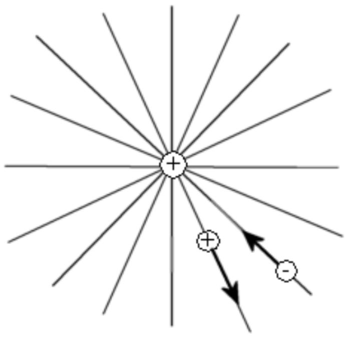
In generale, un campo è una regione dello spazio in cui è presente una grandezza che può essere scalare o vettoriale. Se si tratta di una forza si parla di campo di forza. Un campo di forza è grado di agire su un certo tipo di corpo al suo interno per metterlo in movimento.

L'oggetto che crea la forza si chiama **SORGENTE DEL CAMPO**.

Ad esempio, il campo gravitazionale generato dalla terra attira i corpi dotati di massa verso il suolo.



Il campo elettrico generato da una carica positiva attira i corpi dotati di carica elettrica negativa e respinge quelli dotati di carica elettrica positiva.



Un campo magnetico generato da una calamita attira il ferro.

TIPO DI CAMPO	GENERATO DA:	AGISCE SU:
Gravitazionale	un corpo dotato di massa	un corpo dotato di massa
Elettrico	un corpo dotato di carica elettrica	un corpo dotato di carica elettrica
Magnetico	un corpo magnetizzato	un corpo ferromagnetico
Elettromagnetico	una carica in movimento	cariche in movimento e materiali ferromagnetici

Per rappresentare un campo si utilizzano delle linee che indicano la direzione in cui agisce la forza; queste linee sono chiamate **LINEE DI CAMPO**.

E' noto che più ci si allontana dalla superficie terrestre, più la forza con cui siamo attratti diminuisce. Infatti gli astronauti in orbita attorno alla terra "galleggiano".

Questo ci fa intuire che la forza che attrae un corpo in un campo non è uguale in ogni punto.

Consideriamo, ad esempio, un campo magnetico: più ci allontaniamo dal magnete e meno è attratto il chiodo.

La stessa cosa succede in un campo elettrico: più ci si allontana dalla sorgente (cioè dalla carica che genera il campo) e più diminuisce la forza con cui le cariche sono attratte o respinte.

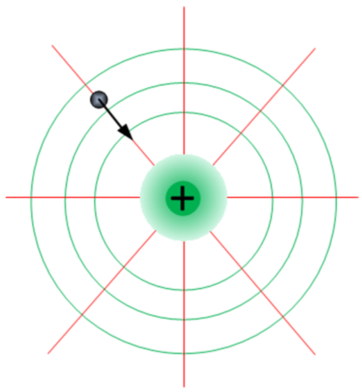
Ci saranno quindi dei punti del campo in cui la forza di attrazione è uguale e punti in cui la forza di attrazione è diversa. Pensiamo ad esempio al campo gravitazionale e alla forza peso che ci attrae verso il suolo: trascurando lo schiacciamento della terra ai poli e immaginandola come una sfera perfetta, il peso non cambia se ci spostiamo da Roma a New York. Questo si spiega col fatto che la forza di gravità dipende dalla distanza dal centro della terra e quindi non varia se ci spostiamo sulla superficie terrestre.

Si dice che la superficie terrestre è **EQUIPOTENZIALE**.

Nel caso di un campo elettrico, possiamo tracciare delle linee che uniscono i punti in cui la forza di attrazione è la stessa. Queste linee di solito sono rappresentate tratteggiate.

Una particella messa in un punto qualsiasi di questa linea verrà attratta con la stessa forza.

Queste linee si chiamano **LINEE EQUIPOTENZIALI**.



RICORDA: UN CAMPO È UNA REGIONE DI SPAZIO IN CUI SONO PRESENTI DELLE FORZE CHE AGISCONO SU UN CERTO TIPO DI CORPO.

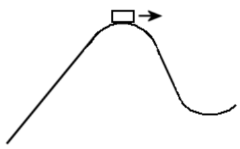
L'INSIEME DEI PUNTI IN CUI C'È UNA FORZA DELLA STESSA INTENSITÀ SI CHIAMA LINEA EQUIPOTENZIALE.

1.4. Il concetto di energia potenziale

Il concetto di energia potenziale è uno dei più difficili. E' quindi fondamentale averlo ben chiaro prima di iniziare il corso di elettrotecnica.

Analizziamo innanzi tutto il significato della parola.
Potenziale significa “potenzialmente”, “in potenza”. Con queste parole, nelle conversazioni quotidiane, ci si riferisce a qualcosa che potrebbe avvenire: un potenziale assassino è qualcuno che potrebbe commettere un omicidio, ma ancora non l’ha commesso; un potenziale cliente è qualcuno che potrebbe comprare merci o servizi, ma ancora non li ha comprati.
Siamo di fronte alla distinzione tra ciò che potrebbe avvenire in teoria e ciò che avviene nella pratica, ciò che è attuale, cioè che sta avvenendo in questo momento.
Il potenziale assassino diventa un attuale assassino quando commette l’omicidio; il cliente diventa un attuale cliente quando compra la merce.
Il potenziale è quindi la possibilità di fare qualcosa.
Chiarito il concetto di potenziale nella vita di tutti i giorni, cerchiamo ora di capire cos’è l’energia potenziale.
Consideriamo le montagne russe che si possono trovare in qualsiasi luna park. All’inizio il treno è fermo, poi comincia a salire, trainato da una cremagliera: in questa fase al treno viene fornita energia, tant’è che le montagne russe richiedono corrente elettrica per funzionare.

Arrivato al punto più alto, il treno non riceve più energia dall’esterno ed è quasi fermo.
La sua energia cinetica, cioè quella associata al movimento, è praticamente nulla.



Poi il treno comincia la discesa e, mentre perde quota, guadagna sempre più velocità e quindi guadagna energia cinetica.

Arrivato in fondo alla discesa imbocca il loop, il “giro della morte”, e mentre sale più in alto, perde velocità.
Giunto nel punto più alto del loop comincia di nuovo a scendere e aumenta la sua velocità.
A questo punto si sarà intuito che le montagne russe funzionano tramite un continuo scambio di quota e velocità: mentre si sale si va più lenti, mentre si scende si va più veloci.

Abbiamo detto che l'energia associata alla velocità, l'energia cinetica, aumenta e diminuisce durante il percorso. Ma poiché in natura **NULLA SI CREA E NULLA SI DISTRUGGE, MA TUTTO SI TRASFORMA**, ci dev'essere qualcos'altro, un altro tipo di energia, associata alla quota, che aumenta quando diminuisce l'energia cinetica, in modo che la loro somma sia costante.

Questa energia "fantasma" è l'energia potenziale.

A questo punto si può comprendere perché viene chiamata potenziale: è l'energia che potenzialmente può trasformarsi in energia cinetica, in velocità e dipende dalla quota e dalla massa dell'oggetto.

Sappiamo infatti che il peso è dato dalla formula:

$$P = m \cdot g$$

in cui compare il peso e l'accelerazione gravitazionale.

Quindi l'energia potenziale gravitazionale sarà:

$$E = P \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

RICORDA: L'ENERGIA POTENZIALE È LA QUANTITÀ DI ENERGIA CHE È PRESENTE IN UN DETERMINATO PUNTO DI UN CAMPO QUANDO IN ESSO È PRESENTE UN CORPO. DIPENDE DALLA DISTANZA DALLA SORGENTE E DALLA GRANDEZZA CARATTERISTICA DEL CORPO (LA MASSA PER IL CAMPO GRAVITAZIONALE, LA CARICA ELETTRICA PER IL CAMPO ELETTRICO)

1.5. Il concetto di potenziale

Abbiamo visto che l'energia potenziale dipende anche dal corpo considerato, oltre che dal punto in cui si trova. Questo vuol dire che un corpo più grande sarà attratto maggiormente dalla terra e quindi avrà più energia potenziale.

Nasce quindi il problema di confrontare corpi di massa diversa o di carica elettrica diversa. Infatti una carica di 10 C sarà attratta più di una carica da 2 C.

Per ovviare a questo problema, si introduce il concetto di potenziale, che è un energia per unità di carica (o di massa qualora stiamo parlando di un campo gravitazionale):

$$Potenziale\ elettrico = \frac{energia\ potenziale\ elettrica}{carica\ elettrica}$$

In questo modo possiamo confrontare l'energia potenziale di cariche diverse nello stesso campo. L'energia potenziale gravitazionale è legata alla quota, o meglio, alla differenza di altezza tra il punto in cui si trova l'oggetto e il suolo. Riprendendo l'esempio di prima, se costruiamo delle montagne russe in cima al monte bianco oppure al livello del mare, la situazione non cambia: anche se la quota del monte bianco è maggiore, sulle montagne russe il treno non raggiungerà velocità maggiori di quello in riva al mare.

Possiamo quindi introdurre il concetto di differenza di potenziale: come dice la parola stessa, si tratta di una differenza (una sottrazione) tra due diversi potenziali. Nel caso dell'energia potenziale delle montagne russe, si avrà un energia potenziale in cima alla discesa e un energia potenziale diversa in fondo alla discesa. La loro differenza è una differenza di potenziale:

$$\boldsymbol{differenza\ di\ energia\ potenziale \rightarrow \Delta E_P = E_{P\,cima} - E_{P\,fondo}}$$

A questo punto estendiamo il concetto di potenziale.

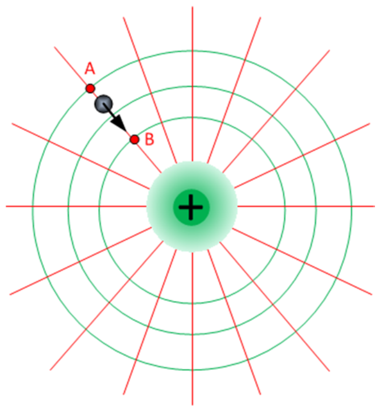
Finora abbiamo visto la differenza di potenziale associata alla quota. Questa differenza di potenziale esiste in quanto la forza di attrazione gravitazionale della terra attira a se i corpi: se il treno è lasciato libero in cima alla discesa, questo scenderà fino in fondo a causa della forza di gravità.

Ma il potenziale associato alla quota non è l'unico. Esistono anche il potenziale elettrico e il potenziale magnetico.

Consideriamo un campo elettrico generato da una carica con le sue linee equipotenziali. Se mettiamo una carica negativa su una di queste linee, come nella figura seguente, essa sarà attratta dalla carica sorgente e si muoverà lungo le linee di campo, attraversando man mano le diverse linee equipotenziali.

Il movimento della particella, e quindi la corrente elettrica (la particella non è altro che un elettrone e muovendosi genera una corrente elettrica), dal punto A al punto B, è provocato dal fatto che in questi due punti il potenziale elettrico è diverso.

C'è quindi una differenza di potenziale che provoca un movimento.



Ecco cos'è la differenza di potenziale elettrico: è quella che genera una corrente elettrica, cioè quello che mette in moto le cariche:

RICORDA: PER GENERARE UNA CORRENTE ELETTRICA È NECESSARIA UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE

1.4.1. *Il paragone fluidodinamico*

Per comprendere meglio il concetto di potenziale si può utilizzare il cosiddetto paragone fluidodinamico.

In pratica la corrente elettrica può essere paragonata alla corrente di un fiume (da qui il termine fluidodinamico).

Un fiume scorre sempre da monte a valle perché l'acqua è sottoposta alla forza di gravità e tende a scendere verso il basso. Quindi si può dire che il dislivello (la differenza di quota) mette in moto le molecole d'acqua generando la corrente del fiume.

Allo stesso modo si può dire che la differenza di potenziale, come il dislivello, mette in moto le cariche elettriche generando una corrente elettrica.

1.6. La differenza di potenziale in elettrotecnica

Quello di cui abbiamo parlato fin'ora è il potenziale in un generico campo.

Ora cercheremo di capire cos'è la differenza di potenziale in elettrotecnica.

Normalmente un corpo è neutro, ovvero ha un numero uguale di elettroni e di protoni e quindi la sua carica totale è nulla.

A seguito però dell'applicazione di forze esterne come il calore, la corrente o lo sfregamento, i corpi possono perdere o acquistare elettroni.

Un corpo che ha perso un elettrone si trova ad essere globalmente positivo (perché ha una carica negativa in meno) mentre un corpo che ha acquistato un elettrone si trova ad essere globalmente negativo (perché ha una carica negativa in più).

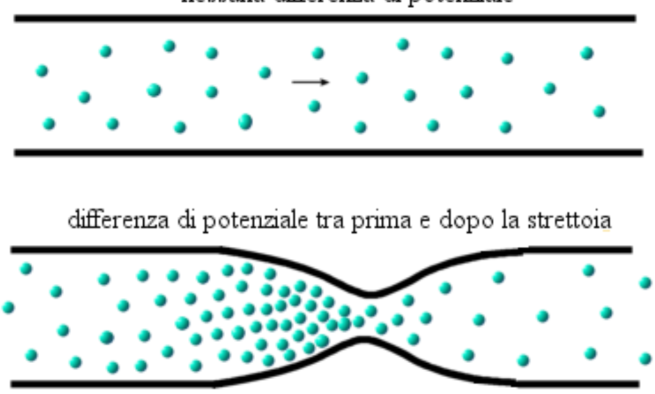
Il potenziale è proporzionale alla quantità di cariche negative accumulate: più un corpo ha cariche negative e più potrà dare una corrente elettrica intensa (ha più elettroni da emettere); un corpo che ha ceduto i propri elettroni sarà ad un potenziale più basso.

A questo punto possiamo porci un domanda: da cosa dipende la quantità di elettroni accumulati?

Immaginiamo che gli elettroni siano palline che scorrono in un tubo. In certi punti del tubo ci sono delle strettoie, o dei detriti che costringono le palline a rallentare accumulandosi prima della strettoia, come fanno le automobili in autostrada prima del casello.

Se osserviamo il tubo vediamo che prima dell'intoppo ci sono tante palline, mentre dopo l'intoppo ce ne sono meno. Abbiamo una differenza di palline.

Se le palline sono gli elettroni, avremo una differenza di potenziale elettrico.



In elettrotecnica questa differenza di potenziale può essere chiamata in tre modi:

- **DIFFERENZA DI POTENZIALE**, scritta con la sigla ddp
- **FORZA ELETTROMOTRICE**: scritta con la sigla fem
- **CADUTA DI TENSIONE**: indicata con V

1.5.1. *Le convenzioni per il potenziale*

Abbiamo detto che il potenziale gravitazionale dipende dalla distanza dal centro della terra. Quindi se ci troviamo al livello del suolo non siamo a potenziale zero.

E' anche vero però che il potenziale al suolo è costante su tutta la superficie terrestre e quindi può risultare comodo ipotizzare che il potenziale al suolo sia nullo.

Si tratta di una convenzione.

Per comprendere il concetto si consideri l'altezza delle montagne. Per convenzione misuriamo l'altezza di un punto della superficie terrestre a partire dal livello del mare. Diciamo quindi che il mare sta a quota zero. Nessuno però ci vieta di partire a misurare le quote dalla Fossa delle Marianne. Il Monte Bianco, ad esempio, è alto circa 3000 metri dal livello del mare e circa 14000 metri dalla Fossa delle Marianne.

Ci sono poi situazioni in cui le altezze non vengono misurate dal livello del mare. Ad esempio, se ci chiedono quanto è alta una casa non ha senso dare la misura dal livello del mare. Partiremo invece a misurare dal cortile. In questo caso diciamo che il cortile è a quota zero. Come la quota, anche il potenziale elettrico ha bisogno di un punto di riferimento, di un livello zero da cui partire a misurare.

Esistono 3 possibili convenzioni per il potenziale.

- **LO ZERO È ALL'INFINITO**: questa convenzione è utilizzata dai fisici teorici e non è adatta all'uso pratico. Per capire come mai i fisici utilizzano questa convenzione, si pensi al fatto che l'attrazione gravitazionale terrestre non è mai davvero nulla: diventa sempre più piccola man mano che ci si allontana dalla terra, fino ad essere talmente piccola da poter essere trascurata, ma non è mai pari a zero.
- **LO ZERO È POSTO A TERRA**: questa è una convenzione utilizzata ogni volta che è possibile collegare un circuito al suolo. Questo collegamento prende il nome di messa a terra. Parleremo della messa a terra quando studieremo i cortocircuiti.
- **LO ZERO È POSTO A MASSA**: si chiama massa la carcassa metallica esterna di un dispositivo. Questa convenzione viene adottata ogni volta che non è possibile collegare il dispositivo al terreno. Ad esempio le automobili non possono essere collegate al terreno perché le ruote di gomma sono isolanti. Anche gli aerei non possono, per ovvi motivi, essere collegati al terreno. Quando si considera un automobile o un aereo si utilizza quindi la convenzione del potenziale nullo a massa.

1.7. Corrente continua e corrente alternata

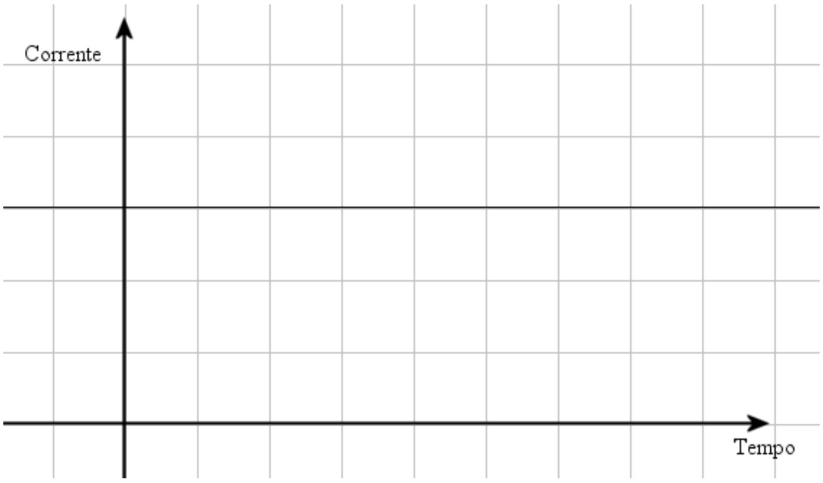
I tipi di corrente con cui un apparecchio può funzionare sono due:

- Corrente continua
- Corrente alternata

Cerchiamo di capire in cosa si differenziano questi due tipi di corrente.

Il termine continua ci da già un'idea di come sia questa corrente: continua vuol dire che la corrente ha sempre la stessa velocità, che gli elettroni si muovono senza variazioni.

Quindi, se rappresentiamo in un piano la corrente in funzione del tempo, avremo una linea orizzontale.



LA CORRENTE CONTINUA È QUINDI UNA CORRENTE COSTANTE, CHE NON VARIA MAI AL PASSARE DEL TEMPO. Molti apparecchi elettrici funzionano in corrente continua: tutti quelli alimentati da batterie funzionano in corrente continua, così come tutte le apparecchiature elettroniche che necessitano di un trasformatore per funzionare.

L'alimentatore dei computer serve infatti a trasformare la corrente alternata, che arriva nelle nostre case, in corrente continua.

La corrente alternata invece, come dice la parola stessa, è una corrente che al passare del tempo si alterna, passa cioè dall'essere positiva all'essere negativa.

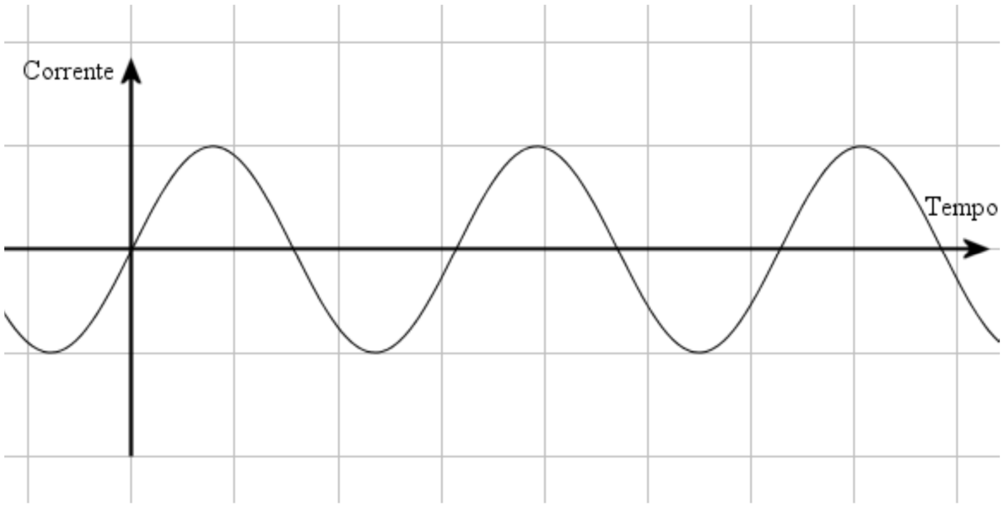
Per capire come questo sia possibile, possiamo immaginare di sederci a cavallo di un elettrone e seguirlo nel suo movimento.

Se la corrente è alternata l'elettrone non viaggerà sempre a velocità costante, ma alternerà fasi in cui accelera a fasi in cui decelera, fino addirittura a tornare indietro.

Immaginiamo di essere a bordo di un barca trascinata dalla corrente di un fiume e di mettere una mano nell'acqua. Se teniamo la mano ferma chi osserva dalla riva vedrà la nostra mano muoversi con la stessa velocità della barca (in questo caso il moto della mano sarà rettilineo uniforme.

Se invece agitiamo la mano avanti e indietro, chi osserva dalla riva vedrà la mano avanzare sempre di più insieme alla barca ma il suo movimento non sarà lineare. Infatti un osservatore fermo sulla riva vedrà la mano andare più veloce quando la stiamo muovendo in avanti e andare più lenta quando la stiamo muovendo all'indietro.

Se rappresentiamo la corrente alternata su un piano in funzione del tempo, otteniamo un diagramma come il seguente:



La corrente cambia continuamente il suo segno, passando dall'essere positiva (cioè muoversi "in avanti") all'essere negativa (cioè muoversi "all'indietro").

Per questo si chiama alternata: perché il suo segno, al passare del tempo, si alterna tra positivo e negativo.

Si dice che la corrente cambia polarità.

1.8. Le grandezze base dell'elettrotecnica

Nell'elettrotecnica troviamo tre grandezze fondamentali:

- Intensità di corrente
- Tensione
- Potenza

1.7.1. *Intensità di corrente elettrica*

Si indica col simbolo I e rappresenta la quantità di carica elettrica che attraversa la sezione di un conduttore nell'unità di tempo. La sua unità di misura è l'Ampere A.

$$\textit{Intensità di corrente} = \frac{\textit{carica che passa nella sezione}}{\textit{tempo}} \quad \rightarrow \quad i = \frac{Q}{\Delta t}$$

Cioè, in un secondo, quanta carica elettrica attraversa la sezione del conduttore (ad esempio un filo di rame)?

L'intensità di corrente si spiega bene con il paragone fluidodinamico. Se il circuito anziché elettrico fosse idraulico, l'intensità di corrente diventerebbe l'intensità del flusso d'acqua. Se siamo sopra un ponte e osserviamo l'acqua che scorre sotto le arcate possiamo notare che se il fiume è in secca l'acqua, oltre ad essere poca, passa sotto al ponte lentamente.

Se invece il fiume è in piena, il livello dell'acqua è alto (cioè la portata d'acqua è grande) e inoltre l'acqua passa più rapidamente sotto al ponte. Si dice che la corrente è più intensa.

Lo stesso fenomeno si ha nei circuiti elettrici, solo che al posto dell'acqua abbiamo un flusso di elettroni e al posto del letto del fiume abbiamo il conduttore.

1.7.2. *Tensione elettrica*

Ai capi di ogni dispositivo elettrico si instaura una differenza di potenziale, cioè una differenza nella concentrazione degli elettroni. La differenza di potenziale è chiamata anche caduta di tensione elettrica o, più semplicemente, tensione elettrica.

La caduta di tensione ai capi di un dispositivo è la differenza tra il potenziale a monte del dispositivo e a valle dello stesso. Di solito viene indicata con la lettera V, ma quando si ha a che fare con la tensione di una batteria si usa la lettera E.

La tensione si misura in Volt, un unità di misura derivata dal Joule (che misura l'energia) e il Coulomb (che misura la carica). Anche l'unità di misura ha come simbolo V.

$$Volt = \frac{Joule}{Coulomb} \quad \rightarrow \quad V = \frac{J}{C}$$

1.7.3. *Potenza elettrica*

La potenza di un sistema è l'energia che esso trasforma nell'unità di tempo. Molte macchine possono fare lo stesso lavoro, ma la macchina che lo fa in meno tempo è più potente. La potenza serve quindi a caratterizzare una macchina.

Si indica con P. La sua unità di misura è il Watt, indicato con la lettera W.

Il watt è un unità di misura derivata dal joule e dal tempo:

$$Watt = \frac{Joule}{Tempo} \quad \rightarrow \quad W = \frac{J}{t}$$

LE GRANDEZZE BASE DELL'ELETTROTECNICA			
	Simbolo della grandezza	Unità di misura	Simbolo dell'unità di misura
Intensità di corrente	I	Ampere	A
Tensione	V	Volt	V
Potenza	P	Watt	W

1.9. Fenomeni magnetici

Abbiamo visto che una carica elettrica deforma lo spazio attorno a se creando un campo elettrico in cui sono presenti delle forze elettriche in grado di attirare o respingere corpi dotati di carica.

Ora vedremo un altro tipo di campo di forza: quello magnetico.

1.8.1. *Come si genera un campo magnetico*

Esistono tre tipi di magneti:

- I **MAGNETI NATURALI**: costituiti da magnetite, un minerale noto fin dall'antichità, in grado di attirare piccoli pezzi di metallo e di orientarsi verso nord se lasciato libero di ruotare
- I **MAGNETI PERMANENTI**: creati dall'uomo a partire da pezzi di metallo tramite un procedimento chiamato ciclo di isteresi magnetica.
- Gli **ELETTROMAGNETI**: sono dei magnetici costituiti da grandi avvolgimenti di filo elettrico che hanno la particolarità di poter essere spenti, eliminando il campo magnetico finchè non vengono riaccesi.

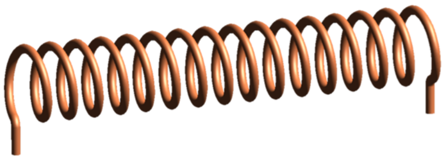
I campi magnetici non hanno tutti la stessa intensità: una calamita più forte attirerà pezzi di metallo più grossi. Per indicare l'intensità del campo magnetico si utilizza un'unità di misura chiamata Tesla, dal fisico Nicola Tesla che studiò i campi magnetici e la corrente elettrica. Il Tesla si indica con la lettera T.

Per indicare il campo magnetico nelle formule, si utilizzano due lettere: B oppure H.

RICORDA: L'INTENSITÀ DEL CAMPO MAGNETICO SI MISURA IN TESLA (ABBREVIATO CON T) E SI INDICA CON LA LETTERA B O CON LA LETTERA H.

1.8.2. *Gli elettromagneti*

Elettromagnete è costituto da un filo avvolto su se stesso, solitamente attorno ad un supporto che può avere la forma di un cilindro o di un anello. Nel primo caso si parla di solenoide, nel secondo di toroide.

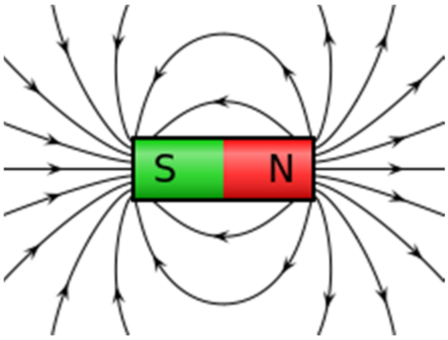


Per capire come si genera il campo magnetico è necessario un breve ripasso di fisica.

Abbiamo visto che una particella dotata di carica elettrica genera un campo elettrico. Questo succede sia quando la carica è ferma sia quando è in movimento.

Quando la carica si muove però succede anche un'altra cosa: oltre ad un campo elettrico si genera un campo magnetico. Visto che attorno alla carica sono presenti sia il campo elettrico che quello magnetico si parla di campo elettromagnetico.

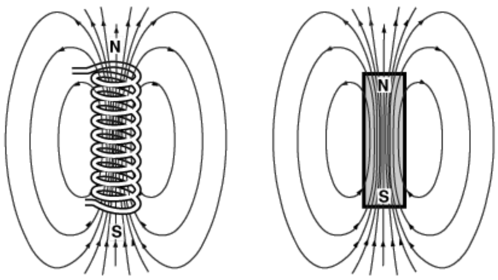
Il campo magnetico è un fenomeno noto. Una calamita, ad esempio, è in grado di generare un campo magnetico che attira oggetti di metallo.



Dunque: **UNA CARICA ELETTRICA, PER IL SEMPLICE FATTO DI ESISTERE, GENERA UNA CAMPO ELETTRICO. UNA CARICA ELETTRICA CHE SI MUOVE, AD ESEMPIO LUNGO UN FILO CONDUTTORE, GENERA UN CAMPO ELETTROMAGNETICO.**

A questo punto si potrebbe pensare che un qualsiasi filo percorso da corrente, ad esempio il filo che collega il computer alla presa di corrente, generi un campo elettromagnetico.

Questo è vero, ma il campo magnetico generato da un solo filo è così debole da poter essere trascurato. Se però il filo viene attorcigliato su se stesso, come appunto si fa con un elettromagnete, il campo magnetico dei vari avvolgimenti si somma e da origine ad un campo magnetico intenso.



In pratica il solenoide si comporta come un magnete, con la differenza che oltre al campo magnetico c'è anche un campo elettrico.

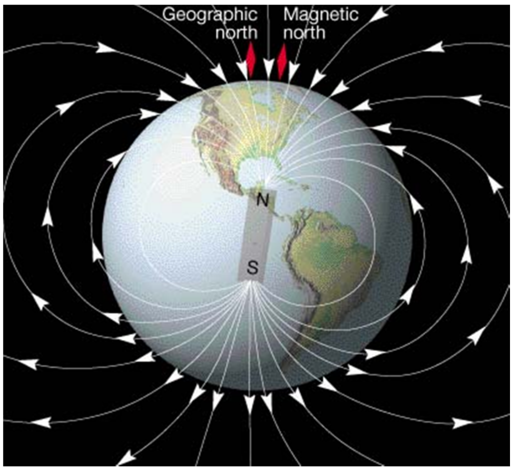
L'intensità del campo magnetico che viene generato da un induttore dipende dal numero di spire e da quanto sono vicine. Più spire ci sono più il campo magnetico è forte. In particolare, il campo magnetico generato da un solenoide è dato dalla formula:

$$B = \mu \cdot \frac{N}{l} \cdot i$$

Dove μ è un coefficiente numerico che dipende dal mezzo che circonda il magnete; N è il numero di spire del solenoide, L è la sua lunghezza e i è l'intensità della corrente che scorre nel filo.

La terra è un grande elettromagnete

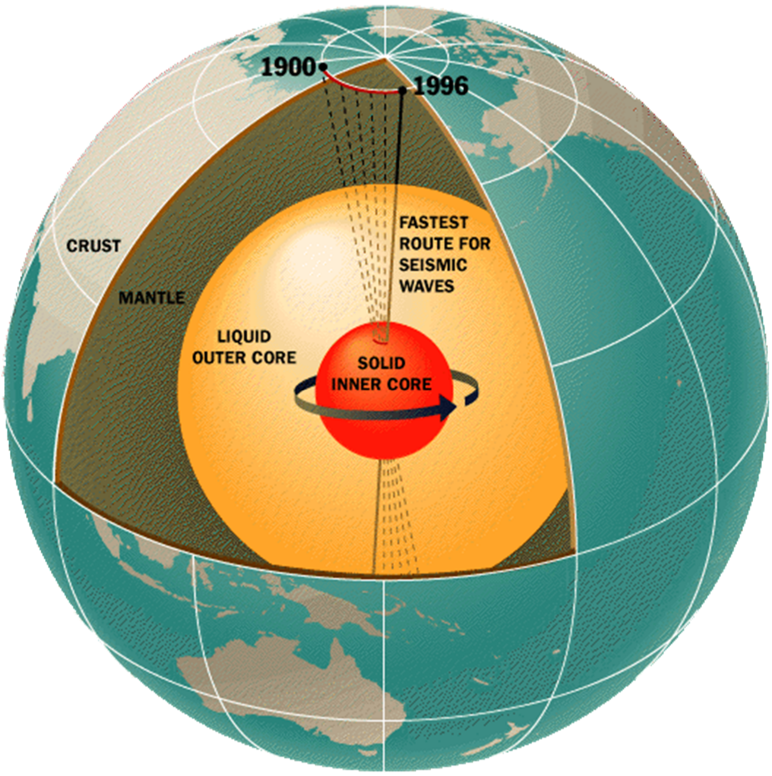
Sappiamo che la Terra ha un campo magnetico. Nell'antichità si pensava che fosse dovuto ad un immensa montagna di magnetite posizionata al polo nord.



In realtà il campo magnetico terrestre ha la stessa origine di quello generato da un elettromagnete.

Il nucleo esterno della terra è formato da ferro liquido che si presenta in forma di ioni. Uno ione è un atomo che ha acquistato o ceduto un elettrone e quindi non è più neutro, ma ha una carica elettrica.

Il nucleo è in rotazione attorno all'asse magnetico terrestre e quindi possiamo immaginare che all'interno della Terra ci sia una corrente elettrica (formata da ioni metallici).



Questi ioni sono assimilabili alle cariche elettriche e quindi è come se all'interno della Terra ci fosse una gigantesca bobina di filo.

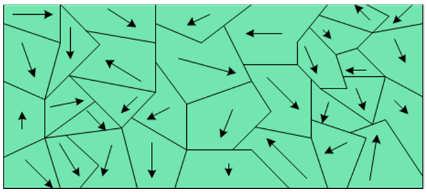
L'asse di rotazione del nucleo non è fisso, ma ruota descrivendo un cono. I poli magnetici descrivono quindi una circonferenza di circa 160 km.

Inoltre, nella storia ci sono state diverse inversioni dei poli magnetici: quello che era il polo sud è diventato il polo nord e viceversa.

1.8.3. *Il ciclo di isteresi magnetica*

I magneti permanenti sono realizzati partendo da un materiale in grado di magnetizzarsi, chiamato materiale ferromagnetico. Il tipico materiale di questo tipo è il ferro, ma è possibile magnetizzare anche il cobalto e il nichel.

I materiali di questo tipo presentano all'interno delle microscopiche regioni, chiamate domini di Weiss, che sono formate da atomi tutti allineati da un punto di vista magnetico. Quando il materiale non è magnetizzato ogni dominio ha un allineamento casuale e quindi non è possibile riconoscere una direzione preferenziale.

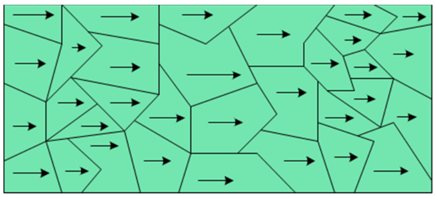


Nel disegno le frecce rappresentano l'orientamento magnetico del dominio di Weiss.

Quando un materiale viene sottoposto ad un campo magnetico esterno possono succede tre cose:

- Il materiale non subisce effetti: la magnetizzazione è molto lieve (materiale **DIAMAGNETICO**)
- Il materiale subisce una parziale magnetizzazione (materiale **PARAMAGNETICO**)
- Il materiale rimane magnetizzato in maniera intensa (materiale **FERROMAGNETICO**)

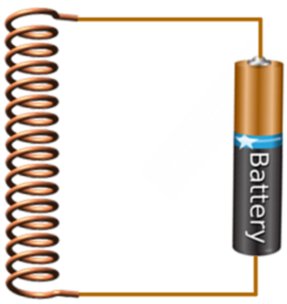
Quando il materiale è ferromagnetico i domini di Weiss si dispongono lungo il campo magnetico esterno in modo tale da risultare tutti orientati nella stessa direzione.



Quando il campo magnetico esterno viene rimosso il materiale conserva la magnetizzazione che ha acquisito.

Il processo che consente di passare da un materiale non magnetizzato ad un magnete permanente è chiamato **CICLO DI ISTERESI MAGNETICA**.

Immaginiamo di prendere un elettromagnete e di creare un forte campo magnetico facendo scorrere in esso della corrente:



Adesso inseriamo all'intero dell'elettromagnete un asta di metallo ferromagnetico.

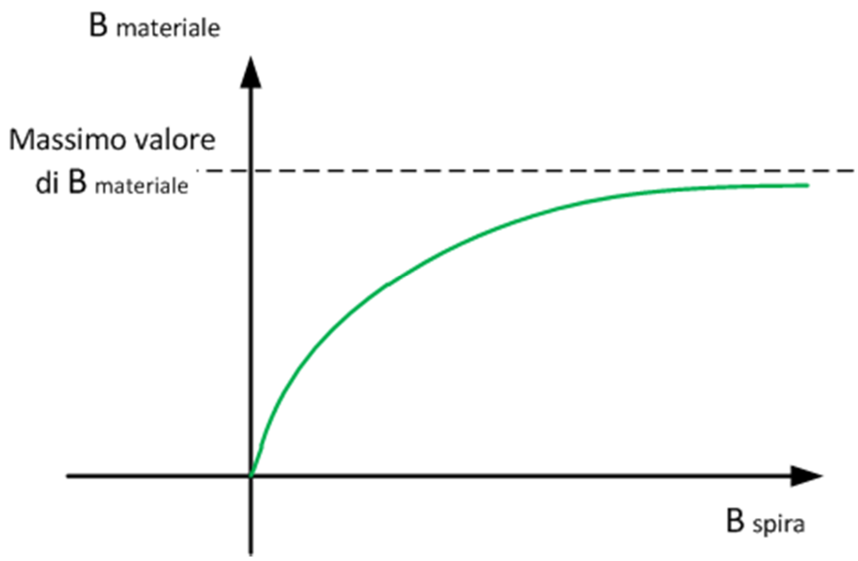
A contatto con il campo magnetico esterno, che indichiamo B_{spira} il metallo si magnetizza acquistando un campo magnetico, che chiamiamo $B_{materiale}$.

Immaginiamo di aumentare la corrente che scorre nella bobina e di conseguenza di avere un campo magnetico della spira sempre più forte:

$$B_{spira} = \mu \cdot \frac{N}{l} \cdot i$$

Dalla formula vediamo infatti che la corrente i e il campo magnetico generato sono direttamente proporzionali.

All'aumentare del campo magnetico esterno aumenta anche il campo magnetico del materiale, ma questo avviene solo per un certo tempo; poi anche se aumentiamo ancora il campo magnetico esterno quello del materiale resta costante:

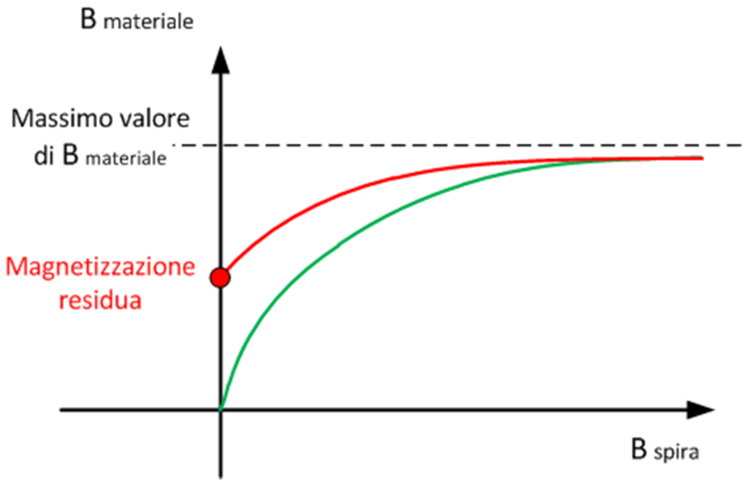


Dal grafico si nota proprio questo comportamento: il campo magnetico generato all'interno del materiale non può superare un certo valore. Questo succede perché una volta che i domini di Weiss sono tutti allineati non più possibile allinearne altri.

A questo punto immaginiamo di rimuovere il campo magnetico esterno diminuendo la corrente che scorre nella bobina.

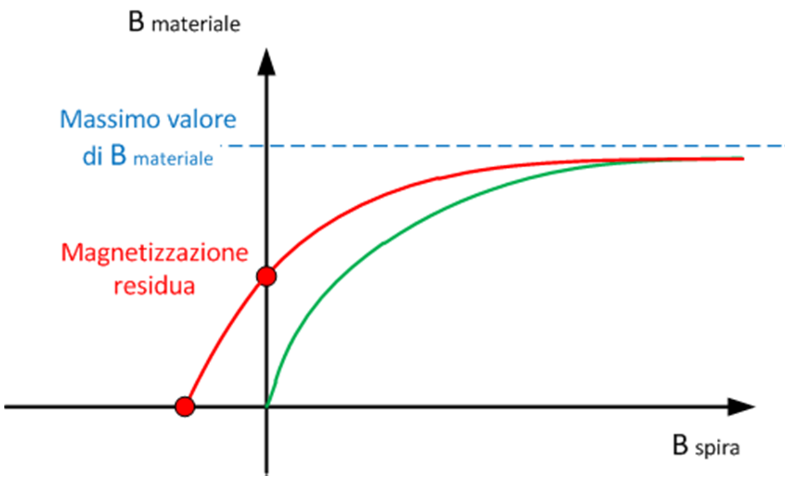
Ci aspettiamo di vedere il campo magnetico del materiale diminuire seguendo la stessa curva di prima, solo percorsa al contrario. Invece le cose cambiamo.

Il percorso seguito dal campo magnetico del materiale nella **FASE DI SMAGNETIZZAZIONE** è diverso da quello della **FASE DI MAGNETIZZAZIONE**.



Quando la corrente nella bobina si annulla (punto rosso) è rimasta una magnetizzazione residua all'interno del materiale. Si dice che c'è stata un **ISTERESI MAGNETICA**.

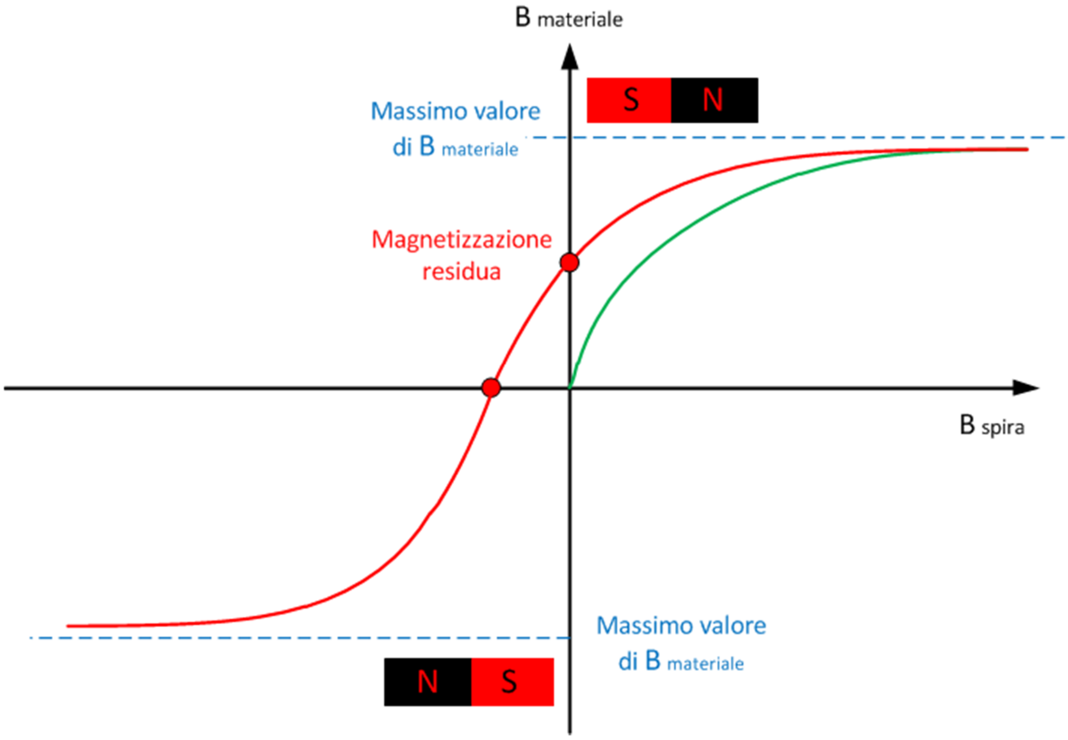
Se cambiamo il verso della corrente di alimentazione della spira (cioè colleghiamo al contrario la batteria) il materiale continua a smagnetizzarsi fino a tornare come era prima; a questo punto però il campo magnetico nella spira non è nullo:



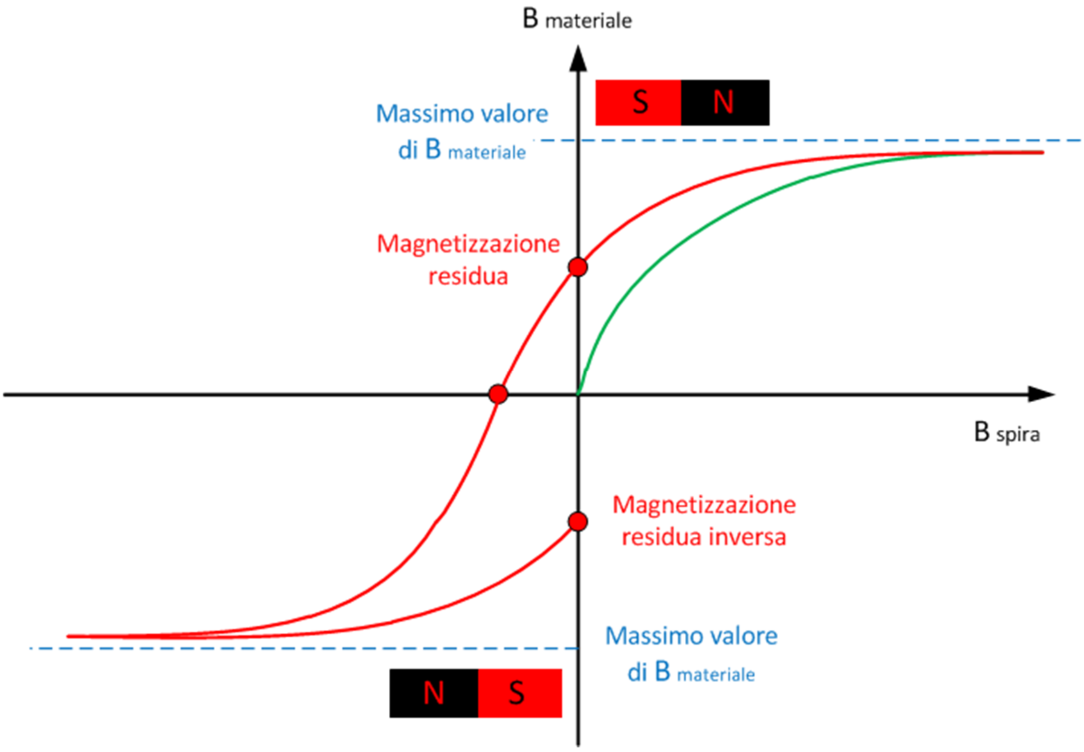
Se continuiamo ad aumentare il valore del campo magnetico esterno (che ora è negativo) vediamo che nel materiale si ricrea un campo magnetico, ma con polarità invertita. Anche questo campo magnetico inverso aumenta all'aumentare della corrente:

$$-B_{spira} = \mu \cdot \frac{N}{l} \cdot (-i)$$

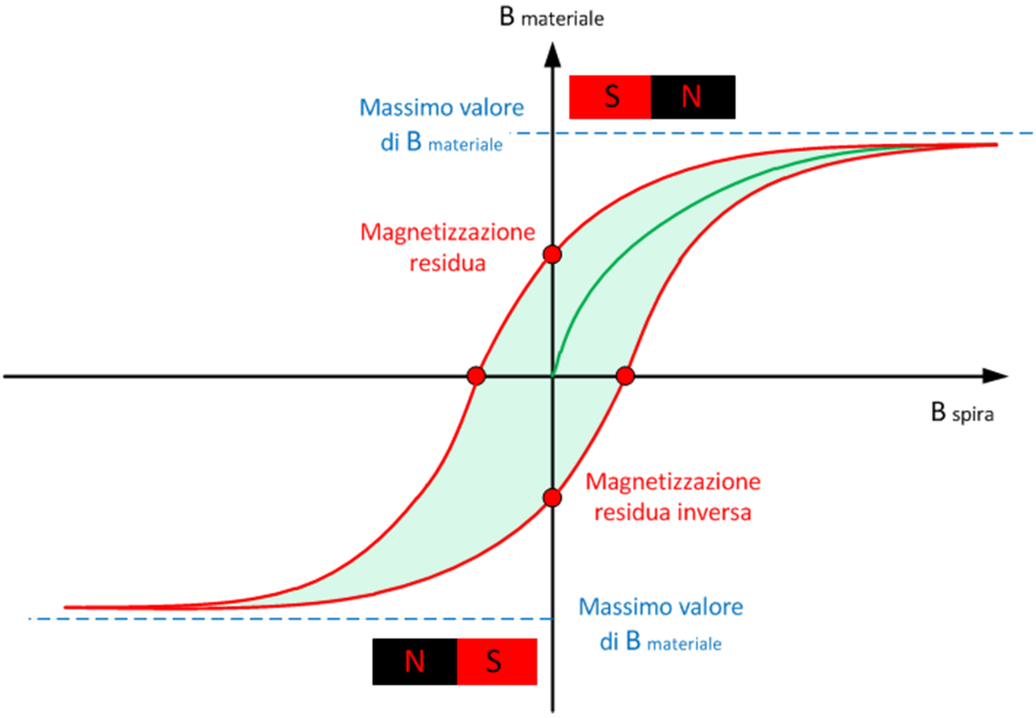
Quando tutti i domini sono allineati la magnetizzazione inversa del materiale ha raggiunto il suo massimo e non può più aumentare.



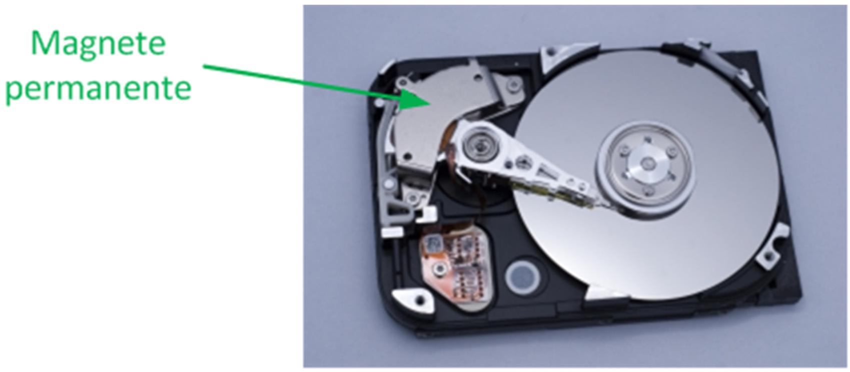
Se adesso diminuiamo la corrente fino ad annullarla (cioè spegniamo la batteria) vediamo che anche in questo caso c'è una magnetizzazione residua all'interno del materiale:



Se ora cambiamo nuovamente il verso della batteria vediamo che il materiale si smagnetizza progressivamente e quando il suo campo magnetico è nullo nella spira sta comunque scorrendo corrente. Se proseguiamo aumentando la corrente il ciclo si chiude e non ritorna più al punto di partenza: la linea verde viene quindi percorsa solo al primo ciclo e nei successivi si percorre la linea rossa:



Questo è dunque il modo in cui vengono creati i magneti permanenti. Questo tipo di magneti trova largo impiego in moltissime apparecchiature. Ad esempio, all'interno degli hard disk sono contenuti due potenti magneti:



2. I CIRCUITI ELETTRICI

Un circuito è un percorso chiuso in cui si muove qualcosa.

Nei circuiti idraulici ciò che si muove è l'acqua, in un circuito automobilistico si muovono le automobili, in un circuito elettrico si muovono gli elettroni.

Gli elettroni, avendo carica negativa, si muovono da punto in cui ci sono più elettroni (polo negativo) al punto in cui sono meno elettroni (polo positivo).

Tuttavia, per convenzione si dice che **LA CORRENTE SCORRE DAL POLO POSITIVO AL POLO NEGATIVO**.

All'inizio degli studi sull'elettricità era nota l'esistenza del protone, di carica positiva, ma non quella dell'elettrone, di carica negativa. Fu così che gli scienziati dell'epoca attribuirono la corrente ad uno spostamento di cariche positive e dissero che la corrente elettrica si muoveva dal polo positivo al polo negativo.

Solo in seguito, con strumenti di misura sempre più potenti, si scoprì l'esistenza dell'elettrone e la vera natura della corrente elettrica. Ormai però tutti erano abituati ad utilizzare la vecchia convenzione e nessuno ritenne opportuno cambiarla.

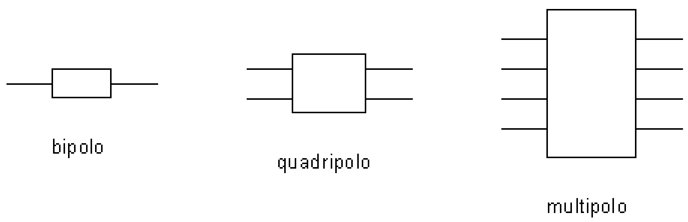
2.1. I bipoli

In un circuito elettrico troviamo due elementi:

- i conduttori, cioè dei fili di un materiale conduttore;
- i bipoli

Un bipolo è un elemento di un circuito da cui escono due morsetti, chiamati anche poli.

Se da un elemento escono 4 poli, questo si chiamerà quadripolo. Se escono n poli si chiamerà multipolo.



I circuiti elettrici sono costituiti da un insieme di bipoli (e a volte di multipoli) collegati tra loro.

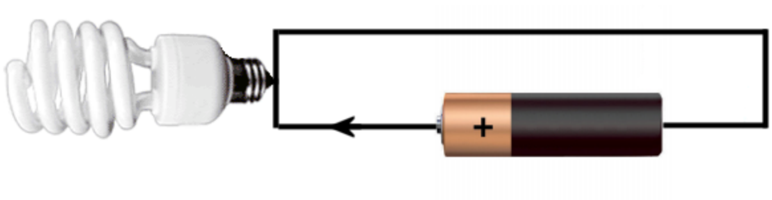
Ogni bipolo svolge una propria funzione all'interno del circuito. Alcuni bipoli producono energia, altri la utilizzano.

Esistono diversi tipi di bipoli che producono energia e diversi tipi di bipoli che la utilizzano.

Un circuito elettrico serve per compiere un lavoro. Dalla fisica sappiamo che affinché qualcosa produca lavoro è necessario fornirgli dell'energia.

Quindi, in un circuito, come in un qualunque sistema fisico, sarà presente una fonte di energia (i bipoli che producono energia) e un qualcosa che utilizza questa energia per produrre lavoro (i bipoli che utilizzano l'energia).

Un esempio di circuito elettrico è quello costituito da una batteria che fa accendere una lampadina,



Schematizzando e adottando alcune semplificazioni, le apparecchiature elettriche sono costituite da un circuito elettrico composto da un bipolo generatore (che produce energia sotto forma di corrente elettrica o di tensione) e un bipolo utilizzatore (che utilizza questa energia). Il bipolo utilizzatore è una resistenza, cioè un pezzo di metallo che si oppone al passaggio della corrente e si riscalda per effetto Joule.

RICORDA: UN CIRCUITO È UN PERCORSO CHIUSO FORMATO DA CONDUTTORI E BIPOLI. IN OGNI CIRCUITO CI DEVONO ESSERE ALMENO UN GENERATORE E UN UTILIZZATORE.

1.8.4. *Tipi di bipoli*

Abbiamo detto che i bipoli sono di due tipi:

- **UTILIZZATORI**, detti anche bipoli passivi
- **GENERATORI**, detti anche bipoli attivi

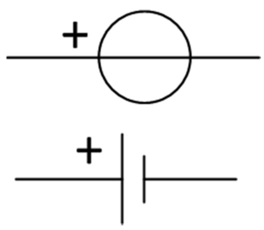
Analizziamo quindi i bipoli generatori e poi quelli utilizzatori.

GENERATORE DI TENSIONE IDEALE

Un generatore di tensione è un bipolo attivo in grado di generare una tensione elettrica costante, qualunque sia la corrente che scorre in esso.

Quando si disegna un circuito elettrico si utilizzano dei simboli convenzionali, chiamati **SIMBOLI CIRCUITALI**.

I simboli che si utilizzano per rappresentare un generatore di tensione sono rappresentati di seguito.



I generatori di tensione si caratterizzano per la tensione che erogano, che si indica con la lettera E ed è misurata in **VOLT**.

Nonostante questa grandezza sia una tensione, si utilizza la lettera E al posto di V poiché questa tensione è "attiva", cioè è la forza che mette in moto le cariche elettriche.

Per questo motivo si chiama anche forza elettromotrice fem.

RICORDA: UN GENERATORE IDEALE DI TENSIONE È UN BIPOLO GENERATORE IN GRADO DI PRODURRE UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE COSTANTE E IN QUESTO MODO DI ALIMENTARE UN CIRCUITO ELETTRICO.

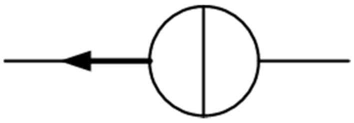
E' CARATTERIZZATO DAL VALORE DELLA TENSIONE CHE EROGA, INDICATA CON IL SIMBOLO E.

Esempi di generatori di tensione sono le classiche batterie che si usano per alimentare apparecchi elettronici quali i lettori mp3, i telefoni cellulari, le radio portatili, ecc…

<u>GENERATORE DI CORRENTE IDEALE</u>

Un generatore di corrente è un bipolo attivo in grado di generare una corrente elettrica costante, qualunque sia la tensione applicata ai suoi morsetti.

Il simbolo che si utilizza per rappresentare un generatore di corrente è rappresentato di seguito; la freccia indica il senso in cui scorre la corrente.



I generatori di corrente si caratterizzano per il valore della corrente che erogano che in genere si indica con la lettera A ed è misurata in **AMPERE**.

Come per la tensione, nonostante questa grandezza sia una corrente, si utilizza la lettera A al posto di I poiché questa tensione è "attiva", cioè è quella che consente alla corrente di scorrere nel circuito.

RICORDA: UN GENERATORE IDEALE DI CORRENTE È UN BIPOLO GENERATORE IN GRADO DI PRODURRE UNA CORRENTE ELETTRICA COSTANTE E IN QUESTO MODO DI ALIMENTARE UN CIRCUITO ELETTRICO.

E' CARATTERIZZATO DAL VALORE DELLA CORRENTE CHE EROGA, INDICATA CON IL SIMBOLO A.

Un generatore di corrente è molto più ingombrante di un generatore di tensione. Per funzionare richiede del combustibile, ad esempio benzina o petrolio, ed di solito viene utilizzato quando sono necessarie grandi quantità di energia elettrica in posti non raggiunti dalla normale rete di distribuzione, ad esempio nei campeggi o in montagna.

RESISTENZA

Il principale bipolo utilizzatore che si studia in elettrotecnica è la resistenza, chiamata anche resistore.

Il suo simbolo circuitale è mostrato nella figura precedente. Le resistenze non sono tutte uguali: ci sono resistenze che dissipano di più (e quindi producono più calore) e resistenze che dissipano di meno.

L'unità di misura della resistenza è l'**OHM**, indicato con la lettera greca Omega Ω.

RICORDA: LA RESISTENZA È UN BIPOLO UTILIZZATORE IN GRADO DI DISSIPARE CORRENTE ELETTRICA TRASFORMANDOLA IN CALORE. IL SUO SIMBOLO È R. LA SUA UNITÀ DI MISURA È L'OHM E IL SIMBOLO DELL'UNITÀ DI MISURA È LA LETTERA GRECA OMEGA Ω

In ogni circuito elettrico si trovano sempre delle resistenze. Gli stessi fili di rame che compongono un circuito hanno una certa resistenza: infatti gli atomi di rame che costituiscono il conduttore sono degli "ostacoli" per gli elettroni che si spostano costituendo la corrente elettrica.

Nello studio dei circuiti dell'elettrotecnica si immagina però che i fili di rame non abbiano resistenza e che quest'ultima sia concentrata in una solo punto, rappresentato appunto dal simbolo della resistenza visto prima.

L'inverso della resistenza è chiamato conduttanza G e si misura in Siemens S:

$$G = \frac{1}{R}$$

La figura seguente mostra una resistenza elettrica. Le strisce colorate sono un codice a colori che permette di capire il valore in Ohm della resistenza.

L'INDUTTORE

L'induttore è un elemento che si trova in molti circuiti. E' costituito da un filo di rame avvolto attorno ad un nucleo metallico, fino a formare una spira. E' chiamato anche bobina e a seconda della forma prende il nome di solenoide (attorcigliato attorno ad una barretta) o di toroide (attorcigliato attorno ad un anello).

Nello schema di un circuito elettrico vengono indicati con il simbolo seguente:

L'induttore ha una propria induttanza (la grandezza che dice quanto può lavorare l'induttore); l'induttanza si indica con la lettera L e si misura in **HENRY [H]**.

Vediamo ora cosa succede alla corrente quando passa nella spira e incontra il campo magnetico.

Faraday condusse degli esperimenti sui solenoidi facendo scorrere in essi della corrente e analizzando il campo elettromagnetico prodotto. Quello che scoprì fu che il campo magnetico creato da una bobina si oppone alle variazioni di corrente.

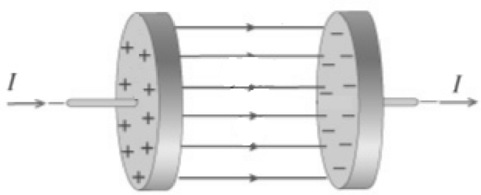
Questo significa che se la corrente è continua, cioè è costante nel tempo, è come se l'induttore non ci fosse. Quando la corrente aumenta, il campo magnetico dell'induttore tende a "frenarla" e invece, quando la corrente diminuisce, il campo magnetico tende a "spingere" la corrente.

RICORDA: L'INDUTTORE È UN BIPOLO CHE GENERA UN CAMPO ELETTROMAGNETICO CHE SI OPPONE ALLE VARIAZIONI DI CORRENTE. IN CORRENTE CONTINUA UN INDUTTORE SI COMPORTA COME UN CORTO CIRCUITO. SI INDICA CON AL LETTERA L E LA SUA INDUTTANZA SI MISURA IN HENRY.

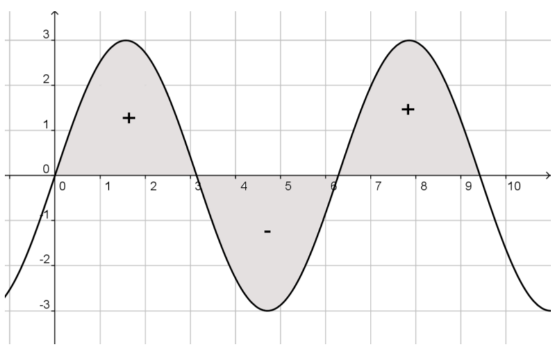
IL CONDENSATORE

Il condensatore è un dispositivo costituito da piastre di metallo, chiamate armature, in grado di accumulare cariche elettriche tra di esse. Poiché il condensatore è in pratica un serbatoio, con una propria capacità, è chiamato anche capacitore.

L'immagine seguente mostra lo schema di un classico condensatore a piastre.

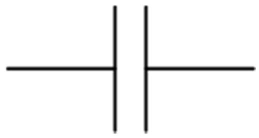


Le cariche elettriche arrivano al condensatore e rimangono "intrappolate" al suo interno. Quando il condensatore è pieno le cariche sono costrette a fermarsi. Se si sta usando corrente continua il condensatore, una volta pieno, può essere visto come un circuito aperto. Se però si sta utilizzando corrente alternata, ad un certo punto gli elettroni cominciano a scorrere nella direzione opposta (la corrente inverte la sua polarità). Siamo cioè nella parte negativa del diagramma:



Questo significa che il condensatore, che non lasciava più passare la corrente in un verso, ora si trova nella condizione migliore per condurre la corrente. Quindi il condensatore, in corrente alternata, facilita il passaggio della corrente. In corrente continua, invece, una volta che il condensatore è saturo la corrente è costretta a fermarsi e il condensatore non ha modo di scaricarsi. Si comporta quindi come un circuito aperto.

In un circuito elettrico il condensatore viene schematizzato con il simbolo seguente.

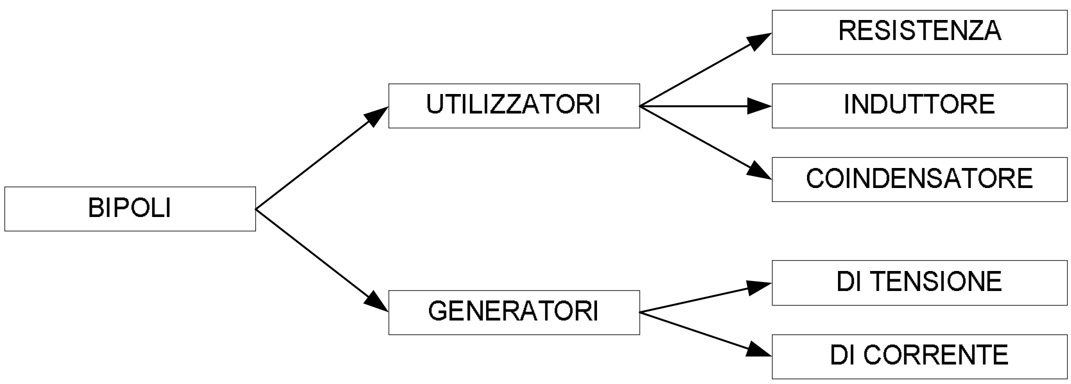


Il condensatore si indica di solito con la lettera C; ad esso è attribuita una capacità che si misura in **FARAD [F]**. Il Farad è un unità di misura molto grande e quindi, solitamente, i condensatori hanno capacità dell'ordine del microfarad $[\mu F]$.

Il condensatore si oppone al passaggio della corrente continua e migliora il passaggio della corrente alternata.

RICORDA: IL CONDENSATORE È UN BIPOLO CHE GENERA UN CAMPO ELETTROSTATICO CHE FACILITA IL PASSAGGIO DELLA CORRENTE ALTERNATA. SI INDICA CON IL SIMBOLO C E LA SUA CAPACITÀ SI MISURA IN FARAD [F]. IN CORRENTE CONTINUA SI COMPORTA COME UN CIRCUITO APERTO.

Possiamo quindi classificare i bipoli secondo il seguente schema riassuntivo:



I TIPI DI BIPOLI			
	Simbolo della grandezza	Unità di misura	Simbolo dell'unità di misura
Generatore ideale di tensione	E	Volt	V
Generatore ideale di corrente	A	Ampere	A
Resistenza	R	Ohm	Ω
Induttore	L	Henry	H
Condensatore	C	Farad	F

In corrente continua, non ha senso palare di condensatori e induttori poiché sono assimilabili a circuiti aperti (cioè a fili interrotti) o a cortocircuiti (cioè a fili senza alcun bipolo).

Quindi per ora considereremo solo le resistenze.

2.2. *Tensione e corrente in un bipolo*

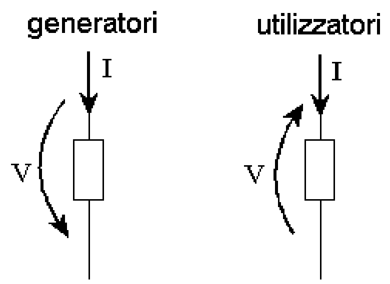
Abbiamo visto che le grandezze base dell'elettrotecnica sono 3 (tensione, corrente e potenza) e abbiamo analizzato il loro significato.

Ora vogliamo vedere come variano queste grandezze nei vari bipoli.

Le condizioni di funzionamento di un bipolo sono individuate dalle due principali grandezze dell'elettrotecnica: tensione e corrente.

Consideriamo un generico bipolo. Ai suoi capi ci sarà una differenza di potenziale, o caduta di tensione V. Inoltre attraverso il bipolo scorre una corrente I.

Queste due grandezze si chiamano caratteristiche del bipolo. Possiamo disegnare queste due grandezze in due modi diversi:



In un bipolo generatore la tensione e la corrente hanno lo stesso verso. In un bipolo utilizzatore la tensione e la corrente hanno verso opposto.

Nel primo bipolo la corrente e la tensione sono concordi: hanno lo stesso verso. Questo modo di rappresentare tensione e corrente si dice **CONVENZIONE DEI GENERATORI**.

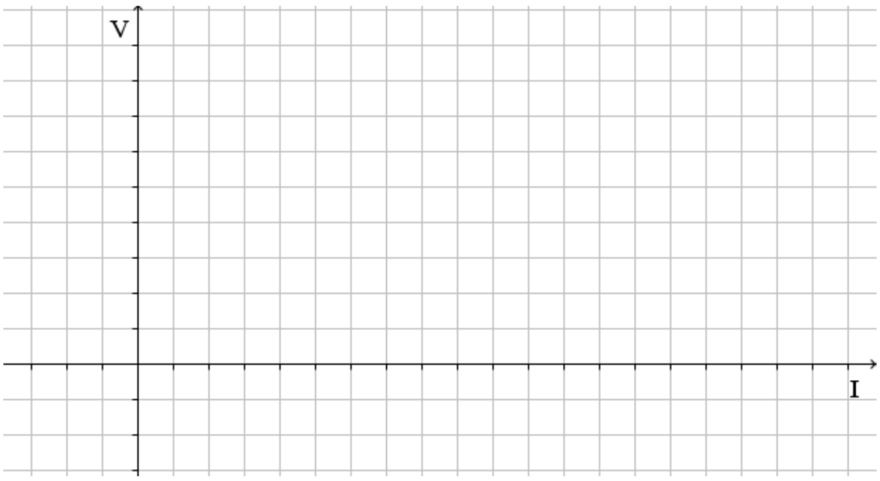
Nel secondo bipolo la corrente e la tensione sono discordi: hanno verso opposto. Questo modo di rappresentare tensione e corrente si dice convenzione degli utilizzatori.

Come dice la parola stessa, **LA CONVENZIONE DEGLI GENERATORI SI USA QUANDO SIA HA A CHE FARE CON BIPOLI ATTIVI (GENERATORI DI TENSIONE E DI CORRENTE)**.

LA CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI SI UTILIZZA QUANDO SI HA A CHE FARE CON BIPOLI PASSIVI (RESISTENZE, INDUTTORI E CONDENSATORI).

Queste due grandezze possono essere messe in relazione tra loro rappresentandole su un piano cartesiano che abbia sull'asse y la tensione V e sull'asse delle x la corrente I.

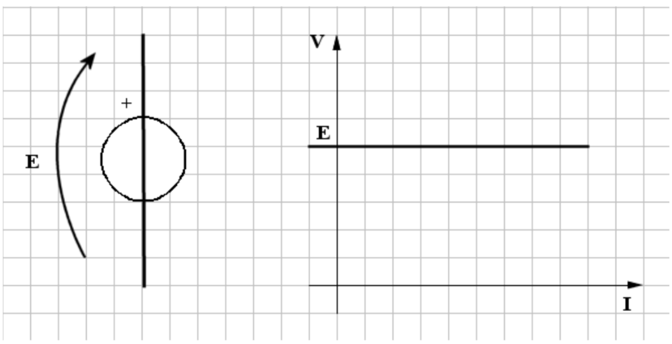
Il grafico che si ottiene sarà diverso per ognuno dei bipoli che abbiamo visto.



Un grafico che riporta la tensione che si misura ai capi di un bipolo (o di un circuito) in funzione della corrente che scorre in esso si chiama **CARATTERISTICA VOLT-AMPEROMETRICA**.

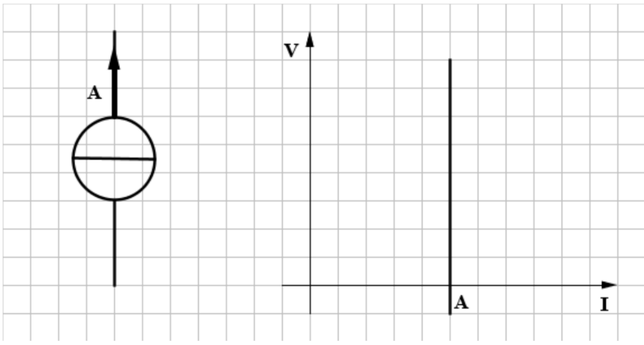
2.2.1. *Generatore ideale di tensione*

Poiché la tensione è costante, il grafico sarà una linea orizzontale in corrispondenza del valore E del generatore.



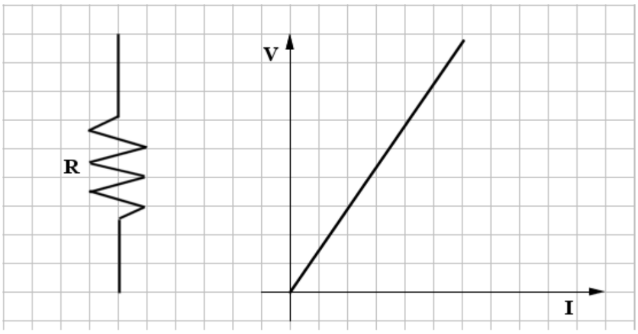
2.2.2. *Generatore ideale di corrente*

Poiché la corrente è costante, il grafico sarà un linea verticale in corrispondenza del valore A del generatore.



2.2.3. *Resistore (o resistenza)*

La caratteristica di una resistenza è più complessa. Il suo andamento deriva dalla legge di Ohm che studieremo più avanti.



RICORDA: SECONDO LA CONVENZIONE DEI GENERATORI LA TENSIONE È CONCORDE ALLA CORRENTE; SECONDO LA CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI, LA TENSIONE È DISCORDE ALLA CORRENTE.

2.3. *Nodi, rami, maglie*

Abbiamo detto che un circuito è costituito da un insieme di fili conduttori che collegano tra loro dei bipoli in grado di generare o utilizzare energia.

In un circuito è quindi possibile individuare almeno un percorso chiuso formato dai conduttori. Nei circuiti complessi questi percorsi chiusi possono essere più d'uno.

E' quindi utile introdurre alcuni concetti:

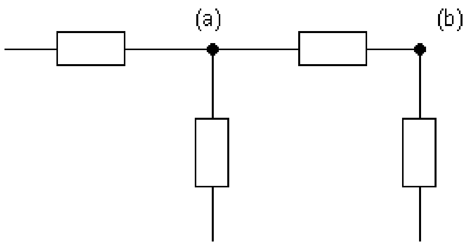
- Nodo
- Ramo
- Maglia

Analizziamo separatamente questi tre concetti.

2.3.1. *Nodi*

In un circuito scorre della corrente elettrica. Se un circuito è complesso ci saranno dei punti in cui la corrente si troverà di fronte a degli "incroci" e dovrà dividersi. Questi incroci sono chiamati nodi.

Attenzione a non confondere i nodi con i morsetti: i morsetti collegano dei bipoli tra loro, i nodi sono dei particolari morsetti in cui la corrente è costretta a dividersi.



Nella figura è mostrato un tratto di circuito con due morsetti: nel caso del morsetto (a) siamo di fronte ad un nodo, mentre nel caso del morsetto (b) siamo di fronte ad un morsetto.

2.3.2. *Rami*

Osserviamo nuovamente la figura**Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**: abbiamo detto che il morsetto (b) non è un nodo. In questo caso la corrente, una volta giunta nel punto (b), non ha modo di dividersi e continua a scorrere nella resistenza successiva senza variare.

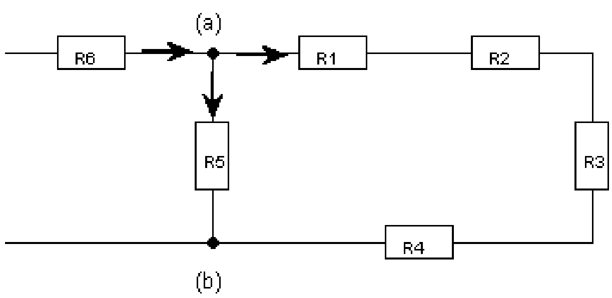
UN TRATTO IN CUI LA CORRENTE NON VARIA È CHIAMATO RAMO.

Tutti i bipoli che si trovano su uno stesso ramo sono attraversati dalla stessa corrente.

Nella figura seguente la corrente che scorre in R_1, R_2, R_3 e R_4 è la stessa perché in nessun tratto del percorso ha modo di dividersi.

Quindi quel tratto di circuito è un ramo.

Anche il tratto compreso tra (a) e (b) in cui si trova la resistenza R_5 è un ramo.

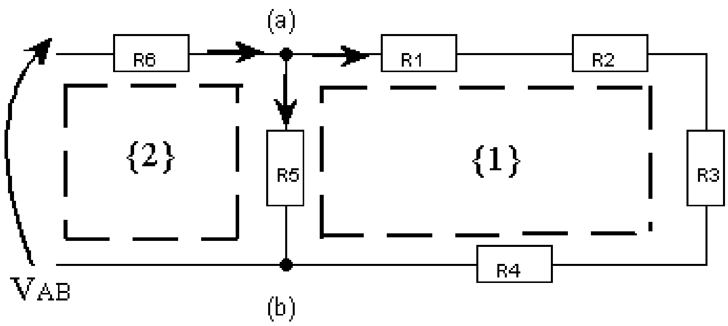


2.3.3. ***Maglie***

Abbiamo detto che un circuito è un percorso chiuso e che nei casi più complessi è possibile individuare molti percorsi chiusi in uno stesso circuito.

Ebbene, **OGNI PERCORSO CHIUSO È CHIAMATO MAGLIA.**

Il concetto di maglia, per quanto sembri immediato, nasconde un trabocchetto. Infatti il termine "chiuso su se stesso", applicato ai circuiti elettrici, comprende anche un caso particolare: quello in cui la maglia sia chiusa da una caduta di tensione.



Per capire meglio è utile considerare la figura precedente. In questo circuito ci sono 3 maglie:

una maglia è la {1}, quella racchiusa dal ramo su cui si trovano le resistenze R_1, R_2, R_3 e R_4 e dal ramo su cui si trova la resistenza R_5

una maglia è la {2}, nonostante non sia chiusa fisicamente da un conduttore ma dalla caduta di tensione V_{AB} una maglia che comprende la maglia {1} e la maglia {2}

RICORDA: UN RAMO È UN TRATTO DI CIRCUITO IN CUI SCORRE LA STESSA CORRENTE; UN NODO È IL PUNTO DI INCONTRO TRA DUE O PIÙ RAMI; UNA MAGLIA È UN PEZZO DI CIRCUITO, COSTITUITO DA UNO O PIÙ RAMI, CHIUSO SU SE STESSO TRAMITE CONDUTTORI O TRAMITE UNA TENSIONE AI SUOI CAPI.

2.4. *Cortocircuiti e circuiti aperti*

Abbiamo visto le grandezze base dell'elettrotecnica e i tre bipoli che possiamo incontrare in un circuito funzionante in corrente continua.

In un circuito però non troviamo solo dei bipoli.

Ci possono essere altri due elementi altrettanto importanti:

- cortocircuiti
- circuiti aperti

Per ora vedremo cosa sono questi elementi. Solo dopo aver studiato la legge di Ohm saremo in grado di comprendere davvero cosa succede in un cortocircuito o in un circuito aperto.

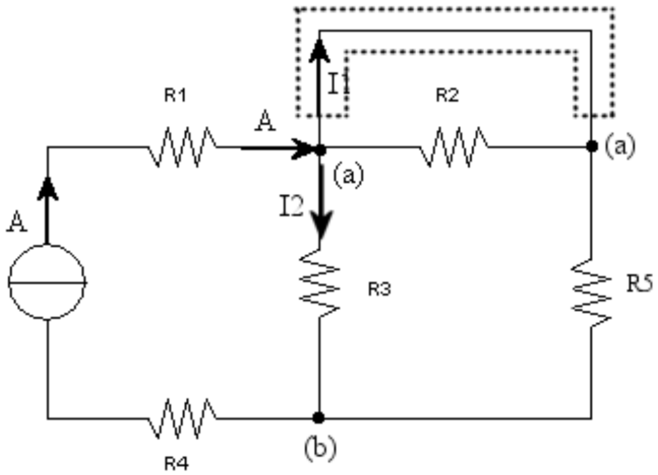
CORTOCIRCUITO

Un cortocircuito è un tratto di conduttore in cui non ci sono bipoli. In pratica un pezzo di filo è un cortocircuito.

La resistenza di un tratto di filo è nulla e quindi possiamo dire che in un cortocircuito R = 0.

Questa semplice constatazione è fondamentale nell'elettrotecnica.

Infatti la corrente che scorre in un circuito, quando si trova di fronte ad un bivio, tende ad andare dove la resistenza è minore. Quindi, se c'è un cortocircuito, la corrente andrà proprio là, ignorando tutti gli altri percorsi.



Osserviamo la figura precedente. La corrente erogata dal generatore A, giunta al nodo (a), può percorrere tre vie: può salire, può andare diritta, può scendere.

Il tratto di circuito sopra la resistenza R_2 (quello circondato dalla linea tratteggiata) è un tratto in cui non ci sono bipoli: è quindi un cortocircuito. Sia passando attraverso il cortocircuito, che passando attraverso la resistenza R_2, la corrente arriverà sempre nello stesso punto.

Quando può scegliere, la corrente sceglie la via con meno resistenza e quindi non attraverserà mai la resistenza R_2.

Si dice che la resistenza R_2 è cortocircuitata. In essa non scorre mai corrente e quindi possiamo toglierla dal circuito.

In pratica, quando due nodi sono collegati da un cortocircuito viene dato loro lo stesso nome. Una resistenza è cortocircuitata quando sta tra due nodi uguali.

UN CORTOCIRCUITO È UN TRATTO DI CONDUTTORE IN CUI NON C'È RESISTENZA (QUINDI NON CI SONO BIPOLI). QUANDO PUÒ, LA CORRENTE PASSA DAI CORTOCIRCUITI ESCLUDENDO DAL SUO PERCORSO LE RESISTENZE IN CUI NON È STRETTAMENTE NECESSARIO PASSARE.

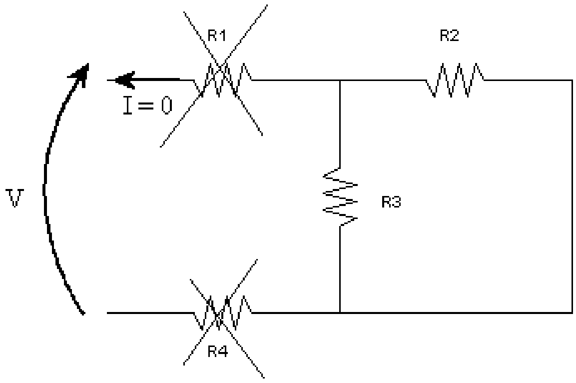
CIRCUITO APERTO

Un circuito è aperto quando c'è un punto in cui il conduttore si interrompe. Se non c'è più il conduttore, la corrente nel punto in cui il circuito è aperto sarà nulla.

Si può immaginare un circuito aperto come un ponte levatoio. Quando il ponte è abbassato la corrente passa senza problemi. Quando il ponte è alzato la corrente è costretta a fermarsi.

Come abbiamo detto parlando del cortocircuito, la corrente sa in anticipo cosa troverà in un ramo e quindi se il circuito è aperto la corrente in quel ramo sarà nulla.

E' invece presente la tensione ai capi del circuito aperto, come si vede nella figura seguente**Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**.

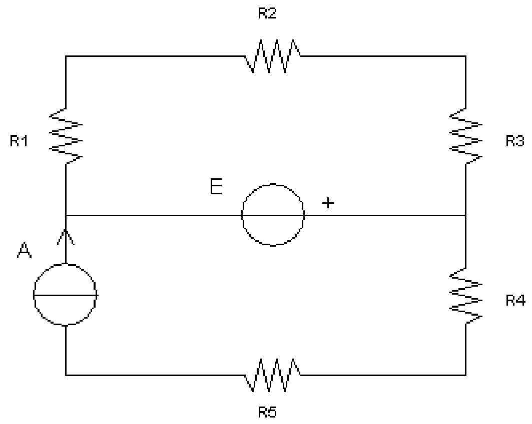


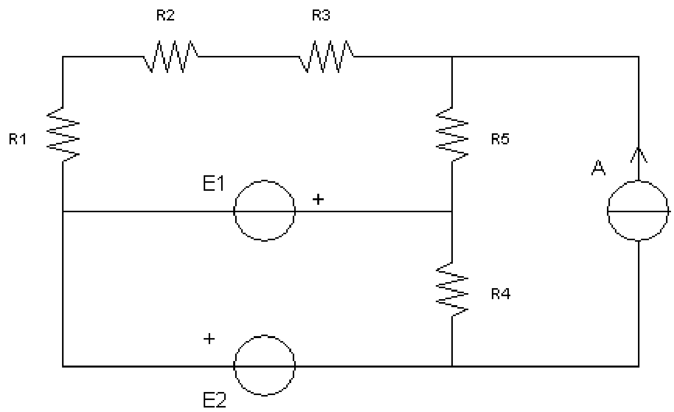
Le resistenze R_1 e R_4 non sono mai attraversate da corrente e quindi si possono togliere dal circuito: è come se non ci fossero.

RICORDA: IN UN RAMO IN CUI IL CIRCUITO È APERTO NON SCORRE CORRENTE.

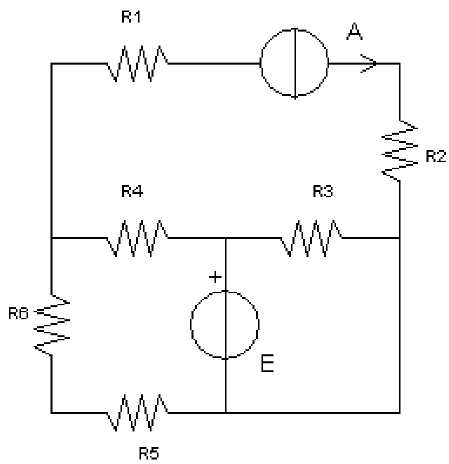
2.5. Esercizi

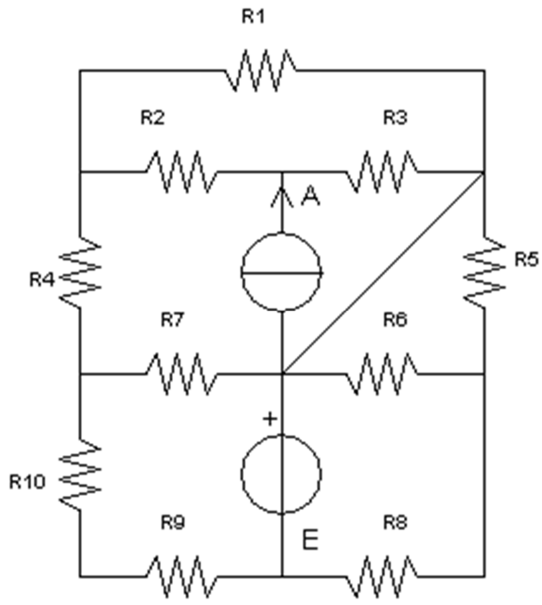
Esercizio 1: dati i seguenti circuiti segnare la tensione e la corrente su ogni bipolo, adottando la convenzione opportuna.



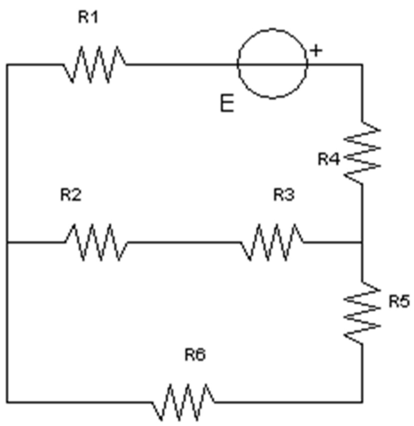


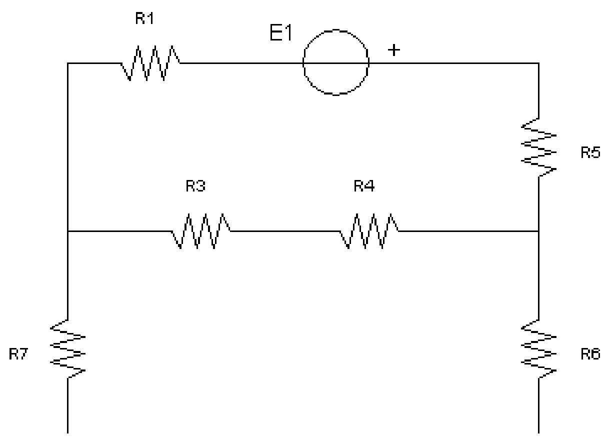
Esercizio 2: Evidenziare i nodi dei seguenti circuiti e dare loro un nome ricordandosi di dare lo stesso nome ai nodi collegati da un cortocircuito.





Esercizio 3: evidenziare le maglie dei seguenti circuiti





Esercizio 4: completare la seguente tabella

Grandezza	Simbolo della grandezza	unità di misura	simbolo dell'unità di misura
Intensità di corrente			
	P		
		Volt	
			Ω

Esercizio 5: rispondere alle domande

1 – La caduta di tensione ai capi di un bipolo è:

a	La differenza tra il potenziale del morsetto di uscita e la terra
b	La differenza tra il potenziale dei due morsetti
c	La differenza tra il potenziale del morsetto d'ingresso e la terra

2 – L'intensità di corrente si misura in:

a	Ampere
b	Volt
c	Ohm

3 – Un generatore di corrente ideale

a	eroga corrente in maniera indipendente dalla tensione ai suoi capi
b	eroga corrente in maniera direttamente proporzionale alla tensione ai suoi capi
c	eroga corrente in maniera inversamente proporzionale alla tensione ai suoi capi

4 – La corrente elettrica è provocata da:

a	uno spostamento di particelle positive
b	uno spostamento di particelle negative
c	uno spostamento di particelle neutre

Esercizio 6: vero o falso

		Vero	Falso
1	Secondo la convenzione dei generatori la corrente scorre nello stesso verso della tensione ai capi di un bipolo		
2	Un generatore di tensione ideale genera tensione in maniera proporzionale alla corrente che gli viene richiesto di erogare		
3	Una resistenza è un bipolo attivo		
4	In un ramo ci possono essere due diverse correnti		
5	In una maglia ci possono essere due diverse correnti		
6	L'unità di misura della potenza è il volt		

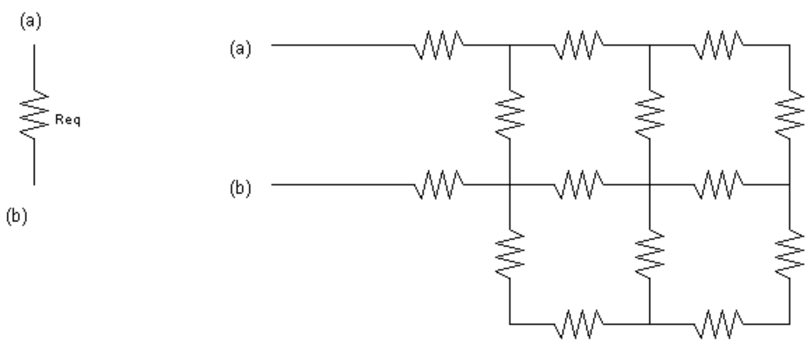
7	L’intensità di corrente è una grandezza derivata		
8	600 mA equivalgono a 0,6 A		
9	La massa, per convenzione, ha un potenziale pari a 1		
10	L’intensità di corrente è la quantità di carica presente in un corpo		
11	L’unità di misura della conduttanza è il Siemens		
12	Il simbolo dell’unità di misura della resistenza è ω		

3. LA RESISTENZA EQUIVALENTE

Abbiamo detto che in un circuito si possono trovare molte resistenze (e in generale molti bipoli).

Tuttavia, per quanto il circuito possa essere complesso, **È SEMPRE POSSIBILE SOSTITUIRE A TUTTI I BIPOLI UTILIZZATORI PRESENTI UN UNICO BIPOLO, CHIAMATO BIPOLO EQUIVALENTE, CHE HA LE STESSE CARATTERISTICHE DELLA RETE DI PARTENZA**.

Ai morsetti (a) e (b) del circuito seguente, corrisponderà una sola resistenza, chiamata resistenza equivalente, e indicata col simbolo R_{EQ}.

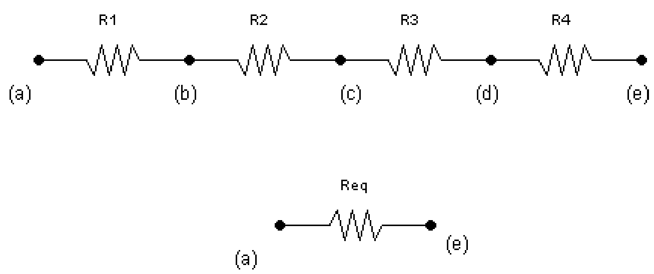


Ma come si calcola la resistenza equivalente?

Cominciamo con i due casi fondamentali: le resistenze in serie e in parallelo.

3.1. Resistenze in serie

Due o più resistenze si dicono in serie quando in esse scorre la stessa corrente. Due resistenze in serie hanno un morsetto in comune.



Le resistenze R_1 e R_2 hanno in comune il morsetto (b), le resistenze R_2 e R_3 hanno in comune il morsetto (c), ecc…

Le quattro resistenze sono in serie perché ognuna ha in comune con la successiva un solo morsetto.

La resistenza equivalente alle due sta tra i morsetti più esterni: in pratica sparisce il morsetto in comune.

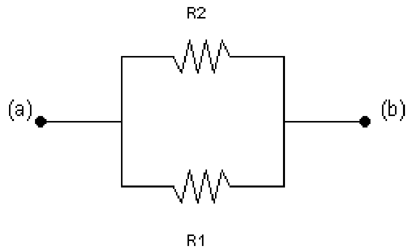
Il valore della resistenza equivalente a n resistenze in serie è la seguente:

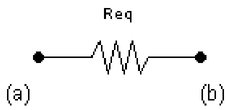
$$\boldsymbol{R_{SERIE} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_N}$$

3.2. Resistenze in parallelo

Due o più resistenze si dicono in parallelo quando hanno gli stessi morsetti.

Nella figura a lato le resistenze R_1 e R_2 stanno entrambe tra i morsetti (a) e (b). Quindi hanno due morsetti in comune.





In esse non scorre la stessa corrente ma, come vedremo meglio in seguito, ai loro capi c'è la stessa caduta di tensione.

Il valore della resistenza equivalente a n resistenze in parallelo è la seguente:

$$R_{PARALLELO} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}}$$

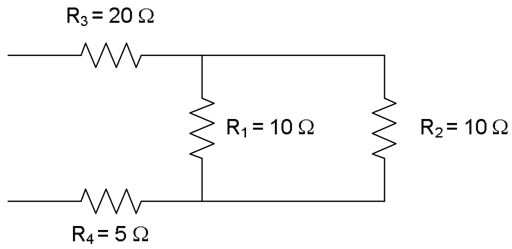
3.3. La resistenza equivalente di un circuito complesso

Quando si ha a che fare con un generico circuito, sono presenti sia resistenze in serie che in parallelo. Si procede quindi alla risoluzione di piccoli pezzi del circuito, sostituendo a dei gruppi di resistenze in serie o in parallelo la loro resistenza equivalente e poi, man mano, si riduce il circuito fino ad arrivare all'ultima resistenza che è la resistenza equivalente cercata.

La regola per trovare la resistenza equivalente di un circuito stabilisce di:

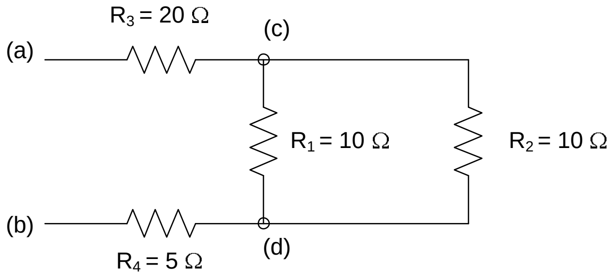
- Segnare i nodi, dando ai nodi collegati da un cortocircuito lo stresso nome;
- Eliminare dal circuito le resistenze che risultano cortocircuitate;
- Cercare resistenze in serie e sostituire ad essere la loro resistenza equivalente;
- Cercare resistenze in parallelo e sostituire ad esse la loro resistenza equivalente
- Procedere cercando prima resistenze in serie e poi in parallelo finchè non rimane una sola resistenza.

Per capire come procedere analizziamo un semplice circuito: questo circuito è costituito da 4 resistenze. Ognuna ha un valore in Ohm.



Ci proponiamo di calcolare la resistenza equivalente ai morsetti (a) e (b) di questo circuito.

Si segnano i nodi e si da loro un nome facendo attenzione a dare lo stesso nome ai nodi che sono collegati tra loro da un cortocircuito, cioè da un tratto di conduttore senza nessun bipolo in mezzo.



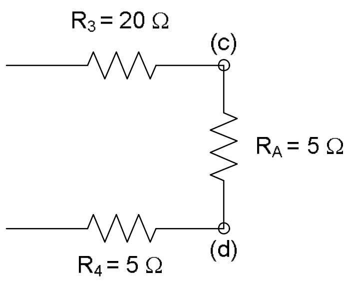
Si osservano le varie resistenze e si individuano (se ce ne sono) quelle che hanno lo stesso morsetto ai due capi, cioè che sono cortocircuitate. Se ci sono, le si elimina dal circuito. In questo esempio non ci sono resistenze cortocircuitate.

Si cercano le resistenze in serie, cioè quelle stanno sullo stesso ramo, e quelle in parallelo, cioè quelle che stanno tra gli stessi morsetti.

In questo caso le resistenze R_1 e R_2 stanno entrambe tra i morsetti (c) e (d) e questo vuol dire che sono in parallelo. Pertanto la resistenza equivalente a queste due, che possiamo chiamare R_A sarà:

$$R_A = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 5\Omega$$

Lo schema è diventato il seguente:



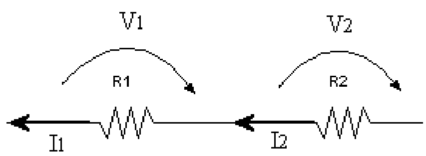
Le tre resistenze R_3, R_4 ed R_a sono in serie perché stanno sullo stesso ramo. La resistenza equivalente ai morsetti (a) e (b) sarà allora:

$$R_{EQ} = R_3 + R_A + R_4 = 20 + 5 + 5 = 30\Omega$$

3.4. Tensione e corrente in resistenze in serie e in parallelo

Abbiamo visto come calcolare la resistenza equivalente ad una serie e ad un parallelo ma non abbiamo detto nulla sul comportamento delle caratteristiche (tensione e corrente) nella resistenza equivalente.

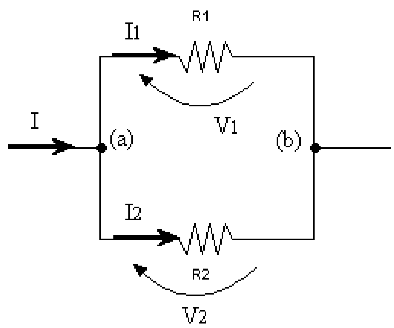
Cominciamo ad esaminare il collegamento in serie della figura seguente. Nelle due resistenze scorrono le correnti I_1 e I_2 e ci sono le cadute di tensione V_1 e V_2.



La corrente I_1, dopo aver superato la resistenza R_1, poiché non incontra deviazioni prosegue fino alla resistenza R_2

Si deduce che in due o più resistenze in serie scorre la stessa corrente. La tensione invece sarà diversa, almeno nel caso generale.

Passiamo ora ad esaminare il caso del parallelo.



La corrente I,giunta al nodo (a) si divide nei due rami, nelle componenti I_1 e I_2.

La corrente che scorre nelle due resistenze è quindi diversa. Per quanto riguarda la tensione invece, il valore di V_1 e V_2 dipende dai valori che la tensione assume ai morsetti delle due resistenze.

Consideriamo la resistenza R_1 che sta tra i morsetti (a) e (b):

$$V_1 = V_B - V_A$$

Per la resistenza R_2, che sta tra i morsetti (a) e (b) abbiamo:

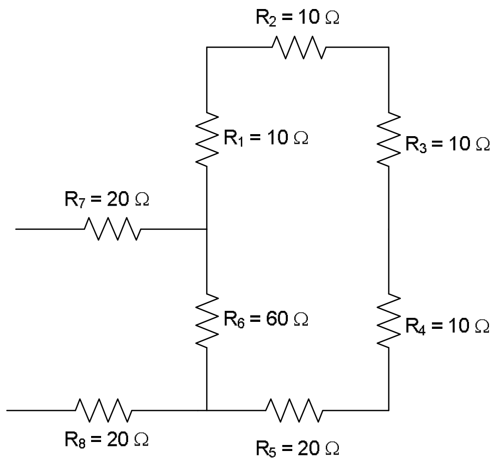
$$V_2 = V_B - V_A$$

Dal confronto tra queste due espressioni risulta che le due tensioni V_1 e V_2 sono uguali.

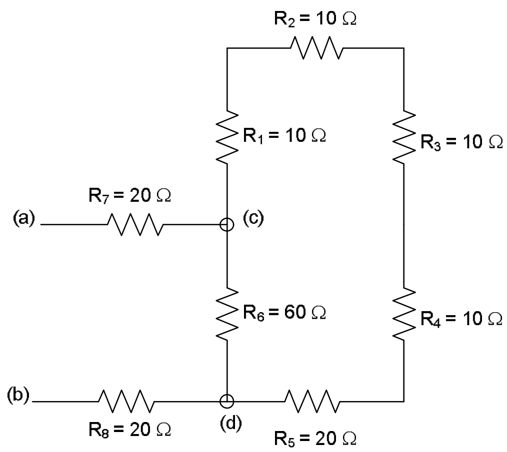
RICORDA: IN DUE O PIÙ RESISTENZE IN SERIE SCORRE LA STESSA CORRENTE MA LA CADUTA DI TENSIONE AI LORO CAPI È DIVERSA; SU DUE O PIÙ RESISTENZE IN PARALLELO C'È LA STESSA CADUTA DI TENSIONE MA LA CORRENTE CHE SCORRE IN ESSE È DIVERSA.

3.5. *Esercizi sulle resistenze equivalenti*

CIRCUITO 1



Si segnano i nodi e si assegna lo stesso nome a quelli che sono collegati tra loro da un cortocircuito.

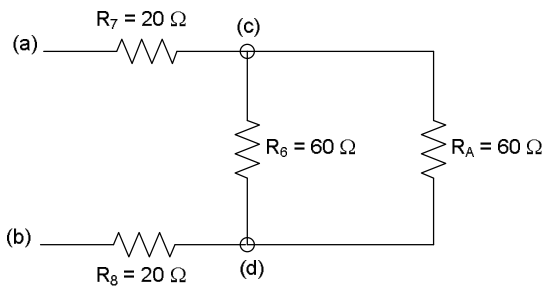


Si cercano le resistenze in serie e in parallelo.

Le resistenze R_1, R_2, R_3, R_4 e R_5 sono in serie perché stanno sullo stesso ramo:

$$R_A = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_7 = 10 + 10 + 10 + 10 + 20 = 60\Omega$$

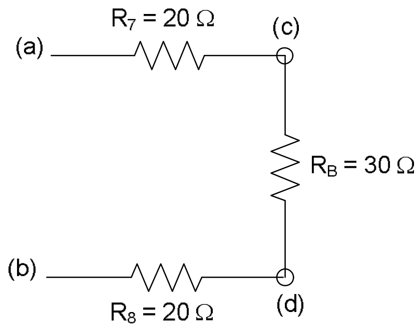
Lo schema diventa il seguente:



Le resistenze R_6 e R_A sono in parallelo perché stanno tra gli stessi nodi:

$$R_B = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{60}} = 30\Omega$$

Lo schema è diventato quello del circuito seguente:



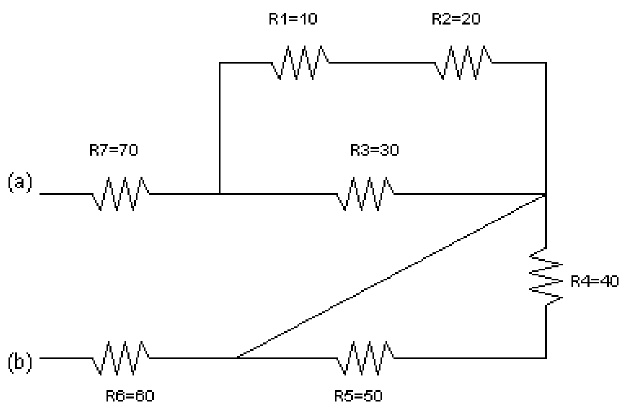
Le resistenze R_7, R_B e R_8 sono in serie perché stanno sullo stesso ramo:

$$R_{eq} = R_7 + R_B + R_8 = 20 + 30 + 20 = 70\Omega$$

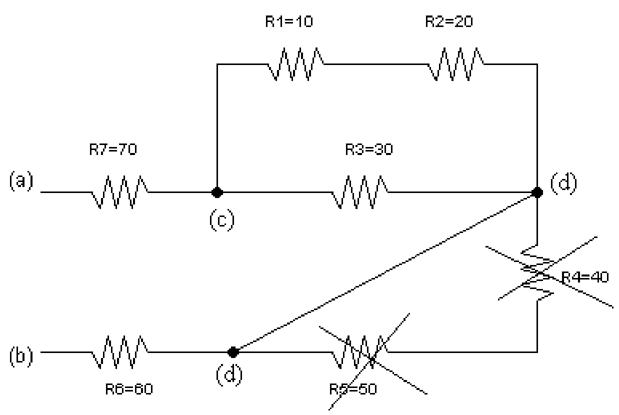
Dunque la resistenza equivalente vale:

$$R_{EQ} = 70 \quad \Omega$$

CIRCUITO 2

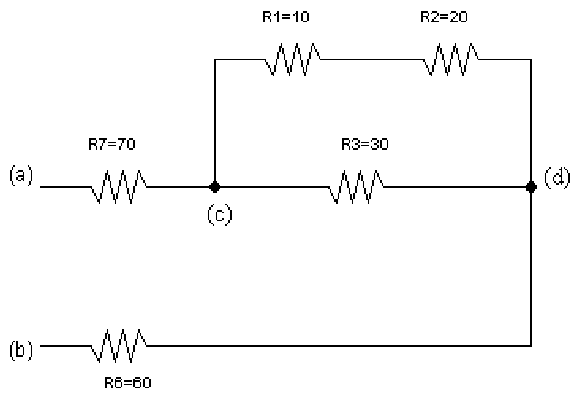


Si segnano i nodi e si assegna lo stesso nome a quelli che sono collegati tra loro da un cortocircuito.



Si cercano i cortocircuiti.

Le resistenze R_4 e R_5 sono cortocircuitate perché stanno tra i nodi (d) e (d) e quindi possono essere eliminate dal circuito. Lo schema è il seguente:



Si cercano le resistenze che hanno in comune un morsetto (resistenze in serie) o due morsetti (resistenze in parallelo).

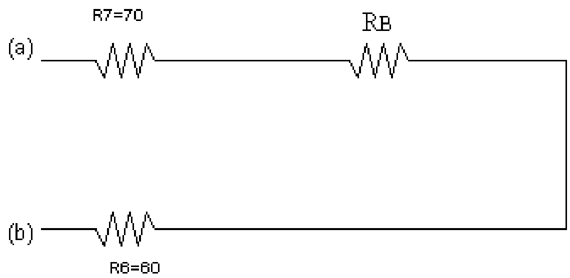
Le resistenze R_1 e R_2 sono in serie perché hanno in comune il morsetto (d):

$$R_A = R_1 + R_2 = 10 + 20 = 30\Omega$$

La resistenza RA è in parallelo con la resistenza R3:

$$R_B = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{30}} = 15\Omega$$

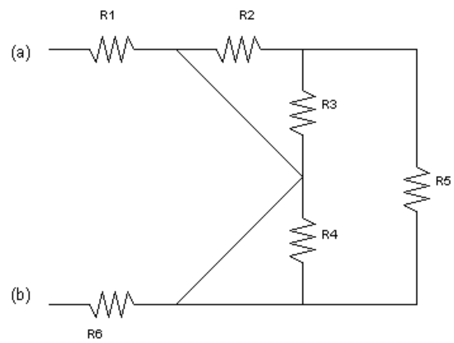
Lo schema diventa il seguente:



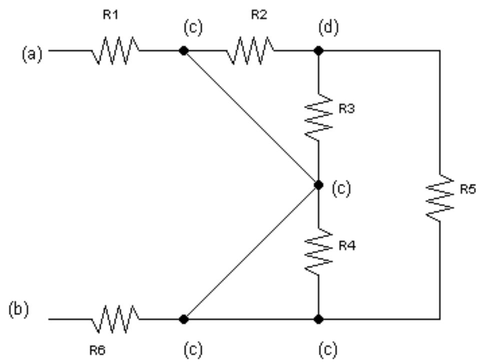
Le resistenze R_B, R_6 e R_7 sono in serie:

$$R_{eq} = R_B + R_6 + R_7 = 15 + 60 + 70 = 145\Omega$$

CIRCUITO 3: trovare la resistenza equivalente sapendo che Ri = 10i Ω

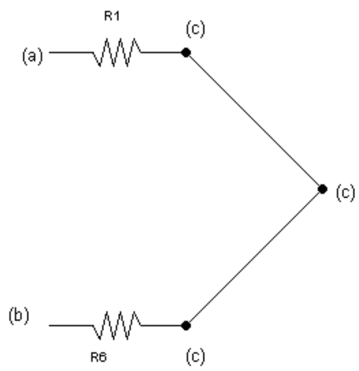


Si segnano i nodi e si assegna lo stesso nome a quelli che sono collegati tra loro da un cortocircuito.



Le resistenze R_2, R_3, R_4 ed R_5 sono cortocircuitate e quindi possono essere eliminate dal circuito.

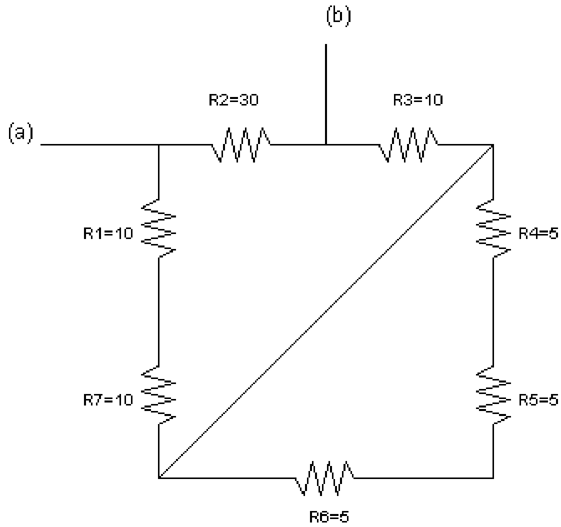
Lo schema diventa il seguente:



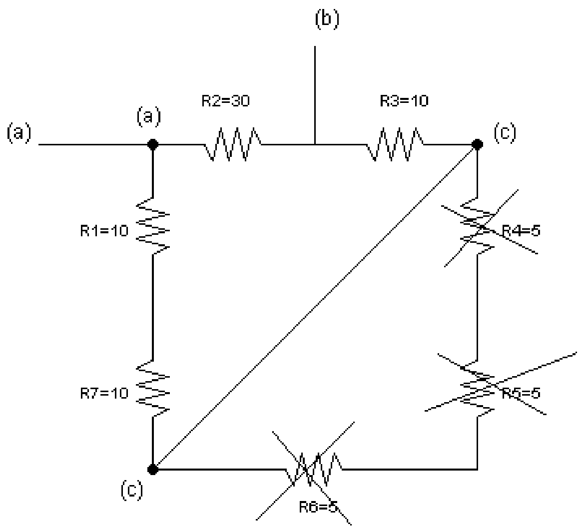
Si cercano le resistenze che hanno in comune un morsetto (resistenze in serie) o due morsetti (resistenze in parallelo). Le resistenze R_1 e R_6 sono in serie perché hanno in comune il morsetto (c):

$$R_{EQ} = R_1 + R_6 = 10 + 30 = 40\Omega$$

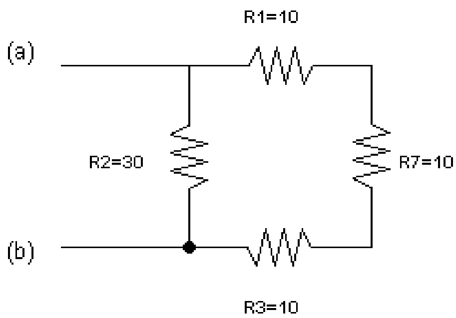
CIRCUITO 4



Si segnano i nodi e si assegna lo stesso nome a quelli che sono collegati tra loro da un cortocircuito.



Le resistenze R_4, R_5 ed R_6 sono cortocircuitate e quindi si possono togliere dal circuito.



Si cercano le resistenze in serie e in parallelo.

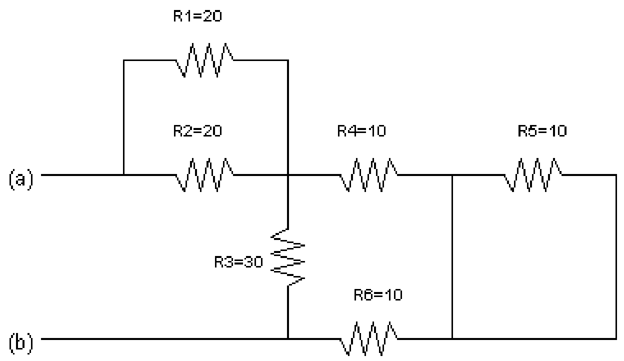
Le resistenze R_3, R_7 e R_1 sono in serie perché, a coppie, hanno in comune un solo morsetto:

$$R_A = R_1 + R_3 + R_7 = 10 + 10 + 10 = 30\Omega$$

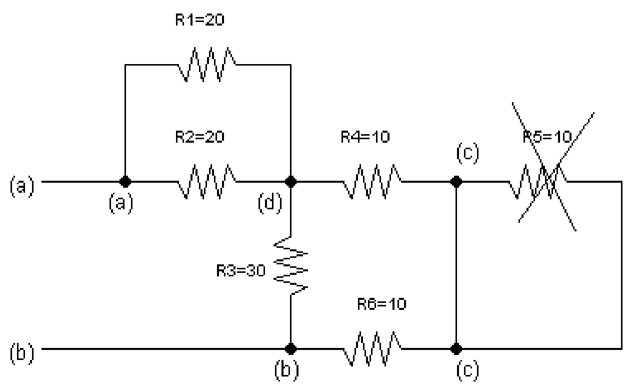
Le resistenze R_2 e R_A sono in parallelo perché stanno tra gli stessi morsetti:

$$R_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{30}} = 15\Omega$$

CIRCUITO 5



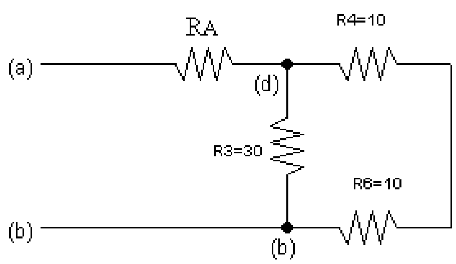
Si segnano i nodi ricordandosi di dare lo stesso nome a quelli che sono collegati da un cortocircuito.



La resistenza R_5 sparisce perché è cortocircuitata.

Parallelo di R_1 e R_2:

$$R_A = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20}} = 10\Omega$$



Serie di R_4 e R_6:

$$R_B = R_4 + R_6 = 10 + 10 = 20\ \Omega$$

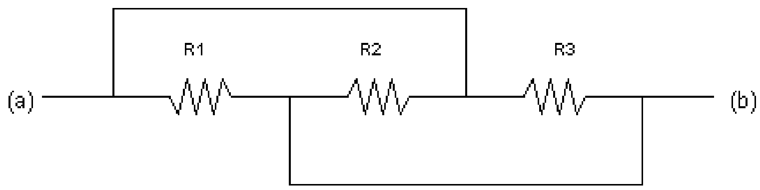
Parallelo di R_B e R_3:

$$R_C = \frac{1}{\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20}} = 10\Omega$$

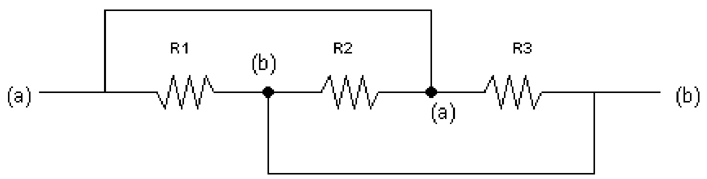
Serie di R_A e R_C:

$$R_{EQ} = R_A + R_C = 10 + 10 = 20\ \Omega$$

CIRCUITO 6: calcolare la resistenza equivalente ai morsetti (a) e (b) sapendo che $R_1 = R_2 = R_3 = 30\ \Omega$

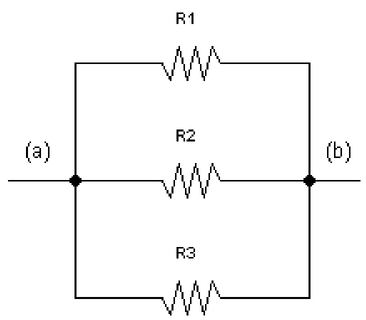


Si segnano i nodi e si cercano eventuali cortocircuiti



Si cercano resistenze in serie e in parallelo. Le tre resistenze sono tutte in parallelo tra loro perché stanno tra i morsetti (a) e (b).

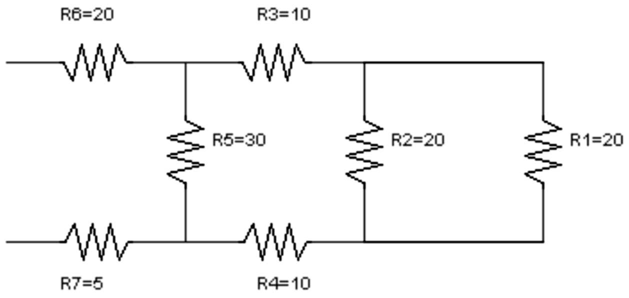
Si può ridisegnare i circuito come nella figura seguente:



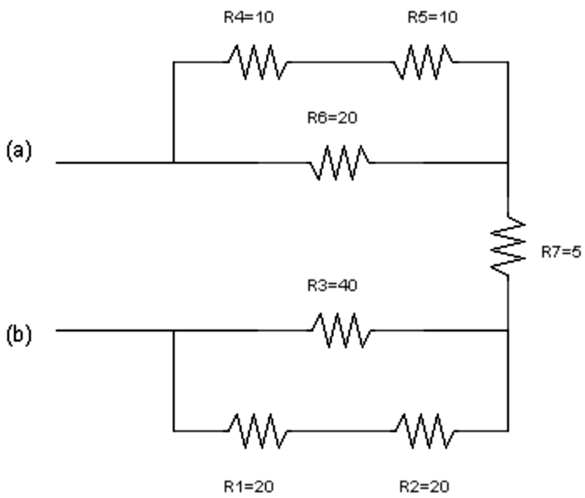
A questo punto possiamo calcolare il parallelo delle tre resistenze e quindi la resistenza equivalente:

$$R_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30}} = 10\Omega$$

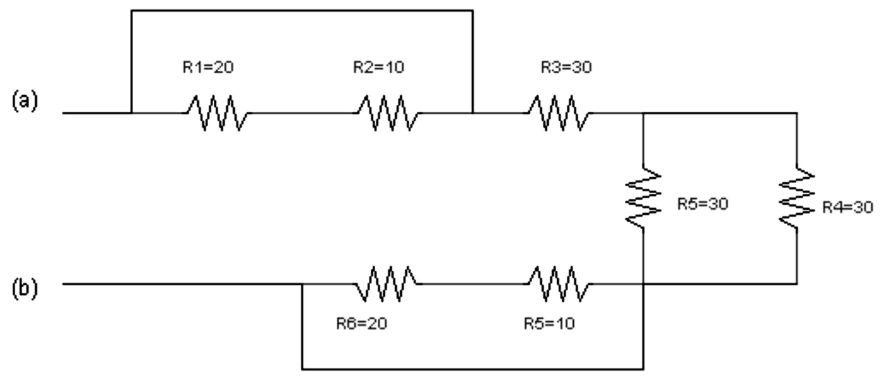
ESERCIZIO 1: [REQ = 40 Ω]



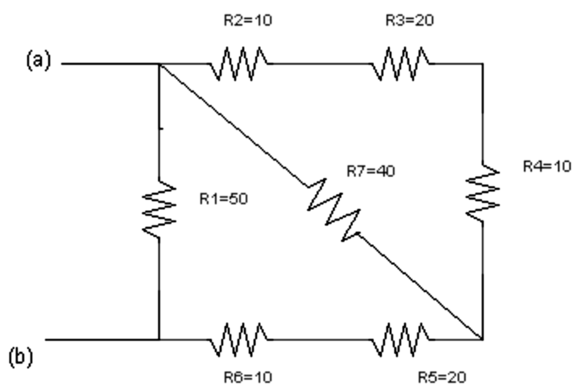
ESERCIZIO 2: [REQ = 35 Ω]



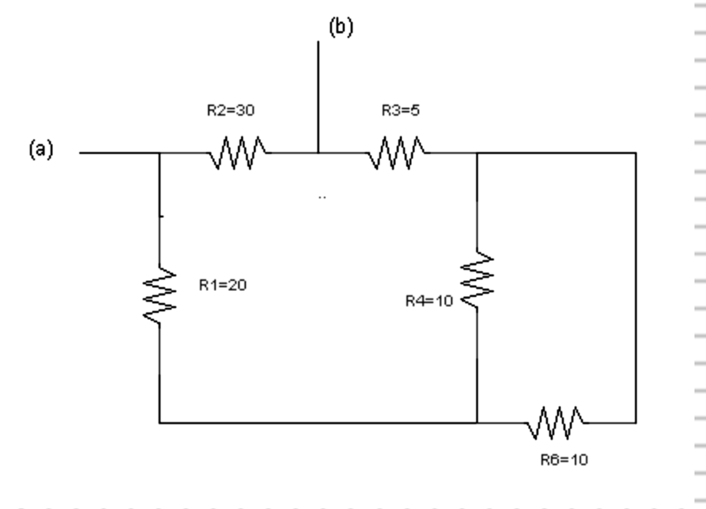
ESERCIZIO 3: [REQ = 45Ω]



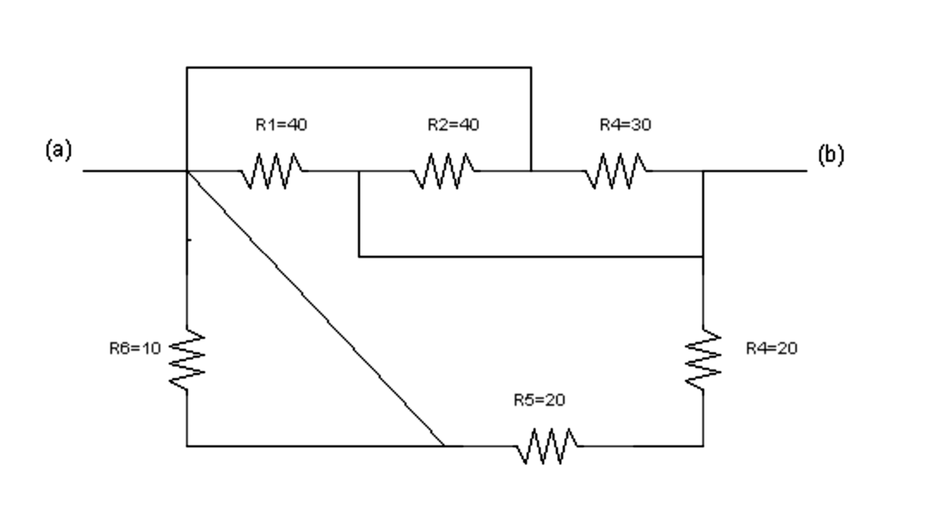
ESERCIZIO 4: [REQ = 25 Ω]



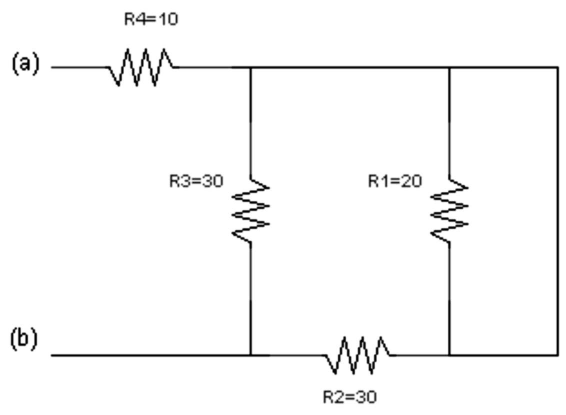
ESERCIZIO 5: [REQ = 15 Ω]



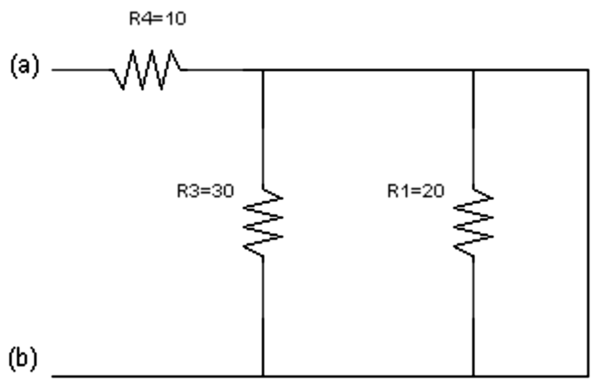
ESERCIZIO 6: [REQ = 10 Ω]



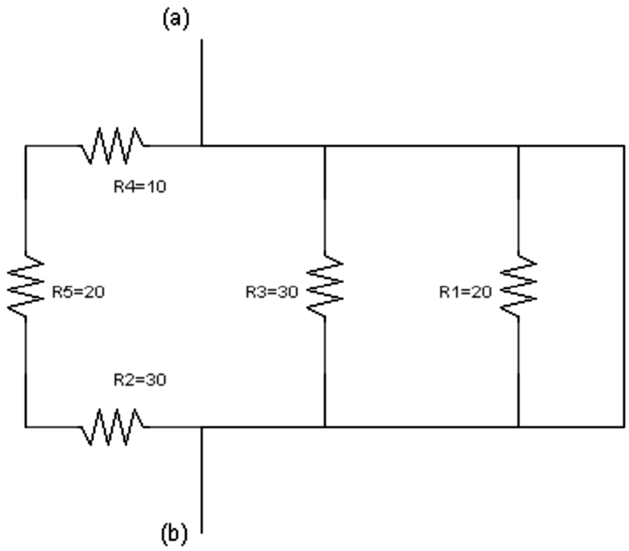
ESERCIZIO 7: [REQ = 25 Ω]



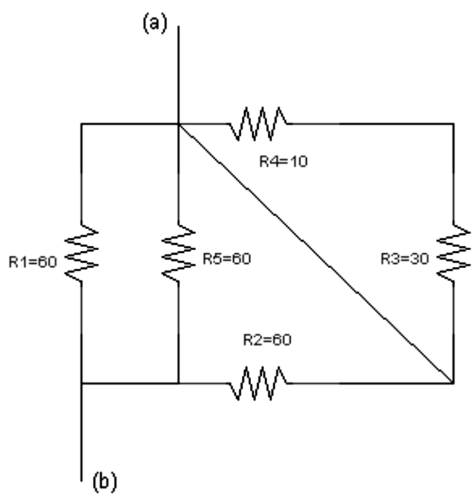
ESERCIZIO 8: [REQ = 10 Ω]



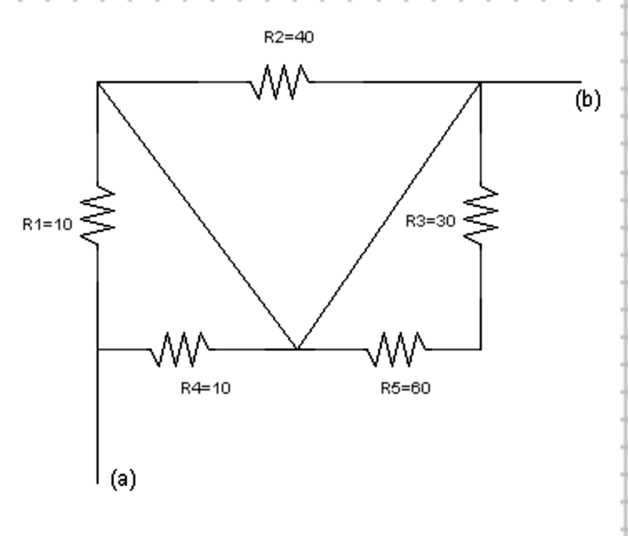
CIRCUITO 9: [REQ = 0]



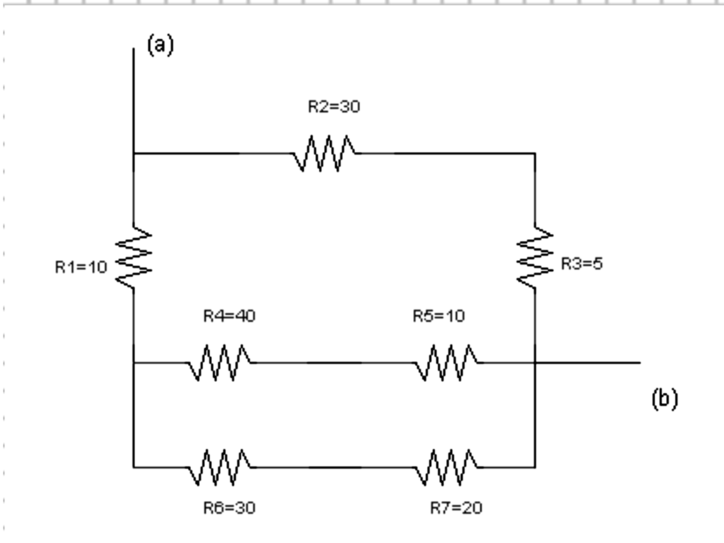
CIRCUITO 10: [REQ = 20 Ω]



<u>CIRCUITO 11: [REQ = 5 Ω]</u>



<u>CIRCUITO 12: [REQ = 17,5 Ω]</u>



4. LE LEGGI DI OHM

Le leggi di Ohm sono due.

La prima viene comunemente chiamata Legge di Ohm, dal fisico tedesco Georg Ohm, omettendo l'aggettivo "prima". La seconda viene chiamata "seconda legge di Ohm".

Entrambe queste leggi descrivono i comportamento dei conduttori al passaggio della corrente elettrica.

4.1. La prima legge di Ohm

Questa legge lega la corrente, la tensione e la resistenza di un conduttore.

Matematicamente essa si esprime con la formula:

$$V = R \cdot I$$

E si può enunciare nel modo seguente:

IN UN QUALSIASI CONDUTTORE LA TENSIONE E LA CORRENTE SONO DIRETTAMENTE PROPORZIONALI TRAMITE IL VALORE DELLA RESISTENZA DEL CONDUTTORE STESSO.

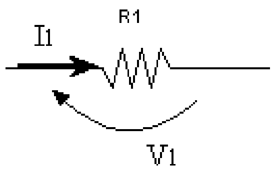
In pratica, a parità di resistenza, se la tensione aumenta, anche la corrente aumenta e viceversa.

Tramite il paragone fluidodinamico questo concetto risulta più chiaro.

Consideriamo un fiume con una cascata: se aumenta l'altezza della cascata aumenta anche la velocità con cui l'acqua sta scorrendo.

Quando abbiamo visto le caratteristiche dei bipoli e abbiamo analizzato la resistenza, abbiamo già avuto un esempio di come si possa applicare la legge di Ohm.

Ora vediamolo più in dettaglio con degli esempi numerici.

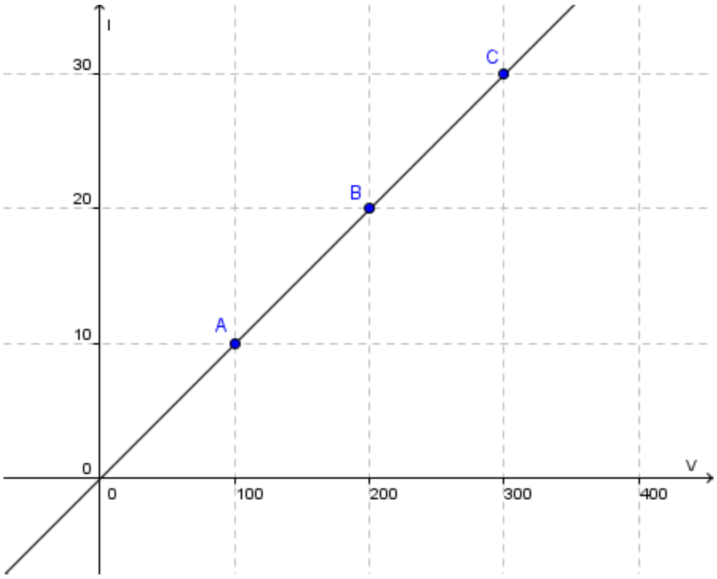


Abbiamo una resistenza $R_1 = 10\ \Omega$.

Immaginiamo di poter far scorrere in essa una corrente di intensità variabile pari a 10, 20 e 30 Ampere. La V si può calcolare con la legge di Ohm:

resistenza R	intensità di corrente I	tensione V
10 Ω	10 A	$V = 10 \cdot 10 = 100\ V$
10 Ω	20 A	$V = 10 \cdot 20 = 200\ V$
10 Ω	30 A	$V = 10 \cdot 30 = 300\ V$

Se disegniamo su un grafico la tensione e la corrente otteniamo il disegno della pagina seguente, chiamato caratteristica volt-amperometrica:



La legge di Ohm è quindi rappresentata da una retta su di un piano cartesiano che sull'asse x ha la tensione e sull'asse y ha la corrente.

Applicazioni della legge di Ohm

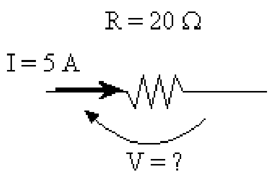
La legge di ohm consente di calcolare una delle grandezze (V, I, R) conoscendo le altre due.

Nel caso della tensione è sufficiente applicare la formula così com'è scritta.

Nel caso della resistenza o della corrente è necessario esplicitare l'incognita:

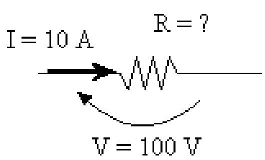
$$\boldsymbol{V = R \cdot I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{V}{I}}$$

ESERCIZIO1: calcolare la caduta di tensione ai capi di una resistenza R = 20 Ω in cui scorre una corrente $I = 5A$



$$V = R \cdot I = 20 \cdot 5 = 100 \quad \text{V}$$

ESERCIZIO 2: calcolare il valore di una resistenza in cui scorre una corrente I = 10 A e ai cui capi c'è una caduta di tensione pari a V = 100 V



$$R = \frac{V}{I} = \frac{100}{10} = 10\ \Omega$$

ESERCIZIO 3: calcolare la corrente che scorre in una resistenza R = 10 Ω sapendo che la caduta di tensione ai suoi capi è pari a V = 100 V

ESERCIZIO 4: calcolare il valore della resistenza sapendo che la caduta di tensione ai suoi capi è pari a V = 50 V e la corrente che scorre in essa vale I = 5 A

ESERCIZIO 5: calcolare il valore della caduta di tensione ai capi di una resistenza di R = 15 Ω sapendo che la corrente che scorre in essa vale I = 10 A

ESERCIZIO 6: calcolare il valore della corrente che scorre in una resistenza di R = 30 Ω sapendo che la caduta di tensione ai suoi capi vale V = 60 V

ESERCIZIO 7: calcolare il valore di una resistenza sapendo che la caduta di tensione ai suoi capi vale V = 120 V e la corrente che scorre in essa è pari a I = 6 A

ESERCIZIO 8: disegnare le caratteristiche volt-amperometriche delle seguenti resistenze:

R_1 = 10 Ω

R_2 = 20 Ω

R_3 = 30 Ω

4.2. Risoluzione di circuiti tramite la legge di Ohm

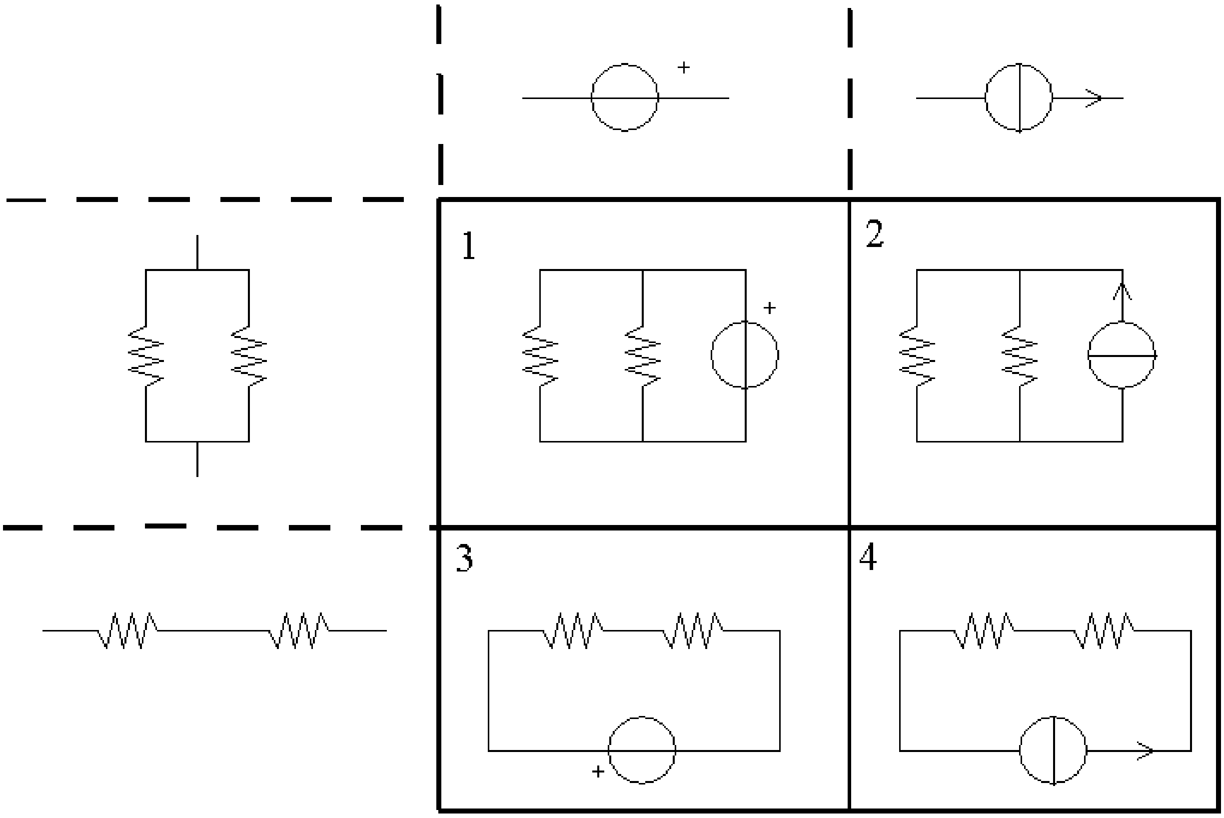
Risolvere un circuito significa trovare la corrente che scorre in ogni ramo e la tensione ai capi di ogni bipolo. Spesso però, negli esercizi, viene richiesto di trovare solo una o due grandezze.

Risolvere un circuito non è immediato. Non ci sono delle regole fisse, ma solo poche leggi che devono essere applicate, ogni volta in maniera diversa.

Solo attraverso molti esercizi è possibile acquisire l'abilità necessaria a capire quale legge dobbiamo applicare, e in quale modo.

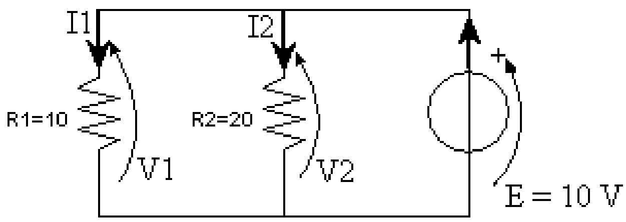
Cominciamo considerando un circuito costituito da un solo generatore e da due resistenze. Possiamo avere quattro casi a seconda del tipo di generatore e di come colleghiamo le resistenze:

- parallelo con generatore di tensione
- parallelo con generatore di corrente
- serie con generatore di tensione
- serie con generatore di corrente



4.2.1. ***Parallelo con generatore di tensione***

In questo caso è come se i tre bipoli fossero tutti in parallelo: infatti i loro morsetti sono gli stessi.



Ai loro capi ci sarà quindi la stessa caduta di tensione:

$$V_1 = V_2 = E$$

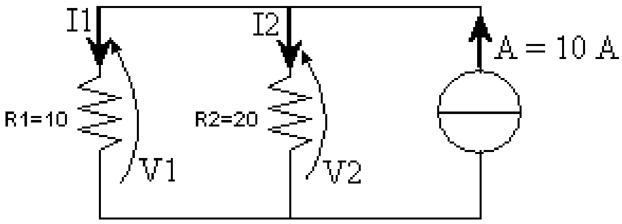
Una volta nota la tensione, possiamo ricavare la corrente con la legge di Ohm:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{10} = 1\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{10}{20} = 0{,}5\ \text{A}$$

4.2.2. *Parallelo con generatore di corrente*

In questo caso conosciamo il valore della corrente erogata dal generatore di corrente:



Questo tipo di circuito è molto importante.

Non possiamo risolverlo direttamente con la legge di Ohm perché non conosciamo le correnti I_1 e I_2.

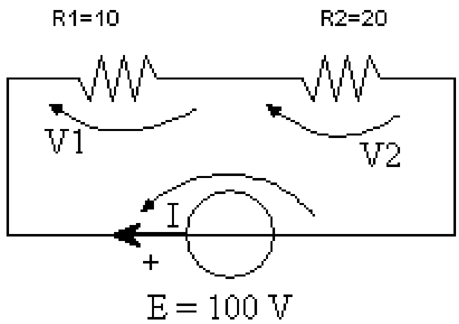
Inoltre, se svolgessimo il parallelo, le correnti sparirebbero perché in due resistenze in parallelo scorrono, in generale, correnti diverse.

In realtà è possibile risolvere questo circuito solo con la legge di Ohm, ma facendo molti passaggi.

Esiste però una formula per risolvere questo tipo di circuito, chiamata partitore di corrente, che studieremo nel prossimo paragrafo.

4.2.3. *Serie con generatore di tensione*

Visto che siamo in presenza di una sola maglia la corrente che circola è una sola.



Se applichiamo la legge di Ohm alle due resistenze otteniamo:

$$V_1 = R_1 \cdot I$$

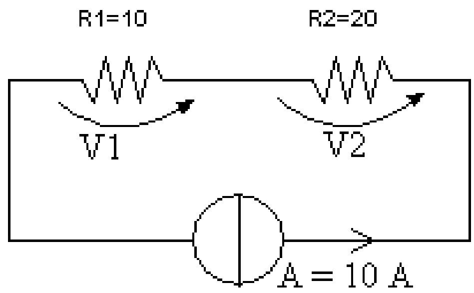
$$V_2 = R_2 \cdot I$$

In queste due equazioni ci sono tre incognite: le due tensioni e la corrente. Non possiamo quindi risolverle.

Esiste però una formula che permette di calcolare direttamente la tensione sulle varie resistenze: la formula del partitore di tensione di cui parleremo nel prossimo paragrafo.

4.2.4. *Serie con generatore di corrente*

In questo caso c'è un'unica maglia quindi la corrente che scorre nel circuito è unica ed è pari alla corrente erogata dal generatore:



Per trovare le tensioni ai capi dei bipoli possiamo applicare direttamente la legge di Ohm:

$$V_1 = R_1 \cdot A = 10 \cdot 10 = 100V$$

$$V_2 = R_2 \cdot A = 20 \cdot 10 = 200\,V$$

4.3. Partitori di tensione e di corrente

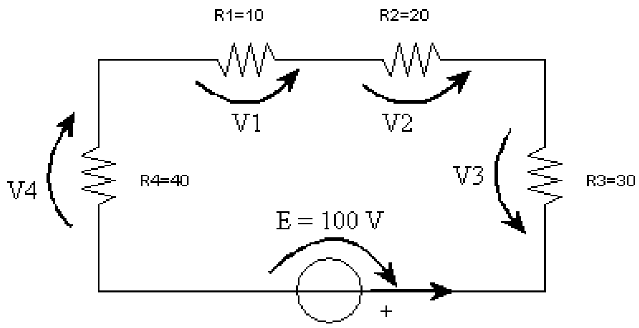
Abbiamo visto, nei circuiti delle pagine precedenti, che in alcun casi la legge di Ohm non è un modo veloce per risolvere i circuiti fondamentali.

Si tratta di due casi particolari:

- serie con generatore di tensione
- parallelo con generatore di corrente

4.3.1. *Partitore di tensione*

Consideriamo un circuito costituito da un generatore di tensione e da alcune resistenze in serie.



Nel disegno ce ne sono cinque, ma il ragionamento resta valido per qualsiasi numero di resistenze.

Vogliamo trovare le tensioni V_1, V_2, V_3 e V_4 conoscendo il valore delle resistenze e il valore della tensione erogata dal generatore.

In pratica vogliamo sapere come la tensione E generata dalla batteria si distribuirà sulle varie resistenze.

Un altro modo per formulare il problema è: calcolare la parte di tensione che spetta a ciascuna resistenza.

Per calcolare una resistenza R_i si usa la formula del partitore di tensione:

$$V_i = E \cdot \frac{R_i}{R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_i + \cdots + R_n}$$

Come dice la parola stessa, il partitore di tensione è una formula che consente di calcolare la parte di tensione che spetta a ciascuna resistenza in serie.

Nel nostro esempio la formula sarà:

$$V_1 = 100\frac{10}{10+20+30+40} = 10\ \text{V}$$

$$V_2 = 100\frac{20}{10+20+30+40} = 20\ \text{V}$$

$$V_3 = 100\frac{30}{10+20+30+40} = 30\ \text{V}$$

$$V_4 = 100\frac{40}{10+20+30+40} = 40\ \text{V}$$

Verifichiamo ora che la somma totale corrisponda proprio a quella erogata dal generatore:

$$E = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$
$$100 = 10 + 20 + 30 + 40$$

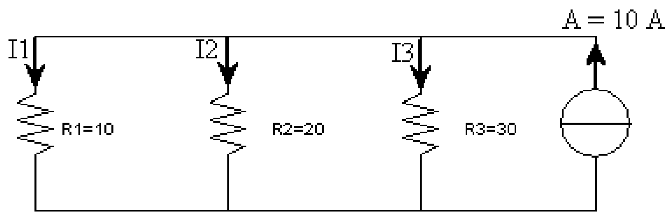
RICORDA: IL PARTITORE DI TENSIONE SERVE A CALCOLARE LA PARTE DI TENSIONE CHE SPETTA AD UNA DELLE N RESISTENZE IN SERIE AD UN GENERATORE DI TENSIONE CHE EROGA UNA TENSIONE E:

$$V_i = E \cdot \frac{R_i}{\sum R}$$

ATTENZIONE: non si deve applicare la formula del partitore quando ci sono resistenze in parallelo: in quel caso la tensione sulle varie resistenze è uguale a quella erogata dal generatore, come mostrato negli esempi del paragrafo precedente.

4.3.2. *Partitore di corrente*

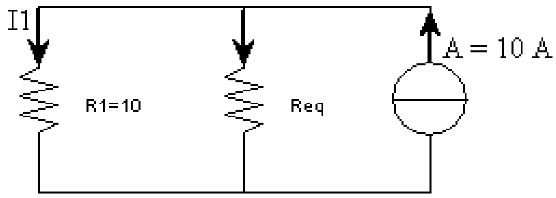
Ora vogliamo capire come si distribuisce la corrente A erogata dal generatore, vogliamo quindi calcolare le correnti I_1, I_2 e I_3.



Per far questo ci serviamo della formula del partitore di corrente:

$$I_i = A\frac{R_{EQ}}{R_{EQ} + R_i}$$

Per utilizzare questa formula dobbiamo però ridurre il circuito a quello della figura seguente:



Serve cioè un circuito che abbia solo due resistenze in parallelo.

Una volta scelta la corrente da calcolare, in questo caso I_1, bisogna tenere la resistenza in cui scorre la corrente incognita, in questo caso R_1 e quindi ridurre tutte le altre resistenze ad una resistenza equivalente.

Nel caso in questione si tratta di calcolare il parallelo di R_2 ed R_3:

$$R_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30}} = 12 \quad \Omega$$

A questo punto possiamo applicare la formula del partitore di corrente:

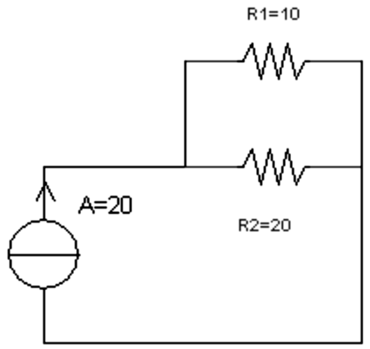
$$I_1 = A \frac{R_{EQ}}{R_{EQ} + R_i} = 10 \frac{12}{12 + 10} = 5{,}5 \quad A$$

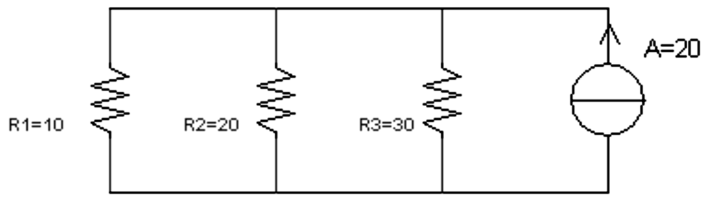
RICORDA: IL PARTITORE DI CORRENTE SERVE A CALCOLARE LA PARTE DI CORRENTE CHE SPETTA AD UNA DELLE N RESISTENZE IN PARALLELO AD UN GENERATORE DI CORRENTE CHE EROGA UNA CORRENTE A:

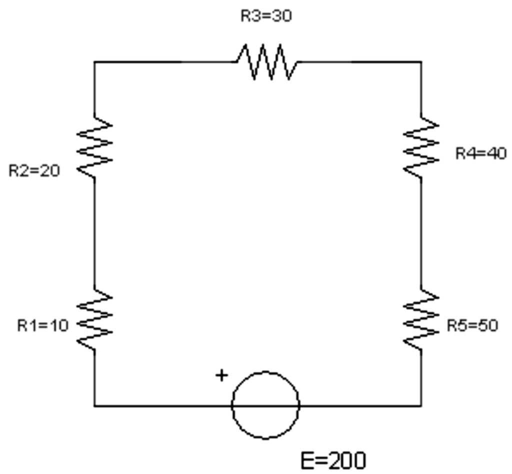
$$I_i = A \frac{R_{EQ}}{R_{EQ} + R_i}$$

ATTENZIONE: non si deve applicare la formula del partitore di corrente quando ci sono resistenze in serie: in quel caso la corrente sulle varie resistenze è quella erogata dal generatore, come mostrato negli esempi del paragrafo precedente.

ESERCIZI: CALCOLARE LE CORRENTI E LE TENSIONI PRESENTI AI CAPI DELLE RESISTENZE DEI SEGUENTI CIRCUITI







4.4. La seconda legge di Ohm

Prima di parlare della seconda legge di Ohm è necessario introdurre due concetti nuovi: il primo è quello di resistività, il secondo è il concetto di resistenza variabile con la temperatura.

4.4.1. Resistività ρ

Non tutti i materiali si oppongono al passaggio della corrente nello stesso modo: ci saranno materiali in cui la corrente passa più facilmente e materiali in cui la resistenza è altissima.

Per poter confrontare due diversi materiali è necessario stabilire un campione, cioè un tratto di conduttore che abbia sempre la stessa lunghezza e la stessa sezione e in cui poter misurare la resistenza.

LA RESISTIVITÀ DI UN CONDUTTORE È LA RESISTENZA CHE UN SUO CAMPIONE DI LUNGHEZZA E SEZIONE UNITARIE (LUNGHEZZA 1 METRO E SEZIONE 1 MM2) OFFRE AL PASSAGGIO DELLA CORRENTE.

Questo valore di resistenza, misurato su un tratto di conduttore di lunghezza e sezione pari a 1 è stato chiamato resistività. Il simbolo della resistività è ρ e la sua unità di misura è Ω*m.

4.4.2. Resistenza variabile con la temperatura

La resistenza di un materiale non è costante ma varia con la temperatura.

La resistività di un conduttore metallico è piccola e generalmente cresce linearmente con la temperatura. Di conseguenza cresce anche la resistenza.

LA LEGGE CHE LEGA LA VARIAZIONE DI RESISTENZA ALLA VARIAZIONE DI TEMPERATURA È:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$$

dove α è un valore che dipende dal materiale.

4.4.3. La formulazione della seconda legge di Ohm

Consideriamo un conduttore di lunghezza L e di sezione S.

La seconda legge di Ohm descrive il legame che esiste tra la geometria del conduttore (lunghezza e sezione) e la resistenza del materiale.

Matematicamente essa si esprime con la formula:

$$\boldsymbol{R = \rho_0 \cdot \frac{L}{S}}$$

E si può enunciare nel modo seguente:

LA RESISTENZA R DI UN CONDUTTORE È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA SUA LUNGHEZZA E INVERSAMENTE PROPORZIONALE ALLA SUA SEZIONE.

4.4.4. *Applicazioni della seconda legge di Ohm*

ESEMPIO

CALCOLARE LA SEZIONE DI UN CONDUTTORE LUNGO L = 2 M, DI RESISTENZA A 0° C PARI A R = 40 Ω E RESISTIVITÀ P = 1,6 * 10-8 ΩM

Dati del problema:

l = 2 m

R0 = 40 Ω

P = 1,6 * 10-8 Ωm

? = s

Risoluzione:

La seconda legge di Ohm è espressa come:

$$R_0 = \rho \frac{l}{s}$$

Quindi, per prima cosa, è necessario esplicitare la sezione s spostandola al primo membro.

$$s = \rho \frac{l}{R_0}$$

A questo punto abbiamo tutto quello che ci serve per fare il calcolo:

$$s = \rho \frac{l}{R_0} = 1{,}6 * 10^{-8} \frac{2}{40} = 8 * 10^{-10} m^2$$

Affinché il dato sia più significativo possiamo esprimerlo in mm^2:

$$8 * 10^{-10} m^2 = 0{,}0008 mm^2$$

ESERCIZIO 1: calcolare la lunghezza di un conduttore di sezione s = 0,001 mm2 , di resistenza a 0° C pari a R = 20 Ω e resistività ρ = 5,1 * 10-8 Ωm

$[l = 0{,}39m]$

ESERCIZIO 2: calcolare la resistenza a 0° C di un conduttore di lunghezza l = 1,25 m, sezione s = 0,001 mm2 e resistività ρ = 1,6 * 10-8 Ωm

$[R_0 = 20\Omega]$

ESERCIZIO 3: calcolare la lunghezza di un conduttore cilindrico di raggio pari a r = 0,02 mm, di resistenza a 0° C pari a R = 30 Ω e resistività ρ = 1,5 * 10-8 Ωm

$[l = 0{,}252m]$

ESERCIZIO 4: calcolare la resistenza a 0°C di un conduttore cilindrico di raggio pari a r = 0,015 mm, lunghezza l = 0,3m e resistività ρ = 2,1 * 10-8 Ωm

$[R_0 = 9\Omega]$

ESERCIZIO 5: dire di che materiale è fatto un conduttore cilindrico di sezione pari a 0,00015 mm2, lunghezza l = 2,85m e resistenza a 0°C pari a 40Ω conoscendo la resistività dei seguenti materiali:

MATERIALE	RESISTIVITA'
Argento	1,5 * 10-8 Ωm
Oro	2,1 * 10-8 Ωm
Rame	1,6 * 10-8 Ωm
Tungsteno	5,1 * 10-8 Ωm
Ferro Dolce	13 * 10-8 Ωm

[oro]

4.5. Legge di Ohm su cortocircuiti e circuiti aperti

Nei circuiti elettrici ci sono due casi opposti: il cortocircuito e il circuito aperto.

4.4.5. *Cortocircuito*

Il cortocircuito è un pezzo di circuito in cui la resistenza è nulla o quasi nulla. Nei circuiti elettrici il cortocircuito si verifica solitamente in maniera accidentale.

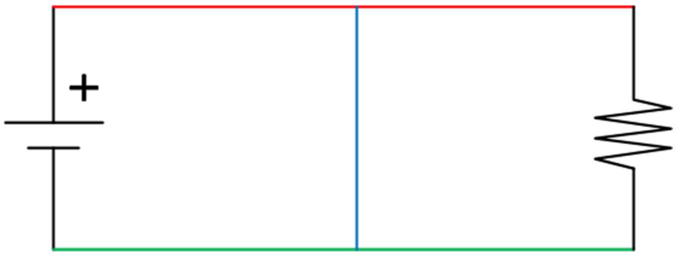
Immaginiamo di avere un generatore di corrente e una lampadina collegati da due fili conduttori:

La corrente scorre nel primo filo, arriva alla lampadina (che è in pratica una resistenza che dissipa energia producendo luce per effetto Joule) e poi torna indietro lungo il secondo filo.

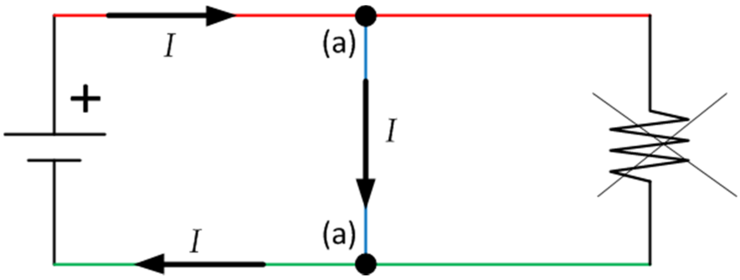
Possiamo schematizzare il circuito come:

Il filo di andata e quello di ritorno sono di solito inseriti all'interno di un'unica guaina e sono isolati l'uno dall'altro:

Immaginiamo ora che la guaina che riveste i due fili si sia deteriorata. Può succedere che i due fili entrino in contatto. E' come se tra i due cavi ci fosse un collegamento diretto:



A questo punto la corrente che arriva al nodo (a) non prosegue verso il carico (la lampadina) ma sceglie il percorso più facile, quello con meno resistenza.



E' come se la resistenza non ci fosse.

Il tratto di filo a resistenza nulla che collega i due conduttori di andata e di ritorno si chiama corto circuito. Si dice che il la resistenza è cortocircuitata.

In un cortocircuito la resistenza è nulla. Analizziamo la legge di Ohm nella sua espressione con la resistenza al primo membro:

$$R = \frac{V}{I}$$

Se siamo in presenza di un cortocircuito, la resistenza è nulla e avremo:

$$\boldsymbol{R = \frac{V}{I} = 0}$$

Affinché una frazione sia nulla è necessario che il numeratore sia nullo quindi che sia $V = 0$.

IN UN CORTO CIRCUITO LA RESISTENZA È NULLA E QUINDI ANCHE LA CADUTA DI TENSIONE È NULLA. LA CORRENTE PUÒ ASSUMERE QUALSIASI VALORE, IN GENERE MOLTO GRANDE.

Da questo si capisce che in un cortocircuito la resistenza e la tensione sono nulli, a prescindere dal valore della corrente. Quindi la corrente non ha limiti e può assumere qualsiasi valore diventando altissima.

Circuito aperto

Un circuito aperto si ha quando ai capi di un circuito non viene immessa alcuna corrente.

Immaginiamo di avere lo stesso circuito dell'esempio precedente ma questa volta consideriamo che la lampadina sia quella di una torcia elettrica che può essere accesa premendo un tasto.

Quando l'interruttore è chiuso la batteria fornisce corrente alla lampadina; siamo nel caso del circuito precedente.

Quando l'interruttore è aperto la corrente si interrompe. Possiamo schematizzare questa condizione con il circuito seguente:

In questo caso si dice che il circuito è aperto.

In un circuito aperto la corrente ai morsetti è nulla perché il percorso è interrotto.

Esplicitiamo la legge di Ohm facendo comparire la corrente al primo membro:

$$I = \frac{V}{R}$$

Sappiamo che la corrente è nulla, quindi:

$$\boldsymbol{I = \frac{V}{R} = 0}$$

Affichè la corrente sia nulla ci possono essere due casi:

- Tensione V = 0
- Resistenza R grandissima

Se misuriamo con un voltmetro la tensione ai morsetti (a) e (b), troviamo un valore di tensione V_{AB} non nullo. Quindi per avere una corrente nulla rimane solo la possibilità di avere una resistenza infinita. E infatti in un circuito aperto è come se la resistenza fosse infinita e quindi bloccasse completamente la corrente.

La tensione V_{AB}, che si misura tra i morsetti quando il circuito è aperto, prende il nome di **TENSIONE A VUOTO** in quanto ai morsetti non scorre corrente (il circuito è vuoto).

In un circuito aperto la resistenza è altissima e quindi la corrente ha valore nullo. La tensione può assumere qualsiasi valore.

5. I PRINCIPI DI KIRCHOFF

Nel capitolo 4 abbiamo visto come la prima legge di Ohm permetta di calcolare il valore di un parametro di un semplice circuito dati gli altri due parametri.

Questa legge è sufficiente finché abbiamo a che fare con circuiti formati da una sola maglia. Quando abbiamo un circuito formato da due maglie, avremo 3 correnti e quindi non possiamo più applicare la legge di Ohm su ogni bipolo.

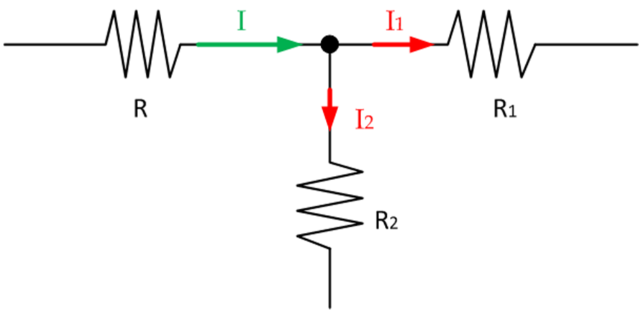
In questi casi ci vengono in aiuto due leggi che regolano il funzionamento dei circuiti elettrici, note come Leggi di Kirchoff o Principi di Kirchoff:

- La legge di Kirchoff alla maglia
- La legge di Kirchoff ai nodi

Vediamole singolarmente e cerchiamo di capire a cosa servono.

5.1. La legge di Kirchoff ai nodi

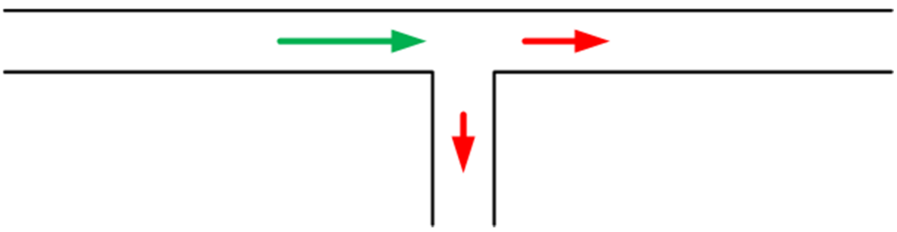
Come dice la parola stessa, la legge di Kirchoff ai nodi si applica quando abbiamo a che fare con un nodo. Consideriamo un nodo in cui si incontrano un certo numero di rami.



Sappiamo che in ogni ramo scorre una sola corrente e che quindi, per ogni ramo, avremo due possibilità:

- la corrente entra nel nodo, come nel caso della **corrente I**
- la corrente esce dal nodo, come nel caso della **corrente I_2 e I_1**

Immaginiamo che i conduttori siano delle tubazioni in cui scorre dell'acqua.



E' logico pensare che tutta l'acqua che arriva nel nodo debba poi uscire da qualche parte. Quindi la somma dell'acqua che **arriva nel nodo** dovrà essere uguale alla somma dell'acqua che **esce dal nodo**.

La legge di Kirchoff ai nodi è l'equivalente di questo principio per un circuito elettrico e dice che, in un nodo, la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti.

Da un punto di vista matematico possiamo scrivere:

$$I^1_{ENTRANTE} + I^2_{ENTRANTE} + \ldots + I^N_{ENTRANTE} = I^1_{USCENTE} + I^2_{USCENTE} + \ldots. + I^N_{USCENTE}$$

Esiste una scrittura può compatta per indicare la somma di un certo numero di grandezze dello stesso tipo in cui varia solo il pedice:

$$\sum I_{ENTRANTI} = \sum I_{USCENTI}$$

Il simbolo Σ (lettera greca che si legge Sigma) prende il nome di "sommatoria" e indica la somma di un certo numero di grandezze, in questo caso le intensità di corrente I.

Per essere più rigorosi la scrittura completa è la seguente:

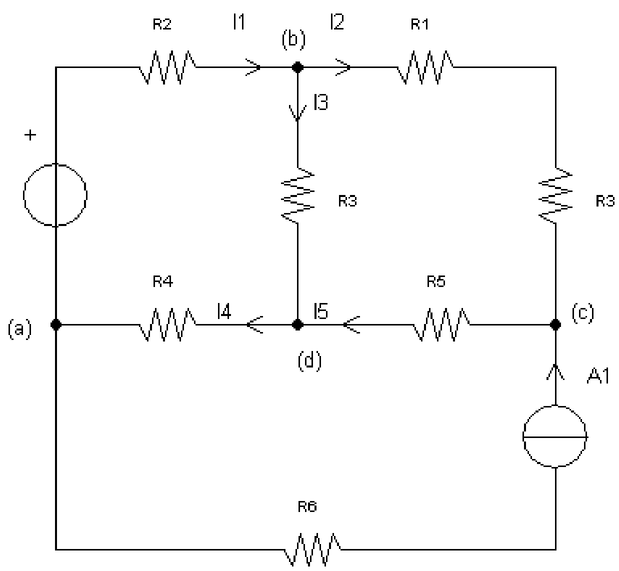
$$\sum_{j=1}^{N} I_j$$

che si legge "sommatoria di I per j che va da 1 a N" e indica la somma delle intensità di corrente I che vanno da I_1 a I_N.

RICORDA: IN UN QUALSIASI NODO, LA SOMMA DELLE CORRENTI ENTRANTI È UGUALE ALLA SOMMA DELLE CORRENTI USCENTI:

$$\sum I_{entranti} = \sum I_{uscenti}$$

Vediamo subito un'applicazione pratica. Consideriamo il circuito seguente in cui sono state segnate le correnti in ogni ramo ed è stato attribuito loro un nome.



Il circuito ha 4 nodi: potremo quindi scrivere 4 equazioni di kirchoff ai nodi.

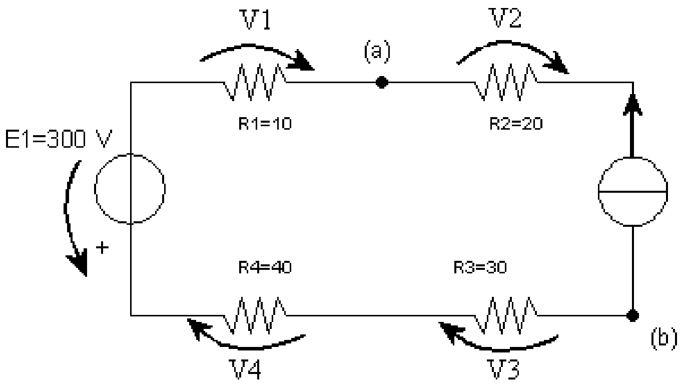
$$\sum I_{ENTRANTI} = \sum I_{USCENTI}$$

$$\begin{aligned}
&\text{nodo (a)} \quad \rightarrow \quad I_4 = I_1 + A_1 \\
&\text{nodo (b)} \quad \rightarrow \quad I_1 = I_2 + I_3 \\
&\text{nodo (c)} \quad \rightarrow \quad I_2 + A_1 = I_5 \\
&\text{nodo (d)} \quad \rightarrow \quad I_3 + I_5 = I_4
\end{aligned}$$

5.2. La legge di Kirchoff alla maglia

Come dice la parola stessa, la legge di Kirchoff alla maglia si applica quando abbiamo a che fare con una maglia.

Ricordiamo che una maglia può anche essere chiusa da una tensione, oltre che da un conduttore.



Consideriamo una maglia in cui sono presenti un certo numero di bipoli, generatori e utilizzatori: ai capi di ognuno di essi c'è una differenza di potenziale che va in un verso o nell'altro a seconda del tipo di bipolo (generatore o utilizzatore).

La legge di Kirchoff afferma che la somma delle tensioni erogate dai generatori è uguale alla somma delle tensioni assorbite dagli utilizzatori.

Poiché abbiamo stabilito un verso per ogni tensione in base al tipo di bipolo, non è più necessario fare distinzione tra bipoli utilizzatori e bipoli generatori.

E' sufficiente partire da un punto, percorrere tutta la maglia fino a tornare al punto di partenza, e sommare algebricamente le tensioni che si incontrano.

Sommare algebricamente vuol dire che le tensioni che vanno nello stesso verso in cui stiamo percorrendo la maglia sono positive mentre quelle che vanno in senso opposto sono negative e quindi vanno scritte col segno meno.

Da un punto di vista matematico possiamo scrivere:

$$V_{R1} + V_{R2} + \ldots. + V_{RN} - \ldots. - V_{G1} - V_{G2} - \ldots. - V_{GN} = 0$$

Che si può anche scrivere come:

$$V_{R1} + V_{R2} + ... + V_{RN} = V_{G1} + V_{G2} + ... + V_{GN} = 0$$

Utilizzando la sommatoria:

$$\sum V_{UTULIZZATORI} = \sum V_{GENERATORI}$$

Oppure:

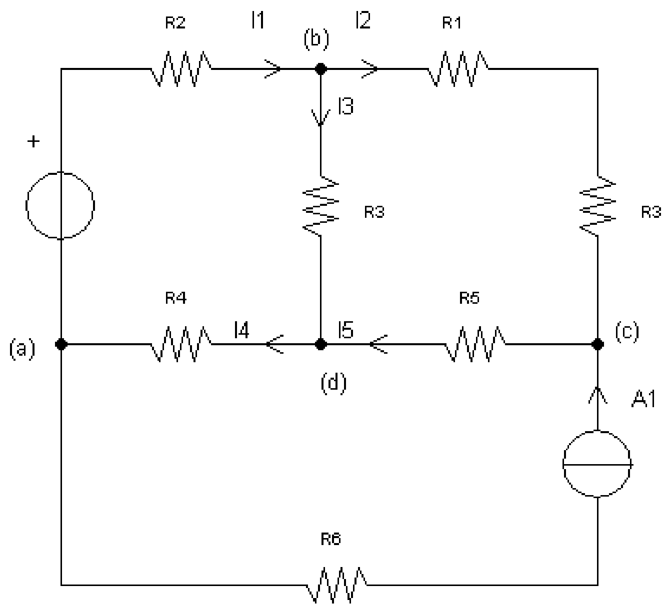
$$\sum V_{UTULIZZATORI} - \sum V_{GENERATORI} = 0$$

RICORDA: IN UNA QUALSIASI MAGLIA, LA SOMMA DELLE TENSIONI AI CAPI DEI BIPOLI UTILIZZATORI È UGUALE ALLA SOMMA DELLE TENSIONI AI CAPI DEI BIPOLI GENERATORI:

$$\sum V_{utilizzatori} = \sum V_{generatori}$$

Vediamo subito un'applicazione pratica.

Consideriamo il circuito seguente:



Il circuito ha 3 maglie principali: potremo quindi scrivere 3 equazioni di Kirchoff alla maglia.

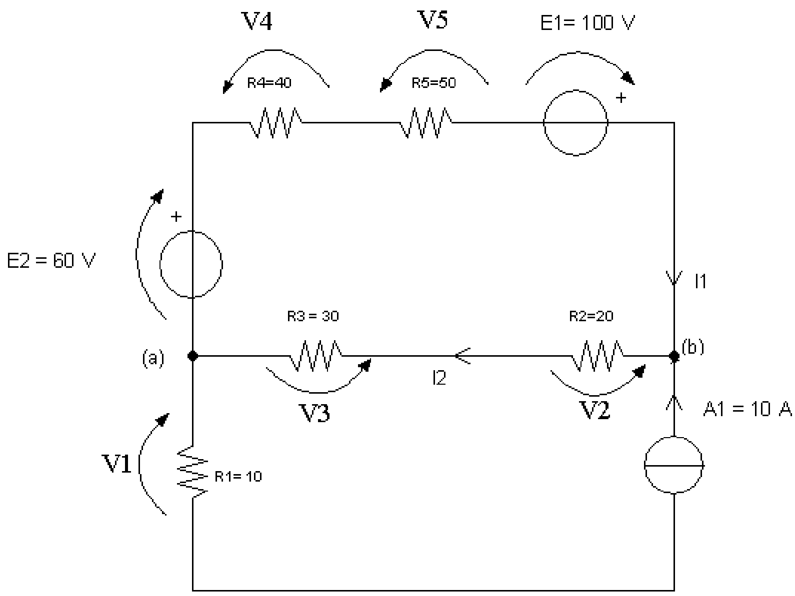
$$\sum V = 0$$

$$\text{Maglia } \{1\} \rightarrow E_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 0$$
$$\text{Maglia } \{2\} \rightarrow -V_1 - V_3 - V_5 + V_3 = 0$$
$$\text{Maglia } \{3\} \rightarrow -V_{A1} + V_6 + V_4 + V_5 = 0$$

5.3. Quante equazioni di Kirchoff possiamo scrivere?

Abbiamo visto che è sempre possibile scrivere un'equazione di Kirchoff per ogni nodo e una per ogni maglia.

Osserviamo però la figura seguente:



Scriviamo le leggi di Kirchoff ai due nodi (a) e (b):

$$\sum I^{(a)}{}_{entranti} = \sum I^{(a)}{}_{uscenti}$$
$$I_2 = A_1 + I_1$$
$$\sum I^{(b)}{}_{entranti} = \sum I^{(b)}{}_{uscenti}$$
$$A_1 + I_1 = I_2$$

Osserviamo queste due equazioni e consideriamo l'equazione di Kirchoff al nodo (b):

$$A_1 + I_1 = I_2$$

Portiamo al primo membro i termini che sono al secondo e viceversa:

$$-I_2 = -A_1 - I_1$$

Ora cambiamo tutto di segno:

$$I_2 = A_1 + I_1$$

Questa equazione è uguale all'equazione di Kirchoff al nodo (a).

Possiamo concludere che le equazioni di Kirchoff ai due nodi sono uguali e quindi non ci serve a nulla scriverle entrambe.

Se in un circuito abbiamo 3 nodi avrà senso scrivere le equazioni di kirchoff a due nodi perché l'equazione al terzo nodo si può ottenere modificando, con opportuni passaggi matematici, le altre due equazioni.

Si dice che su 3 equazioni disponibili: due sono indipendenti, mentre la terza è dipendente dalle altre due.

Quindi, in generale, vale la seguente regola:

IN UN CIRCUITO DOTATO DI N NODI SI POSSONO SCRIVERE N-1 EQUAZIONI DI KIRCHOFF AI NODI INDIPENDENTI TRA LORO.

Ora scriviamo le equazioni di Kirchoff alle maglie {1}, {2} e alla maglia {3} che risulta dall'unione delle prime due:

$$\sum_{\{1\}} V = 0 \quad \rightarrow \quad E_2 - V_4 - V_5 + E_1 - V_2 - V_3 = 0$$

$$\sum_{\{2\}} V = 0 \quad \rightarrow \quad V_1 + V_3 + V_2 - V_{A1} = 0$$

$$\sum_{\{3\}} V = 0 \quad \rightarrow \quad V_1 + E_2 - V_4 - V_5 + E_1 - V_{A1} = 0$$

Ora uniamo le prime due equazioni. Per farlo isoliamo il termine $V_2 + V_3$ che è in comune alle due equazioni:

$$\begin{cases} E_2 - V_4 - V_5 + E_1 = V_2 + V_3 \\ V_3 + V_2 = V_{A1} - V_1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \mathrm{E}_2 - V_4 - V_5 + E_1 = V_{A1} - V_1$$

Ora portiamo tutti i termini al primo membro:

$$\mathrm{E}_2 - V_4 - V_5 + E_1 - V_{A1} + V_1 = 0$$

Ora confrontiamo l'equazione di Kirchoff alla maglia {3} e l'equazione che risulta dall'unione delle ultime due equazioni: sono uguali.

Questo vuol dire che in un circuito con 3 maglie non possiamo scrivere 3 equazioni di Kirchoff indipendenti.

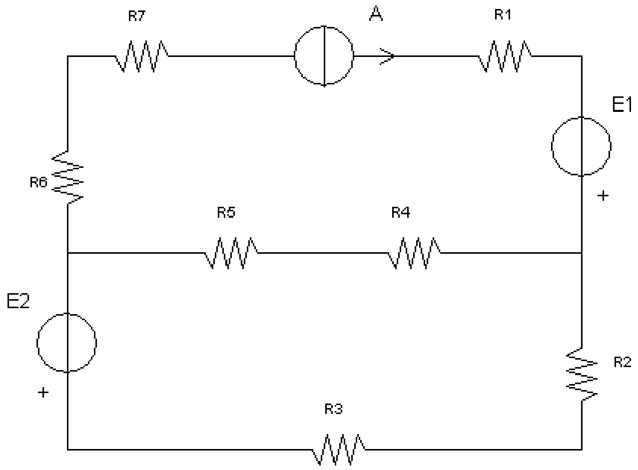
Anche qui c'è una legge che stabilisce esattamente il numero di equazioni indipendenti che possiamo scrivere: **IN UN CIRCUITO CON L RAMI E n NODI POSSIAMO SCRIVERE $L - n + 1$ EQUAZIONI DI KIRCHOFF ALLA MAGLIO INDIPENDENTI TRA LORO.**

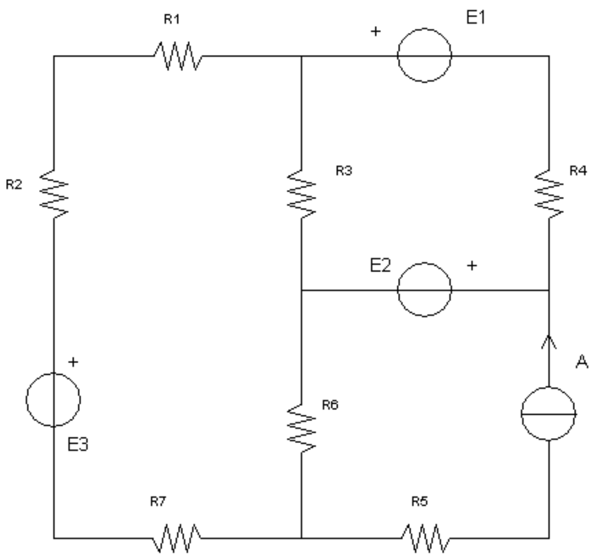
RIASSUMENDO:

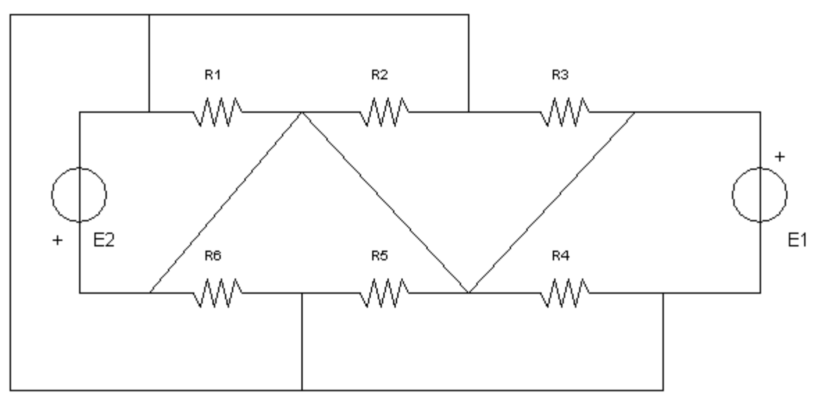
	formula	definizione	N° equazioni indipendenti
Legge di Kirchoff ai nodi	$\sum I_{entranti} = \sum I_{uscenti}$	In un qualsiasi nodo la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti.	n – 1
Legge di Kirchoff alla maglia	$\sum V = 0$	In una qualsiasi maglia, la somma delle tensioni ai capi dei bipoli è nulla.	L – n + 1

5.4. Esercizi

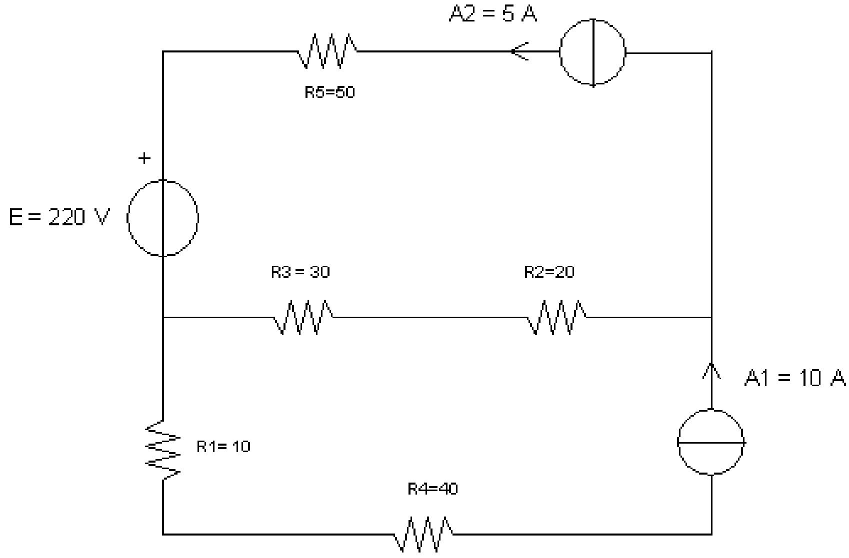
PER I SEGUENTI CIRCUITI SCRIVERE LE EQUAZIONI DI KIRCHOFF INDIPENDENTI AI NODI E ALLE MAGLIE



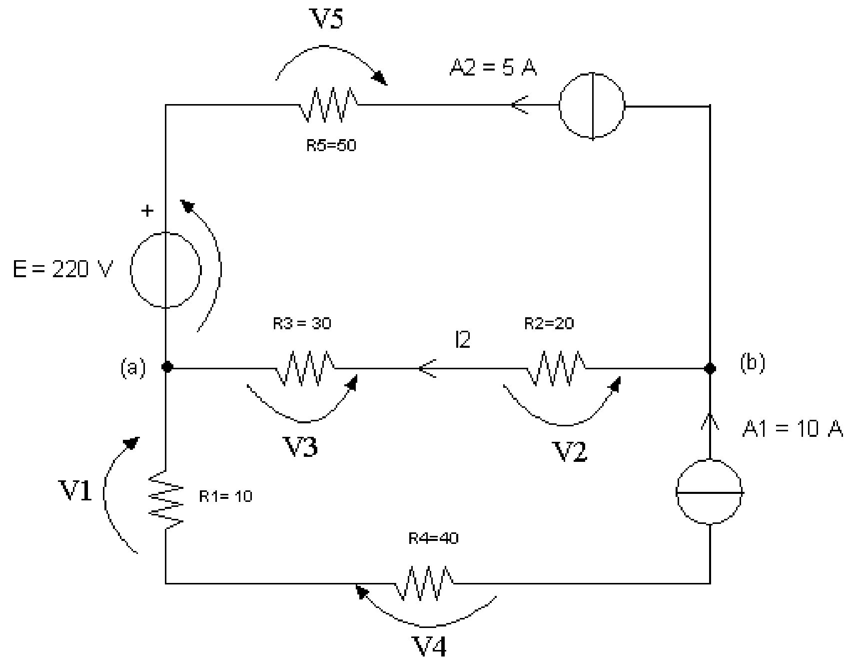




CIRCUITO 7: risolvere il seguente circuito



Segnamo i nodi, le correnti e le cadute di tensione ai capi di ogni bipolo.



Poiché abbiamo una sola corrente incognita, è sufficiente scrivere l'equazione di Kirchoff ad uno dei due nodi. Scegliamo, ad esempio, il nodo (a):

$$\sum I^{(a)}{}_{entranti} = \sum I^{(a)}{}_{uscenti} \quad \rightarrow \quad A_1 = A_2 + I_2$$

Sostituendo i valori numerici si trova:

$$10 = 5 + I_2 \quad \rightarrow \quad I_2 = 10 - 5 = 5 \ A$$

Ora possiamo trovare le cadute di tensione ai capi delle varie resistenze.

Come nell'esercizio precedente, utilizziamo la legge di Ohm, applicata ad ognuna delle resistenze:

$$V_1 = R_1 \cdot A_1 = 10 \cdot 10 = 100 \quad V$$

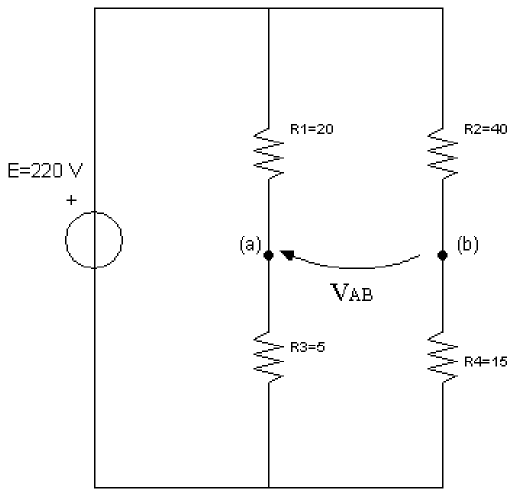
$$V_2 = R_2 \cdot I_2 = 20 \cdot 5 = 100 \quad V$$

$$V_3 = R_3 \cdot I_2 = 30 \cdot 5 = 150 \quad V$$

$$V_4 = R_4 \cdot A_1 = 40 \cdot 10 = 400 \quad V$$

$$V_5 = R_5 \cdot A_2 = 50 \cdot 5 = 250 \quad V$$

CIRCUITO 8: calcolare le correnti che scorrono nel circuito e la tensione V_{AB}



In questo circuito non abbiamo generatori di corrente. Questo vuol dire che se anche scrivessimo l'equazione di Kirchoff ai nodi non avremmo la possibilità di calcolare nulla perché avremmo ben tre incognite.

Per calcolare la corrente possiamo però utilizzare l'equazione di Kirchoff alla maglia.

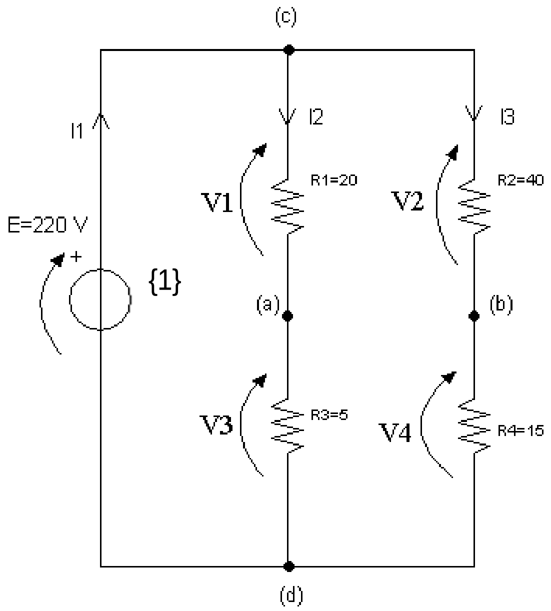
Può sembrare strano che un'equazione che coinvolge le tensioni serva per calcolare le correnti. In realtà, ricordando che la tensione si può esprimere con la legge di Ohm:

$V = R \cdot I$

si vede come la corrente può comparire dove c'è una tensione.

Questo esercizio servirà a dimostrarlo.

Per prima cosa, come al solito, segniamo i nodi, le correnti e le cadute di tensione ai capi dei bipoli.



Scegliamo una maglia che contenga solo generatori di tensione e resistenze attraversate tutte dalla stessa corrente. In questo modo avremo una sola incognita.

La maglia che fa per noi è la maglia {1}:

$$E - V_1 - V_3 = 0$$
$$E = R_1 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_2 = I_2 (R_1 + R_3)$$
$$I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{220}{20+5} = 8{,}8 \text{ A}$$

Se applichiamo lo stesso procedimento alla maglia che comprende tutto il circuito, possiamo ottenere la corrente I3:

$$E - V_2 - V_4 = 0$$
$$E = V_2 + V_4$$
$$E = R_2 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_3$$
$$E = I_3 (R_2 + R_4)$$
$$220 = I_3 (40 + 15)$$
$$I_3 = \frac{220}{55} = 4 \text{ A}$$

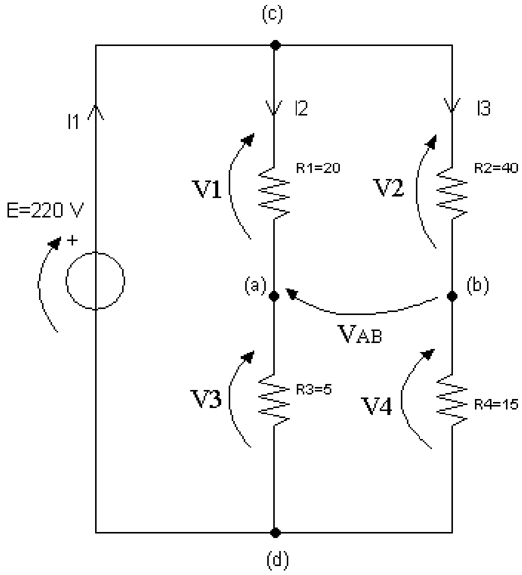
Ora che abbiamo le due correnti possiamo ricavare la terza con la legge di Kirchoff ad uno dei nodi, ad esempio il nodo (c):

$$\sum I^{(a)}{}_{entranti} = \sum I^{(a)}{}_{uscenti} \quad \rightarrow \quad I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

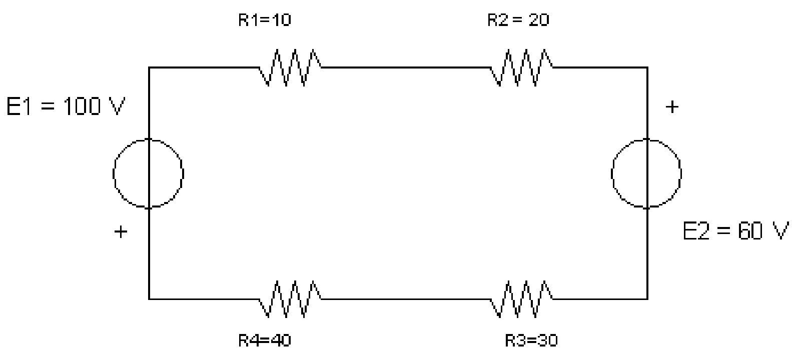
$$I_1 = 8{,}8 + 4 = 12{,}8 \quad A$$

Infine possiamo calcolare la tensione V_{AB} con la legge di Kirchoff ad una qualsiasi delle maglie che la contengono:



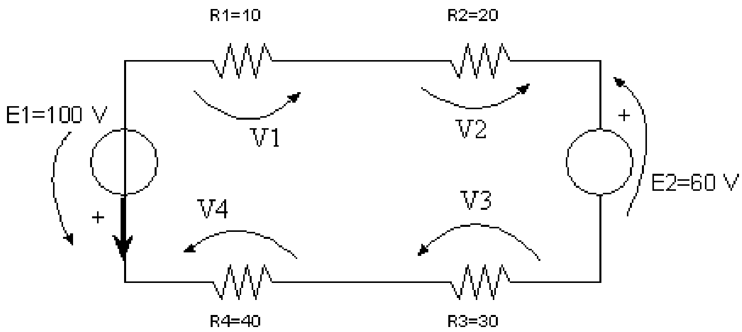
$$V_{AB} + V_1 - V_2 = 0$$
$$V_{AB} = V_2 - V_1$$
$$V_{AB} = R_2 \cdot I_3 - R_1 \cdot I_2$$
$$V_{AB} = 40 \cdot 4 - 20 \cdot 8{,}8 = 336 \quad V$$

CIRCUITO 10: Calcolare le correnti che scorrono in ogni ramo e le tensioni ai capi delle resistenze



Per prima cosa segnamo le correnti in ogni ramo e la tensione ai capi di ogni bipolo.

Poiché il circuito è formato da una sola maglia, ci sarà una sola corrente I.



La legge di Kirchoff alla maglia ci consente di scrivere l’equazione:

$$E_1 - V_4 - V_3 + E_2 - V_2 - V_1 = 0$$

Che possiamo riscrivere nel seguente modo:

$$E_1 + E_2 - R_4 I + R_3 I - R_2 I - R_1 I = 0$$

Sostituiamo i valori numerici:

$$100 + 60 - 40 \cdot I + 30 \cdot I - 20 \cdot I - 10 \cdot I = 0$$

In questa equazione l’unica incognita è la corrente I. Raccogliendo questo termine otteniamo:

$$100 + 60 - I(10 + 20 + 30 + 40) = 0$$
$$160 - I(100) = 0$$

Da cui possiamo calcolare il valore della corrente I:

$$160 = I \cdot 100$$
$$I = \frac{160}{100} = \frac{8}{5} = 1{,}6 \quad A$$

Una volta nota la corrente è immediato trovare le cadute di tensione tramite la legge di Ohm:

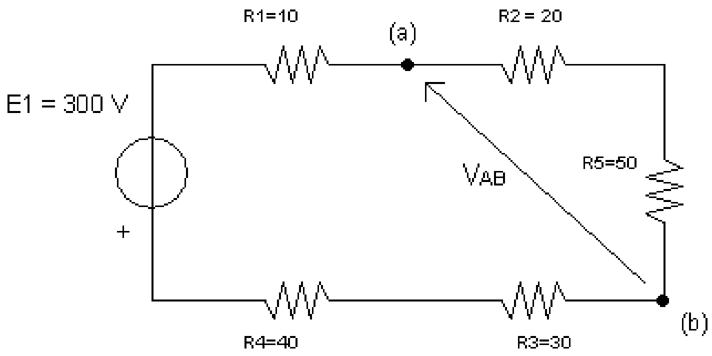
$$V_1 = R_1 \cdot I = 10 \cdot 1{,}6 = 16 \quad A$$

$$V_2 = R_2 \cdot I = 20 \cdot 1{,}6 = 32 \quad A$$

$$V_3 = R_3 \cdot I = 30 \cdot 1{,}6 = 48 \quad A$$

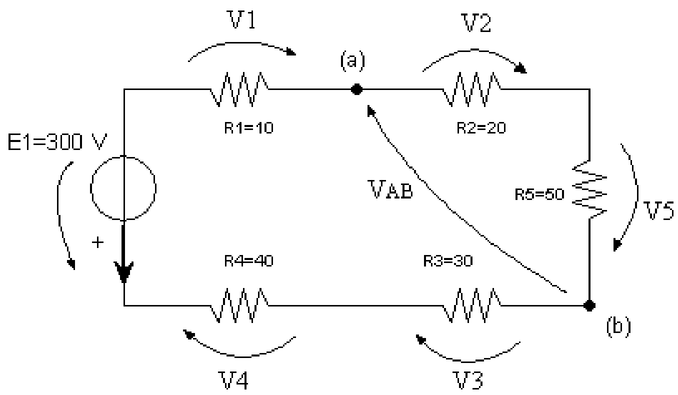
$$V_4 = R_4 \cdot I = 40 \cdot 1{,}6 = 64 \quad A$$

CIRCUITO 11: calcolare la corrente che scorre nel circuito e la tensione VAB



Per prima cosa si segnano le correnti in ogni ramo e le cadute di tensione ai capi dei bipoli.

Qui c'è una sola maglia e quindi ci sarà una sola corrente.



La corrente nel circuito si può calcolare tramite l'equazione che risulta dall'applicazione della legge di Kirchoff alla maglia:

$$E_1 - V_4 - V_3 - V_5 - V_2 - V_1 = 0$$
$$E_1 = R_4 \cdot I + R_3 \cdot I + R_5 \cdot I + R_2 \cdot I + R_1 \cdot I$$
$$E_1 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)$$
$$I = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

Sostituendo i valori numerici:

$$I = \frac{300}{10+20+30+40+50} = \frac{300}{150} = 2 \text{ A}$$

Per il calcolo della tensione V_{AB} si può usare di nuovo la legge di Kirchoff alla maglia, questa volta applicata ad una maglia chiusa da V_{AB}, ad esempio la maglia che contiene V_2, V_5 e V_{AB}:

$$V_{AB} + V_2 + V_5 = 0$$
$$V_{AB} = -R_2 \cdot I - R_5 \cdot I$$

Sostituendo i valori numerici:

$$V_{AB} = -20 \cdot 2 - 50 \cdot 2 = -140 \text{ V}$$

Il valore negativo indica che la caduta di tensione è in realtà al contrario, cioè il potenziale maggiore non si trova nel punto (a) ma nel punto (b).

Dimostriamo che avremmo potuto ottenere lo stesso risultato considerando l'altra maglia:

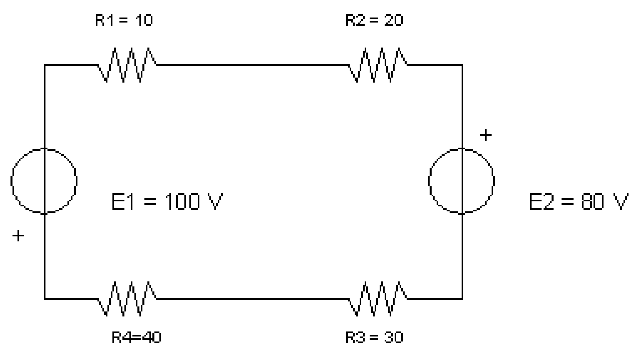
$$-V_1 + E_1 - V_4 - V_3 + V_{AB} = 0$$
$$V_{AB} = R_1 \cdot I - E_1 + R_4 \cdot I + R_3 \cdot I$$

Sostituendo i valori numerici:

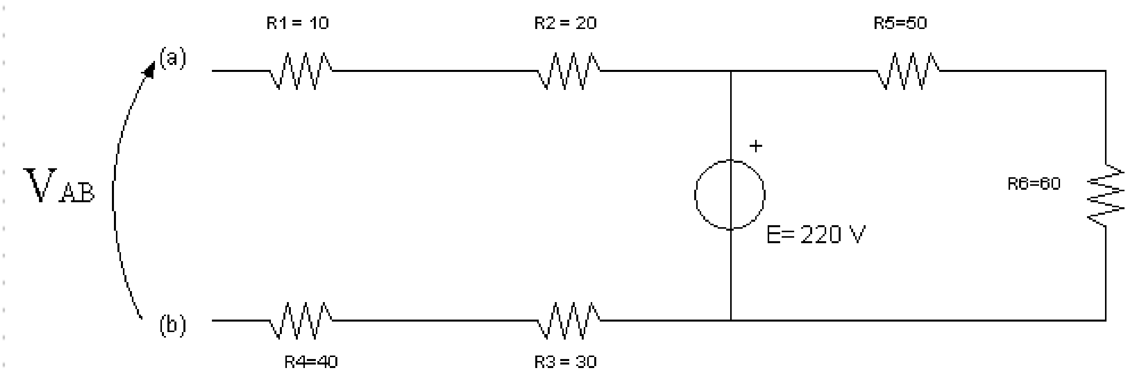
$$V_{AB} = 10 \cdot 2 - 300 + 40 \cdot 2 + 30 \cdot 2 = -140 \text{ V}$$

5.5. Esercizi sulle leggi di Kirchoff

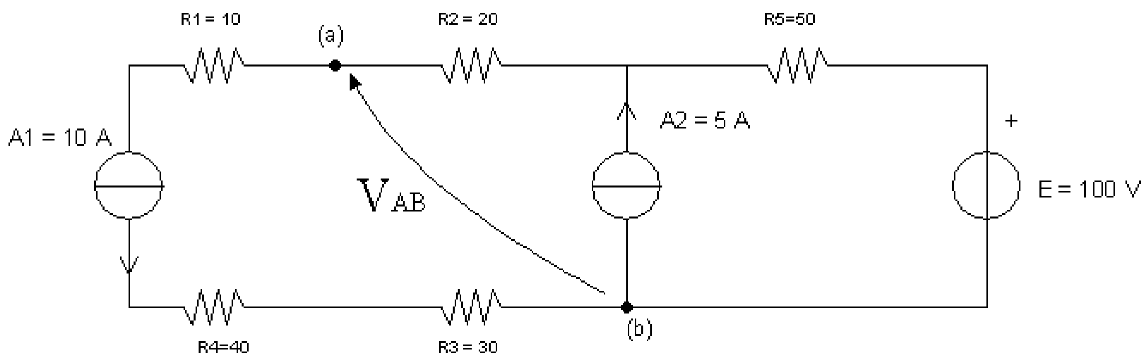
<u>ESERCIZIO 1:</u> calcolare la corrente che scorre nel circuito utilizzando la legge di Kirchoff alla maglia



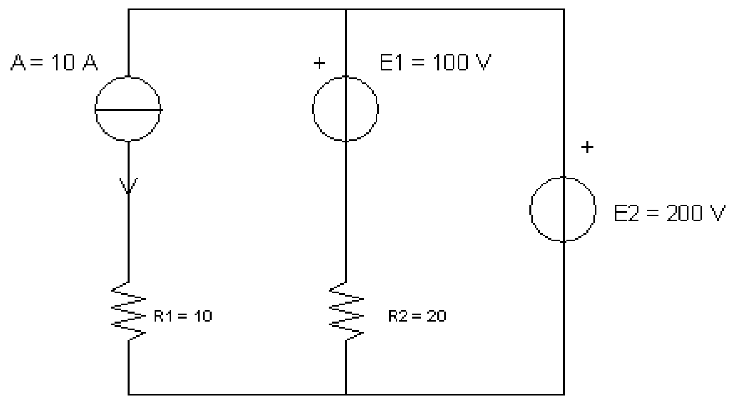
ESERCIZIO 2: calcolare la tensione ai morsetti (a) e (b) nel circuito utilizzando la legge di Kirchoff alla maglia [VAB = 220 V].



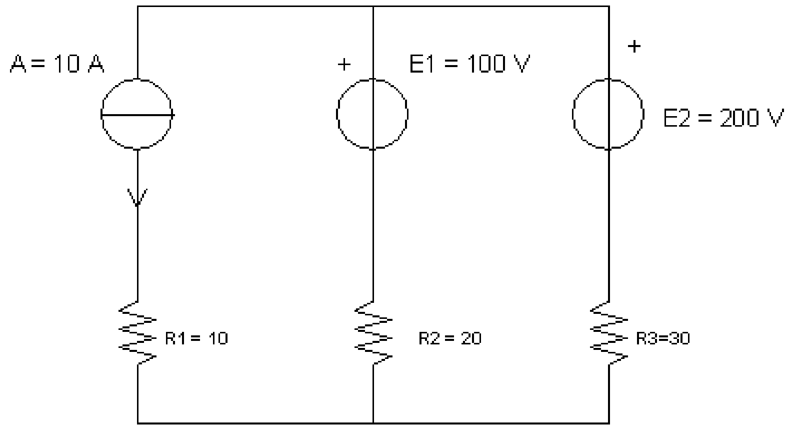
ESERCIZIO 3: calcolare la corrente che scorre nella resistenza R5 utilizzando la legge di Kirchoff ai nodi e calcolare la tensione VAB [VAB = - 350 V]



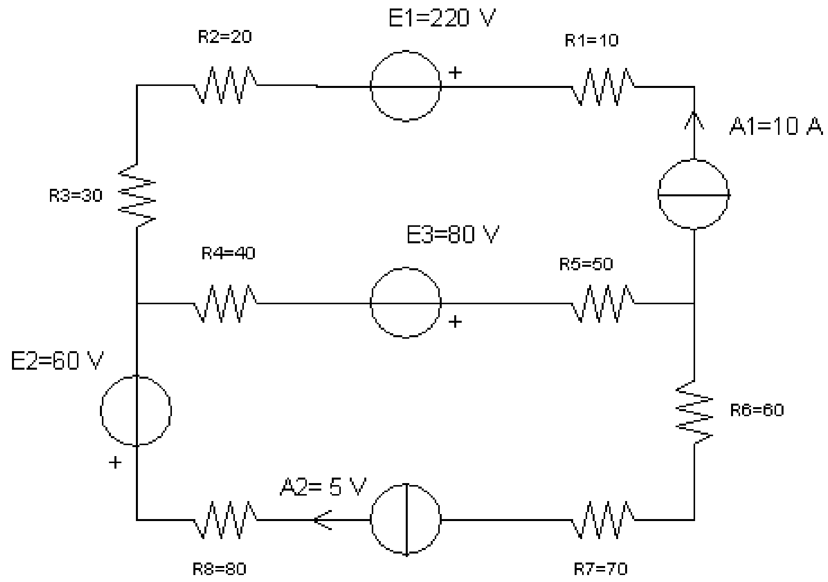
<u>ESERCIZIO 4</u>: calcolare le correnti che scorrono nei tre rami del circuito [I1 = -5 A; I2 = 15 A].



<u>ESERCIZIO 5:</u> calcolare le correnti che scorrono nei tre rami del circuito [I1 = 4 A; I2 = 6 A].



ESERCIZIO 6: nel circuito seguente c'è un errore. Qual è?



Parte II: circuiti elettrici in corrente alternata

6. ESPRESSIONE SINUSOIDALE DI TENSIONE E CORRENTE

Quando colleghiamo un apparecchiatura ad una delle prese di corrente che si trovano nelle case o negli uffici, utilizziamo un tipo di corrente diversa da quella che abbiamo studiato nel volume precedente: utilizziamo la cosiddetta "corrente alternata".

La corrente alternata si chiama "alternata" perché la sua polarità (che possiamo vedere come il suo segno) si alterna; la corrente passa cioè dall'essere positiva all'essere negativa. Per capire bene tutto questo è però necessario aver chiaro il concetto di segnale sinusoidale.

6.1. Le grandezze periodiche

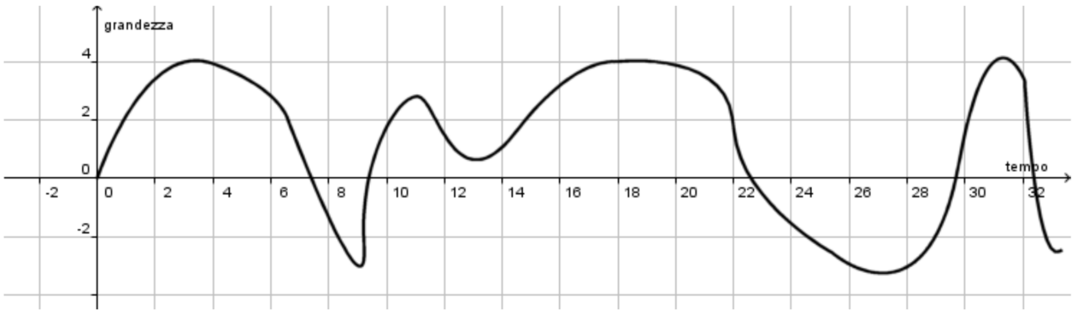
Nello studio della corrente continua le grandezze fisiche in gioco (come la tensione e l'intensità di corrente elettrica) sono costanti nel tempo, e quindi vengono dette "grandezze continue".

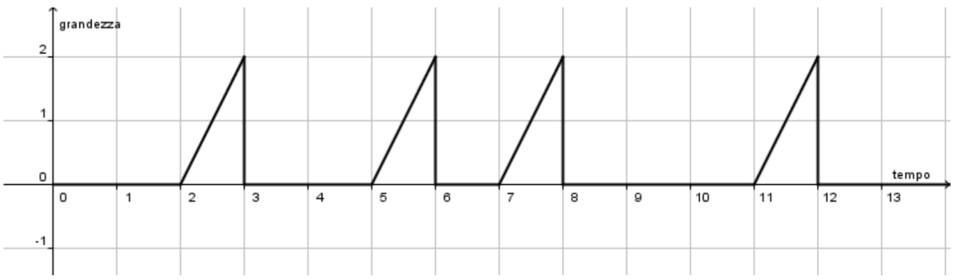
Nella pratica si incontrano però frequentemente grandezze variabili nel tempo, le quali possono essere distinte in grandezze aperiodiche e periodiche.

Per esempio, l'ordinaria corrente alternata utilizzata nella vita quotidiana è una grandezza variabile periodica.

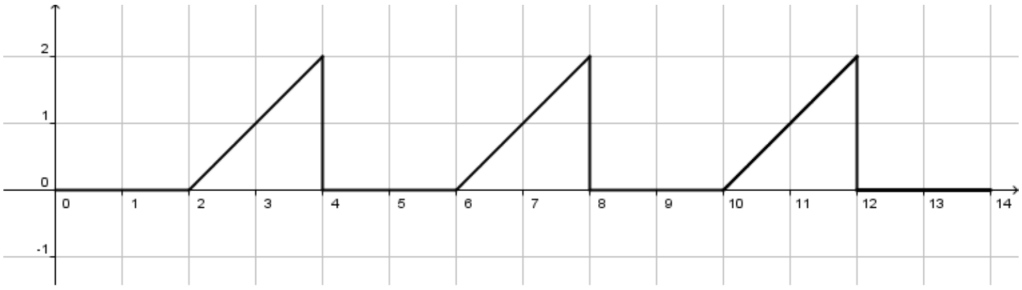
6.1.1. Segnali aperiodici e periodici

Una grandezza viene detta non periodica o aperiodica se non è possibile individuare un gruppo di valori che si ripete sempre uguale a se stesso. Una grandezza aperiodica non presenta un andamento temporale fisso, oppure presenta un andamento che si ripete, ma su intervalli di tempo irregolari. Le immagini seguenti mostrano il variare nel tempo di grandezze aperiodiche.





Le grandezze periodiche sono invece delle funzioni variabili nel tempo che, ad intervalli di tempo regolari e uguali, si ripetono identici a se stessi.



6.1.2. *I segnali periodici sinusoidali*

Tra tutti i segnali periodici ce ne sono alcuni molto importanti nelle applicazioni dell'elettrotecnica e dell'elettronica.

Uno di questi è il **SEGNALE SINUSOIDALE**.

La corrente elettrica alternata si può rappresentare come un segnale di questo tipo.

Vediamo in cosa consiste questo tipo di segnale, come è fatto e quali sono i parametri con cui si rappresenta.

Un segnale sinusoidale è un segnale periodico che varia nel tempo con una legge che si può rappresentare con una funzione matematica seno, cioè con:

$$\boldsymbol{y = \sin(x)}$$

Si noti che questa funzione presenta due variabili:

- La x, che varia a nostro piacere: possiamo cioè darle il valore che vogliamo, senza limitazioni. Questo tipo di variabile si chiama **VARIABILE INDIPENDENTE**.
- La y che assume un valore in base a quello che abbiamo assegnato alle x. Questo tipo di variabile si chiama **VARIABILE DIPENDENTE**.

La variabile dipendente y, in elettrotecnica, può indicare diverse grandezze: tensione, corrente o potenza.

La variabile indipendente x, in elettrotecnica, indica il tempo. Per questo motivo non viene indicata con x, ma con t.

Avremo quindi:

$$y = \sin(t)$$

Questa funzione è la funzione matematica di base, ma non è l'unica funzione sinusoidale che si può rappresentare. In realtà quando si modifica questa funzione, moltiplicando o sommando dei termini, si ottiene ancora una funzione sinusoidale.

In generale una funzione sinusoidale consiste in un'espressione matematica del tipo:

$$y = A \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

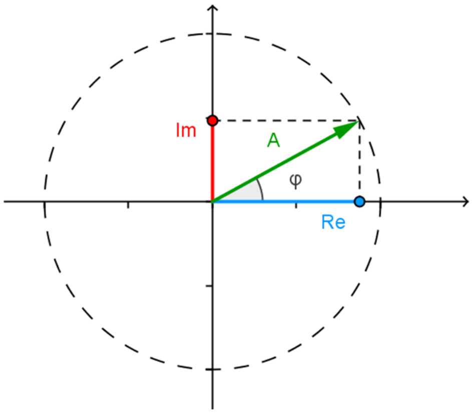
Si può notare che in questa espressione, oltre alle due variabili, ci sono tre parametri:

- A: ampiezza
- ω: pulsazione o velocità angolare
- φ (pronuncia fi): fase

Cerchiamo ora di capire cosa significano, da un punto di vista fisico, i tre parametri che abbiamo introdotto (A, ω e φ).

Per capirne il significato è opportuno partire dall'inizio, cioè dall'origine di un segnale sinusoidale.

Consideriamo un numero complesso di modulo pari ad A (lunghezza del vettore), rappresentato come vettore nel piano di Gauss. Se facciamo ruotare il vettore con velocità angolare ω otteniamo quello che viene chiamato **VETTORE ROTANTE**:



Man mano che il vettore ruota, il **SENO DELL'ANGOLO** φ assume tutti i valori compresi tra $-A$ e A. Questo valore è chiamato **AMPIEZZA** della sinusoide.

La velocità angolare con cui il vettore ruota è quella che nella sinusoide è indicata con la lettera greca ω (pronuncia omega) e si chiama **PULSAZIONE** ω.

Resta da chiarire il significato del termine φ, chiamato **FASE**. Immaginiamo che il vettore rotante sia fermo e cominci a ruotare all'istante di tempo $t = 0$ (in pratica è come se si facesse partire un cronometro). **LA FASE È L'ANGOLO CHE IL VETTORE FORMA CON L'ASSE DEI NUMERI REALI ALL'ISTANTE INIZIALE**. L'angolo varia durante il moto, ma quello di partenza continua ad avere lo stesso valore.

Poiché il vettore ruota, ad un certo punto ritornerà nella posizione di partenza per cui l'angolo assumerà di nuovo gli stessi valori. Il tempo che il vettore impiega a fare un giro completo è chiamato **PERIODO** e si indica con la lettera T.

La velocità di rotazione (velocità angolare) determina il numero di volte che, in un secondo, il vettore effettua un giro completo e riparte da capo.

Il numero di volte che il segmento effettua un giro completo in un secondo prende anche il nome di **FREQUENZA** e si indica con f. La sua unità di misura è $\left[\frac{1}{secondo}\right]$ e prende il nome di Hertz [Hz].

Dire che un segnale ha una frequenza di un kilohertz significa ad esempio che il segmento che ne descrive il comportamento nel tempo percorrerà la circonferenza completa 1000 volte al secondo e quindi il segnale sinusoidale si ripeterà 1000 volte in un secondo.
La frequenza è quindi l'inverso del periodo:

$$\boldsymbol{frequenza = \frac{1}{periodo}}$$

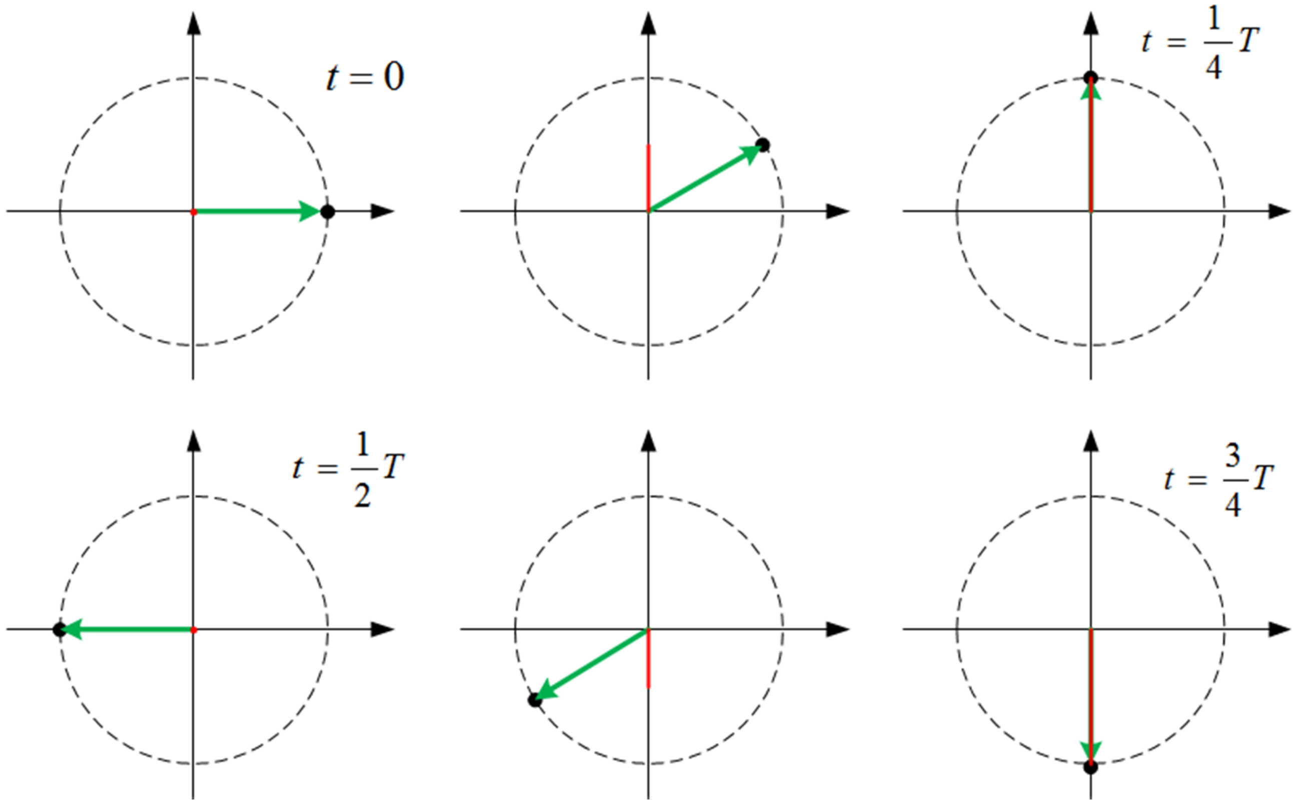
La velocità angolare deve essere espressa in radianti. Poiché un angolo giro è pari a 2π allora la velocità con cui il vettore percorre la circonferenza è data da:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{angolo\ giro}{periodo}$$

che è in pratica la formula del moto:

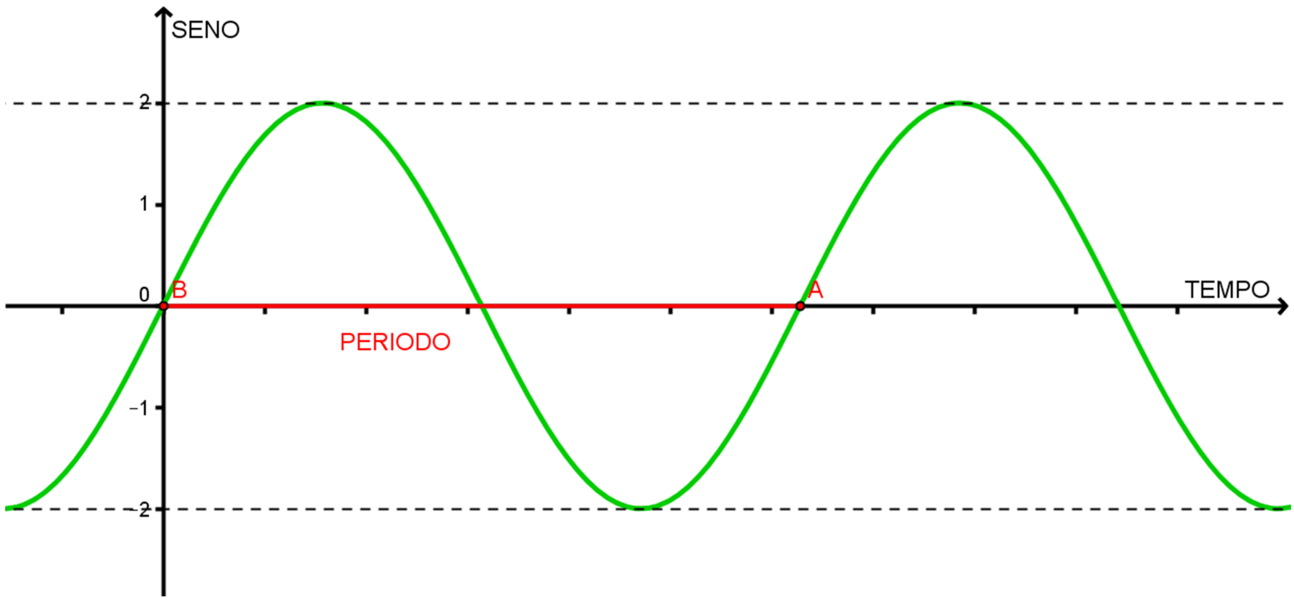
$$v = \frac{S}{t} = \frac{spazio}{tempo}$$

scritta per il moto circolare.
Il periodo è l'inverso della frequenza: **PIÙ IL PERIODO È PICCOLO E PIÙ LA FREQUENZA È ELEVATA**.
Ora osserviamo la figura seguente. All'istante $t = 0$ il vettore è allineato con l'asse x e quindi la sua proiezione sull'asse y (seno) è nulla.
Quando è passato un quarto del periodo e quindi il tempo è pari a $t = \frac{T}{4}$ il vettore si trova allineato all'asse y e il seno è lungo quanto il vettore stesso.
E così via man mano che passa il tempo:



Adesso diagrammiamo i valori assunti dal seno dell'angolo in funzione del tempo che passa.

Quello che otteniamo è il grafico seguente:



Questa curva è chiamata **SINUSOIDE**.

Riassumendo, un segnale sinusoidale è una grandezza che varia nel tempo con andamento sinusoidale ed è caratterizzata dai seguenti parametri:

- **PERIODO T**: in quanto tempo la grandezza torna al valore iniziale. Si misura in secondi.
- **FREQUENZA** f: è l'inverso del periodo:

$$f = \frac{1}{T}$$

Si misura in Herz.

- **PULSAZIONE** ω: è la velocità angolare con cui ruota il vettore associato alla sinusoide. Vale:

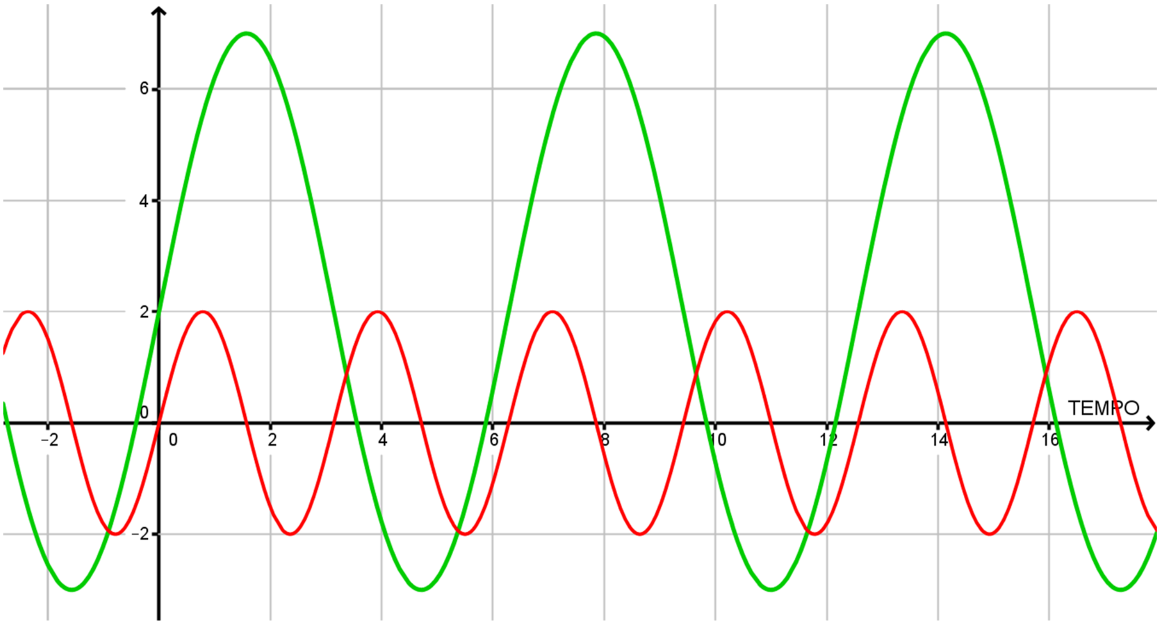
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Si misura in radianti/secondo.

- **VALORE MASSIMO, O AMPIEZZA, A**: è la lunghezza del vettore associato. La sua unità di misura dipende dalla grandezza in esame.
- **FASE** φ: è l'angolo iniziale formato dal vettore associato con l'asse delle x. Si misura in gradi (come per gli angoli).

6.1.3. *Esempi ed esercizi*

ESEMPIO 1: date le seguenti sinusoidi $u_1(t)$ e $u_2(t)$ trovare i valori massimo e minimo, il valore medio, il periodo, la frequenza e la pulsazione. Dire se la fase è positiva o negativa.



Cominciamo dalla sinusoide $u_1(t)$ nel grafico rappresentata in rosso:

Il valore massimo si ricava dall'osservazione del grafico e vale 2. Quello minimo -2. La sinusoide è quindi compresa fra -2 e 2:

$$-2 < u_1 < 2$$

Il valore medio si ricava dall'osservazione del grafico: in questo caso vale 0.

Il periodo si ricava dall'osservazione del grafico e vale circa 6 secondi.

La frequenza si ricava dalla formula che la lega al periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{6} = 0,167\ Hz$$

La pulsazione, o velocità angolare, si ricava dalla formula che la lega alla frequenza:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,167 = 1,05\ \frac{rad}{sec}$$

La fase è nulla:

$$\varphi = 0$$

Ora passiamo alla **sinusoide** $u_2(t)$, nel grafico rappresentata in verde.

Il valore massimo vale 7 mentre quello minimo vale -3. La sinusoide è quindi compresa fra -3 e 7:

$$-3 < u_2 < 7$$

Il valore medio si ricava dall'osservazione del grafico: in questo caso vale 2.

Il periodo si ricava anch'esso dall'osservazione del grafico e vale 3 secondi.

La frequenza si ricava dalla formula che la lega al periodo:

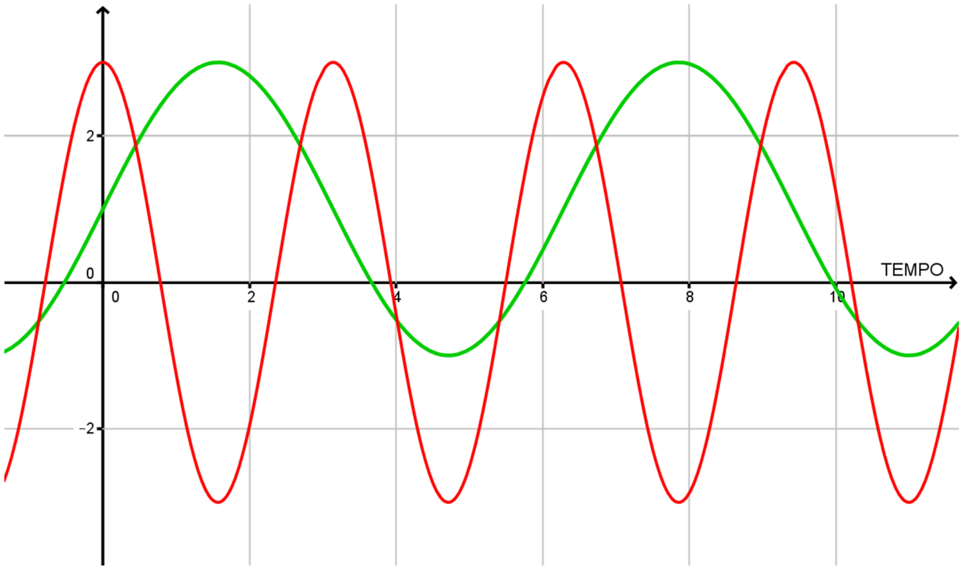
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3} = 0,34\ Hz$$

La pulsazione, o velocità angolare, si ricava dalla formula che la lega alla frequenza:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,34 = 2,13\ \frac{rad}{sec}$$

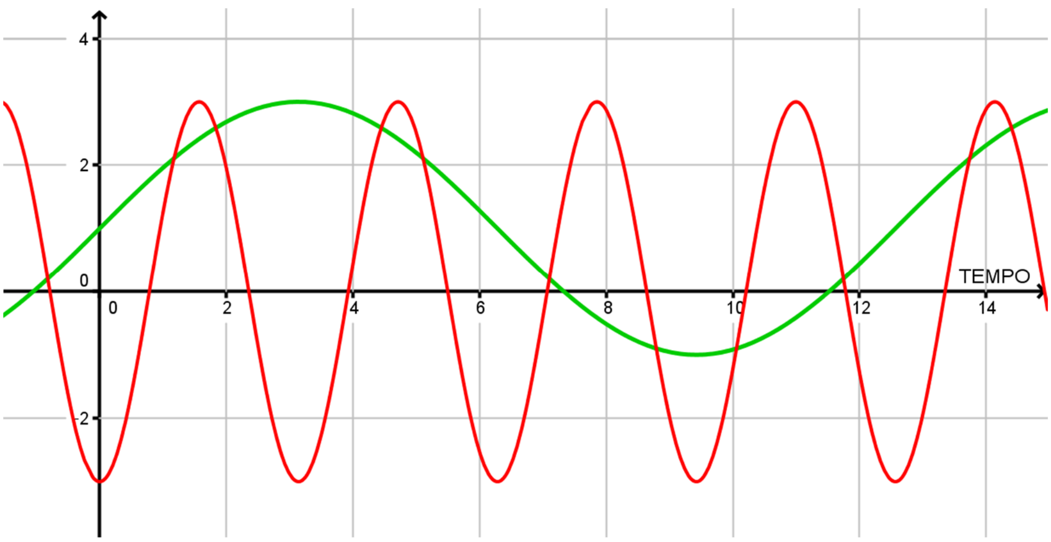
La fase è positiva: la sinusoide è in anticipo rispetto ad una sinusoide con fase nulla.

ESERCIZIO 1: date le seguenti sinusoidi, completare la tabella.



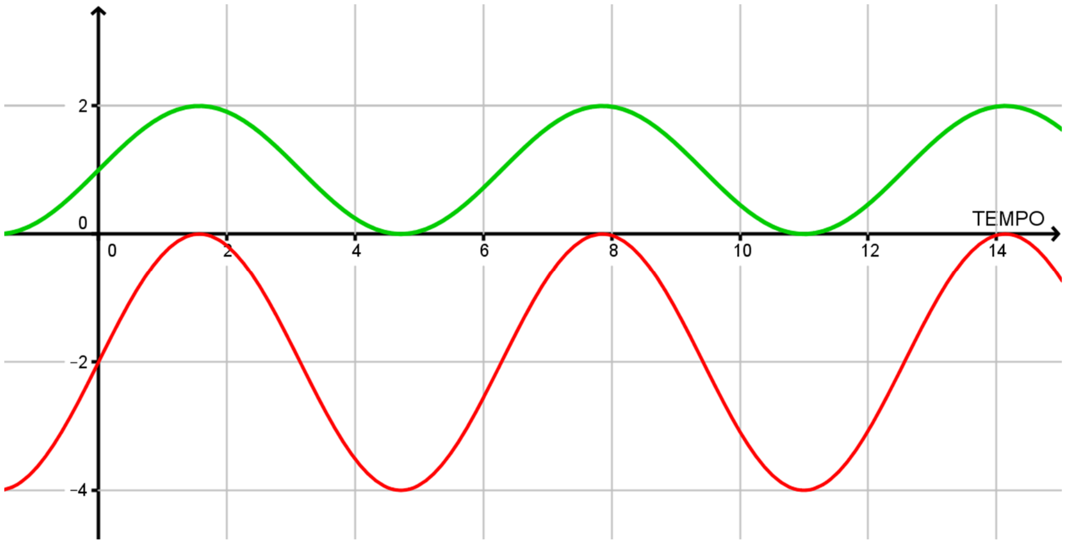
Sinusoide	Ampiezza	Valore medio	Periodo	Frequenza	Velocità angolare	fase
$u_1(t)$						
$u_2(t)$						

ESERCIZIO 2: date le seguenti sinusoidi, completare la tabella.



Sinusoide	Ampiezza	Valore medio	Periodo	Frequenza	Velocità angolare	fase
$u_1(t)$						
$u_2(t)$						

ESERCIZIO 3: date le seguenti sinusoidi, completare la tabella.



Sinusoide	Ampiezza	Valore medio	Periodo	Frequenza	Velocità angolare	fase
$u_1(t)$						
$u_2(t)$						

ESERCIZIO 4: rappresentare la seguente sinusoide

$$y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

6.2. L'espressione matematica di tensione e corrente

La corrente alternata è costituita da un segnale che si può descrivere matematicamente con una sinusoide:

$$i = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \cdot sin(\omega t + \varphi)$$

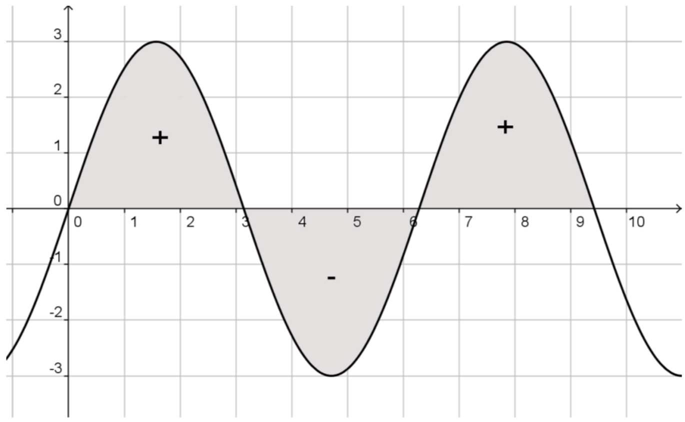
Ha quindi una sua frequenza, una sua fase e una sua ampiezza.

A sua volta la tensione può essere vista come un segnale sinusoidale:

$$v = \sqrt{2} \cdot V_{eff} \cdot sin(\omega t + \varphi)$$

Fortunatamente, non utilizzeremo queste espressioni per risolvere i circuiti; utilizzeremo un metodo molto più semplice, noto come metodo dei fasori associati, che studieremo nel prossimo capitolo.

Per ora concentriamoci sul grafico della sinusoide. Se osserviamo il grafico della corrente elettrica ci accorgiamo che metà della curva si trova nel semipiano positivo, mentre l'altra metà si trova nel semipiano negativo.



Il cambio di segno corrisponde ad un cambio di polarità, un'inversione di direzione. La corrente, cioè, cambia segno dopo un certo tempo.

Il parametro comunemente usato per capire ogni quanto tempo c'è un cambio di polarizzazione è la frequenza.

La corrente elettrica che viene distribuita in Italia ha una frequenza di 50 Hz. Questo vuol dire che la pulsazione ω, che rappresenta uno dei parametri delle sinusoidi, vale:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \frac{rad}{s}$$

Un altro parametro che caratterizza un segnale sinusoidale è il valore efficace. Anche il valore efficace, come la frequenza, non compare direttamente nell'espressione della sinusoide. Il valore efficace si ricava dal valore massimo:

$$V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Il valore efficace della tensione è uno dei parametri più noti della corrente elettrica. La corrente distribuita nelle case italiane, ad esempio, ha un valore efficace di 220 V.

Per quanto riguarda la fase, la corrente comunemente impiegata si divide in:

- **CORRENTE MONOFASE**, in cui c'è un solo segnale elettrico.
- **CORRENTE TRIFASE**, in cui ci sono tre segnali elettrici che viaggiano contemporaneamente, ciascuno sfasato rispetto agli altri di 120° in modo che la somma delle loro fasi sia 360°. La corrente che arriva nelle case è corrente trifase.

In questo corso studieremo solo la corrente alternata monofase, ma è utile sapere che a bordo dei velivoli esiste anche la corrente trifase.

6.3. Reattanze e impedenze

Abbiamo visto che in un circuito in corrente alternata si trovano resistenze, induttori e condensatori e li abbiamo studiati separatamente. In realtà gli induttori e i condensatori non possono mai essere slegati dalla resistenza in quanto sono costituiti da metallo, il quale possiede una propria resistenza.

Ogni condensatore dovrebbe quindi essere visto come un condensatore più una resistenza:

$$C + R$$

A sua volta ogni induttore dovrebbe essere visto come un induttore più una resistenza:

$$L + R$$

Queste due grandezze prendono il nome di **REATTANZE**. In particolare:

$$C + R = X_C \qquad Reattanza\ \ capacitiva$$

$$L + R = X_L \qquad Reattanza\ \ induttiva$$

Si potrebbe pensare anche ad una reattanza resistiva X_R che però coincide con la resistenza.

Le reattanze hanno ognuna una loro espressione:

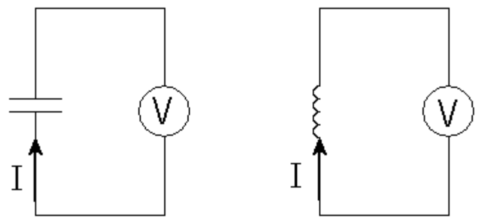
$$\boldsymbol{X_C = \frac{1}{\omega C}} \qquad Reattanza\ \ capacitiva$$

$$\boldsymbol{X_L = \omega L} \qquad Reattanza\ \ induttiva$$

Questi valori sono molto importanti perché ci permettono di risolvere i circuiti in corrente alternata come se fossero circuiti in corrente continua. Senza le reattanze sarebbe necessario risolvere i circuiti tramite l'espressione sinusoidale della tensione e della corrente che abbiamo visto all'inizio di questo capitolo.

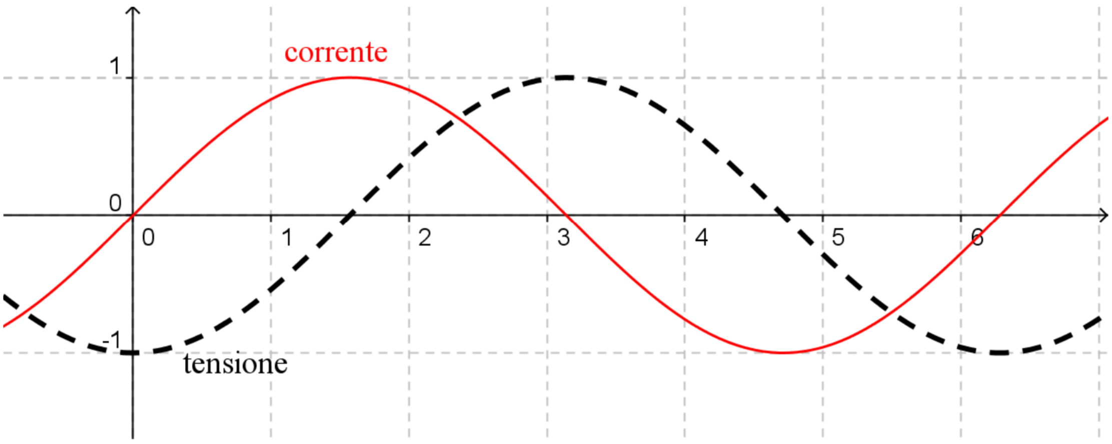
Vediamo ora come ci possono essere utili le reattanze.

Immaginiamo di far scorrere della corrente in ognuno dei tre bipoli che abbiamo analizzato e di misurare la tensione ai loro capi visualizzandola con un oscilloscopio, cioè con un apparecchiatura che mostra su un monitor il segnale sinusoidale corrispondente alla tensione e alla corrente.



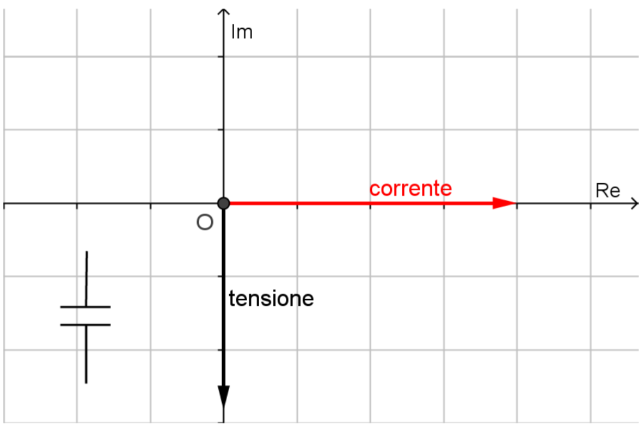
Osserviamo i risultati nei tre casi.

CASO 1: CONDENSATORE



La tensione è sfasata di – 90° rispetto alla corrente.

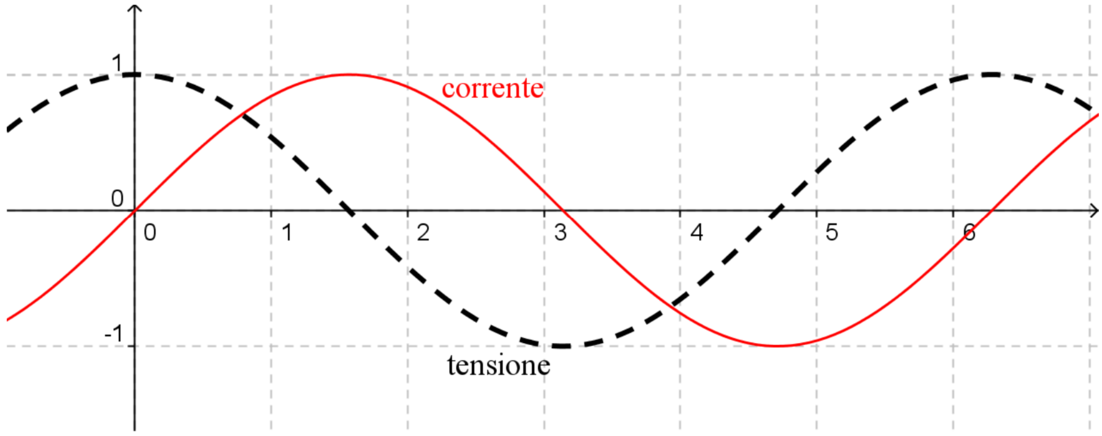
Ricordando che le sinusoidi nascono da un vettore rotante, si possono rappresentare sul piano di Gauss la tensione e la corrente.



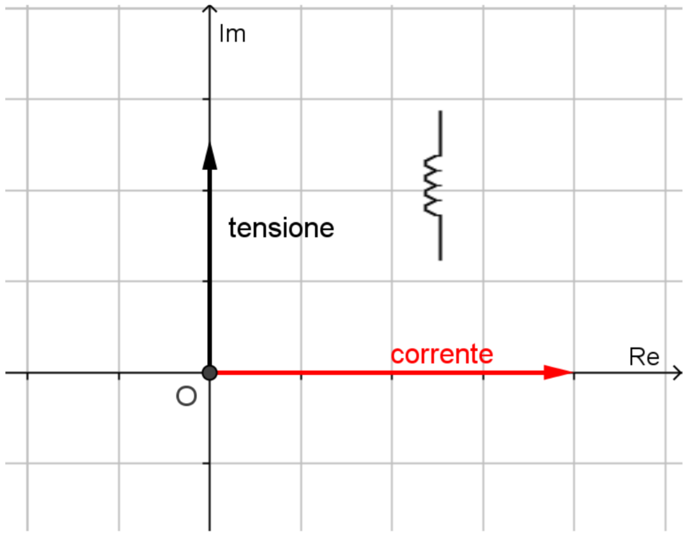
La lunghezza dei vettori indica il valore efficace della tensione e della corrente. Il loro rapporto corrisponde alla reattanza capacitiva:

$$X_C = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

CASO 2: INDUTTORE



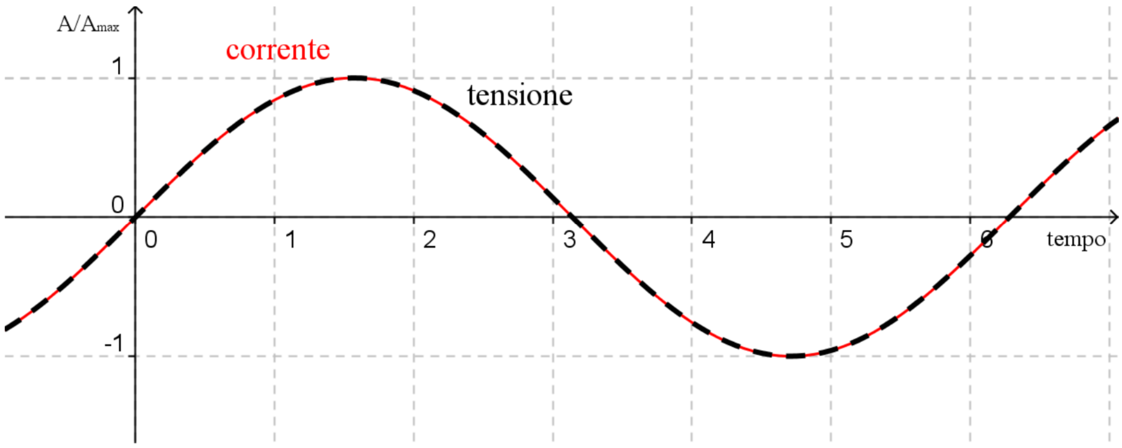
La tensione è sfasata di + 90° rispetto alla corrente.



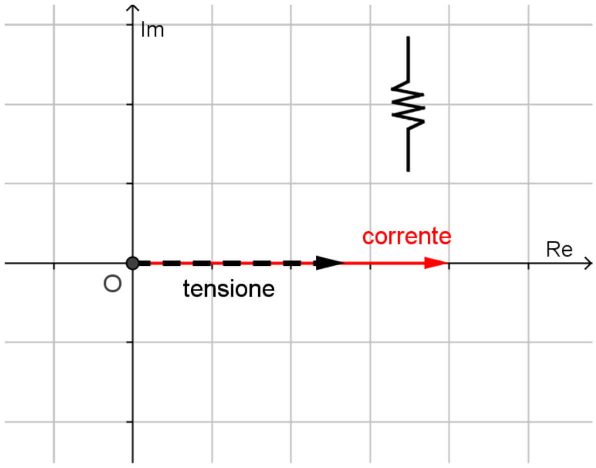
La lunghezza dei vettori indica il valore efficace della tensione e della corrente. Il loro rapporto corrisponde alla reattanza induttiva:

$$X_L = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

CASO 3: RESISTENZA



La tensione è in fase con la corrente.



La lunghezza dei vettori indica il valore efficace della tensione e della corrente. Il loro rapporto corrisponde alla resistenza:

$$R = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

Osserviamo ora le tre formule che abbiamo appena visto:

$$Condensatore \qquad X_C = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

$$Induttore \qquad X_L = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

$$Resistenza \qquad R = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

Le tre formule sono molto simili. Se consideriamo le reattanze come delle resistenze, possiamo notare che le tre formule sono in pratica la legge di Ohm:

$$R = \frac{V}{I}$$

Manca però qualche cosa. Non abbiamo ancora considerato lo sfasamento, cioè il fatto che la tensione del condensatore giace sul semiasse negativo dei numeri immaginari, mentre la tensione dell'induttore giace sul semiasse positivo.

Ricordando la scrittura algebrica dei numeri complessi, possiamo dire:

$$Condensatore \qquad -jX_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

$$Induttore \qquad jX_L = j\omega L$$

$$Resistenza \qquad X_R = R$$

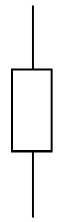
Le quantità che abbiamo appena scritto si chiamano **IMPEDENZE** e si indicano con il simbolo Z:

$$Impedenza\ del\ condensatore \qquad Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

$$Impedenza\ dell'induttore \qquad Z_L = j\omega L$$

$$Impedenza\ della\ resistenza \qquad Z_R = R$$

In un circuito si rappresentano con il simbolo seguente:



Ogni bipolo in corrente alternata può essere trasformato in un impedenza. Una volta che il circuito contiene solo impedenze si può procedere risolvendolo come se fosse un circuito in corrente continua.
Questo metodo è noto come metodo dei fasori associati in quanto ad ogni bipolo è associato un fasore (un vettore dotato di fase) che si rappresenta come un numero complesso.
Nel prossimo capitolo impareremo a risolvere circuiti i corrente alternata con il metodo dei fasori associati.

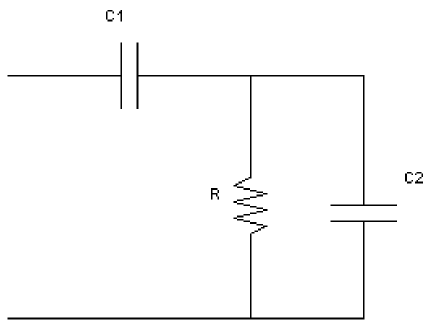
7. I CIRCUITI ELETTRICI IN CORRENTE ALTERNATA

In questo capitolo vedremo come risolvere semplici circuiti in corrente alternata con il metodo dei fasori associati e come si comportano induttori e condensatori al variare della frequenza della corrente. Sarà così più facile capire perché, in corrente continua, un condensatore equivale ad un circuito aperto e un induttore equivale ad un cortocircuito.

7.1. Il metodo dei fasori associati

La risoluzione dei circuiti elettrici in corrente alternata non presenta problemi una volta che il circuito è stato trasformato in un circuito di impedenze.

CIRCUITO 1: dato il circuito seguente calcolare l'impedenza equivalente e rappresentare tutte le impedenze.



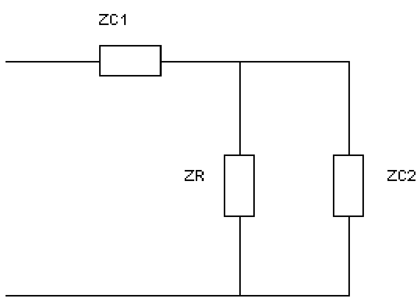
R = 10 Ω

C1 = 0,47 mF

C2 = 0,6 mF

ω = 314 rad/s

1 . Si trasforma il circuito dato in un circuito di impedenze.



ZR = 10

$$Z_{C1} = -\frac{j}{\omega C_1} = -\frac{j}{314 * 0{,}00047} = -j6{,}77$$

$$Z_{C2} = -\frac{j}{\omega C_2} = -\frac{j}{314 * 0{,}0006} = -j5{,}31$$

2. A questo punto il circuito si risolve come se fosse un circuito di resistenze. Invece di utilizzare R utilizzeremo Z.

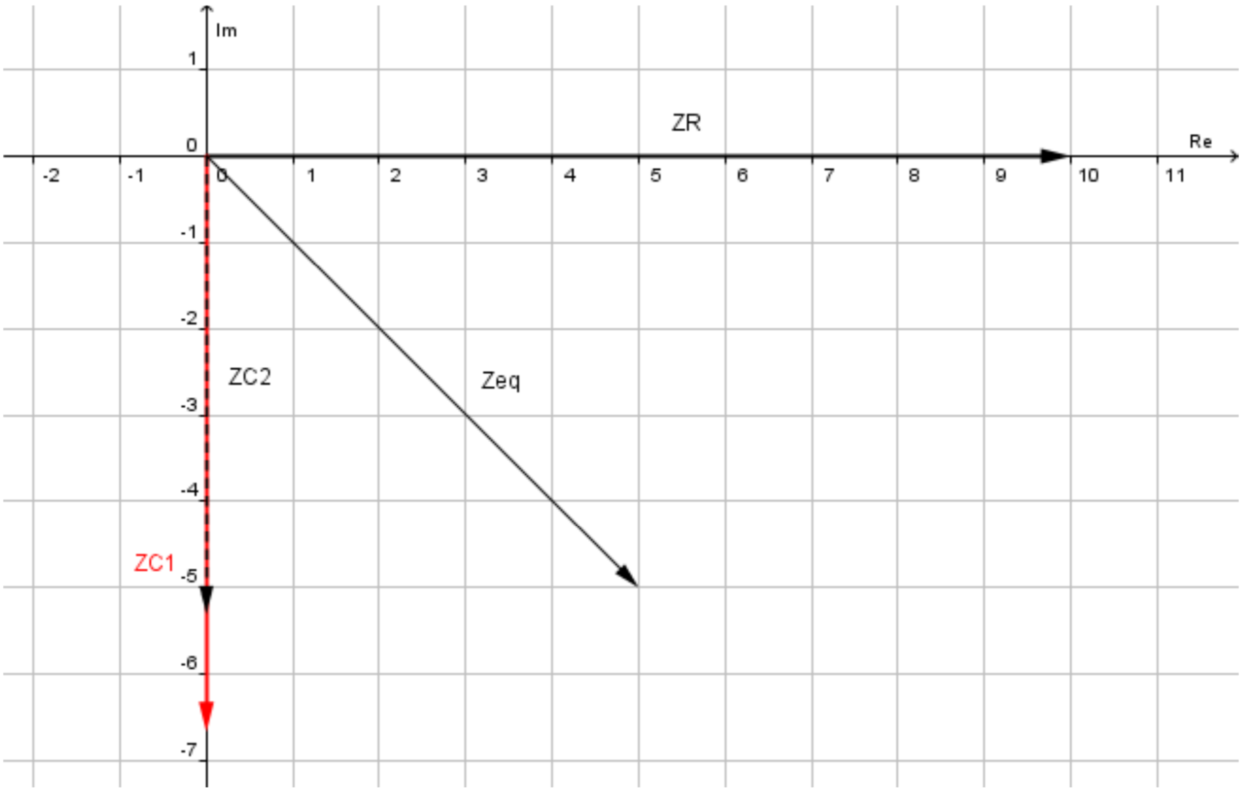
Parallelo tra le impedenze Z_R e Z_{C2}:

$$Z_A = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_{C2}}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{-j5{,}31}} = 2{,}2 - j4{,}1$$

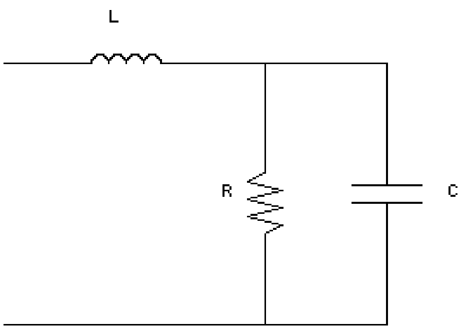
Serie tra le impedenze Z_A e Z_{C1}:

$$Z_{EQ} = Z_A + Z_{C1} = 2{,}2 - j4{,}1 + (-j6{,}77) = 2{,}2 - 10{,}87j$$

3. Ora rappresentiamo le impedenze sul piano di Gauss.



CIRCUITO 2: dato il circuito seguente calcolare l'impedenza equivalente e rappresentare tutte le impedenze sul piano complesso.



R = 20 Ω

L = 10 mH

C = 0,3 mF

ω = 314 rad/s

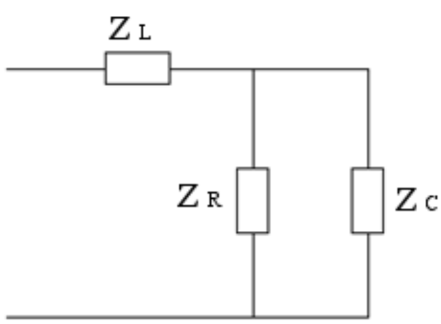
Si trasforma il circuito in un circuito di impedenze.

$Z_R = 20$

$$Z_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{314*0{,}0003} = -j10{,}6$$

$$Z_L = j\omega L = j314*0{,}01 = j3{,}14$$

A questo punto il circuito si risolve come se fosse un circuito di resistenze. Invece di utilizzare R utilizzeremo Z.



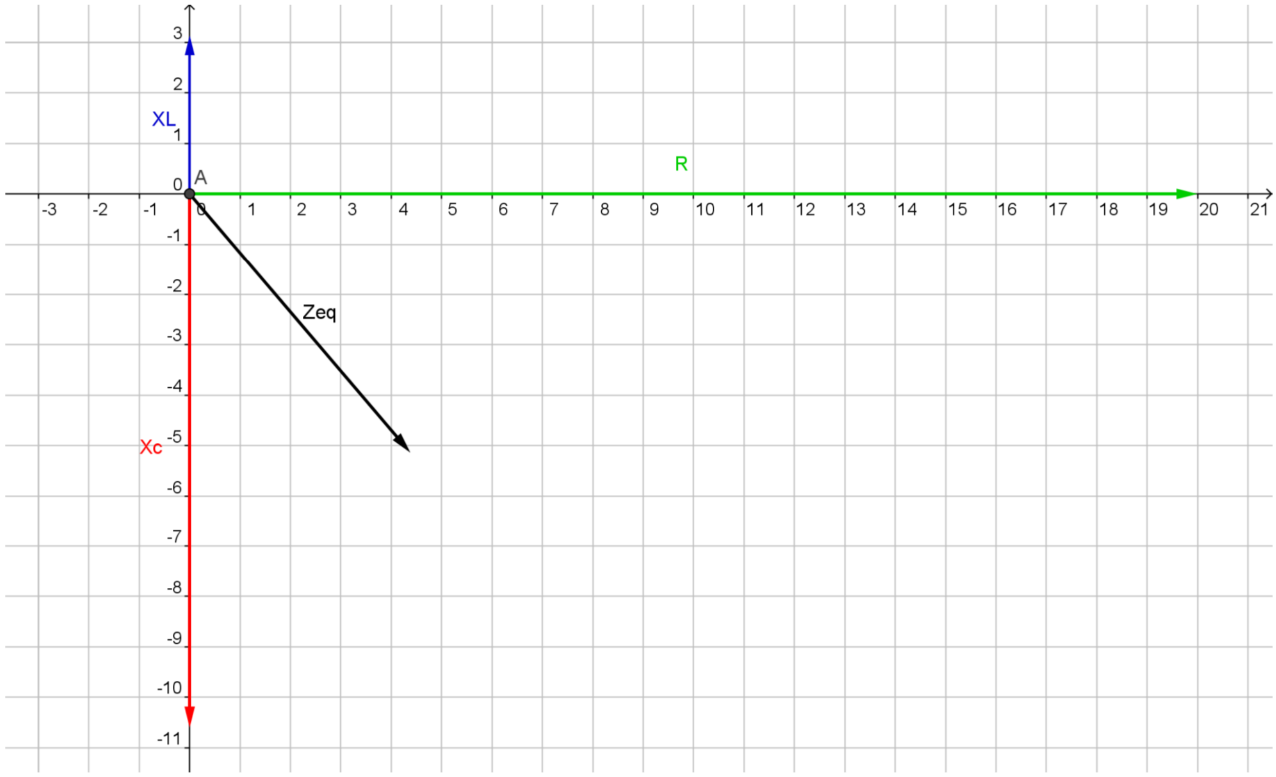
Parallelo tra Z_R e Z_C:

$$Z_A = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{1}{\frac{1}{20} - \frac{1}{j10{,}6}} = 4{,}38 - j8{,}28$$

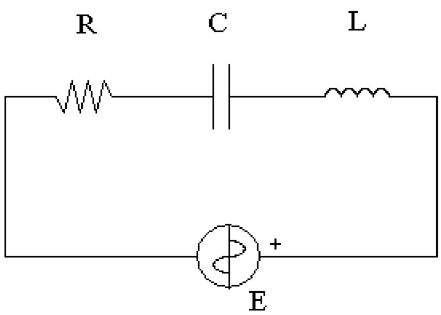
Serie tra Z_A e Z_L:

$$Z_{eq} = Z_A + Z_L = 4{,}38 - j8{,}28 + j3{,}14 = 4{,}38 - j5{,}14$$

Rappresentazione delle impedenze sul piano di Gauss:



CIRCUITO 3: calcolare la corrente che scorre nel circuito e il valore delle tensioni ai capi dei tre utilizzatori. Rappresentare poi sul piano di Gauss le tre impedenze, la tensione e la corrente

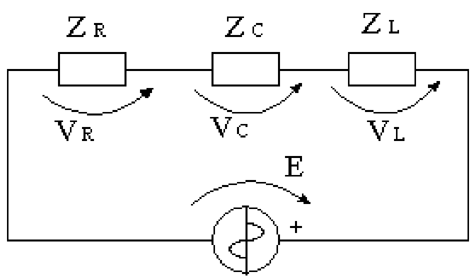


$R = 10\ \Omega$

$L = 0{,}02\ H$

$C = 0{,}4\ mF$

$E = 40\ V$



Si trasforma il circuito in un circuito di impedenze.

$Z_R = 10$

$$Z_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{314 * 0{,}0004} = -j7{,}96$$

$Z_L = j\omega L = j314*0{,}02 = j6{,}28$

Si calcolano le tensioni sulle impedenze con il partitore di tensione:

$$V_R = E\frac{Z_R}{Z_R + Z_C + Z_L} = 40\frac{10}{10 - j7{,}96 + j6{,}28} = 39 + j6{,}5\,V$$

$$V_C = E\frac{Z_C}{Z_R + Z_C + Z_L} = 40\frac{-j7{,}96}{10 - j7{,}96 + j6{,}28} = 5{,}2 - j31\,V$$

$$V_L = E\frac{Z_L}{Z_R + Z_C + Z_L} = 40\frac{j6{,}28}{10 - j7{,}96 + j6{,}28} = -4 + j24\,V$$

Si calcola la corrente con la legge di Ohm. E' possibile utilizzare uno qualsiasi dei bipoli: il risultato non cambia.

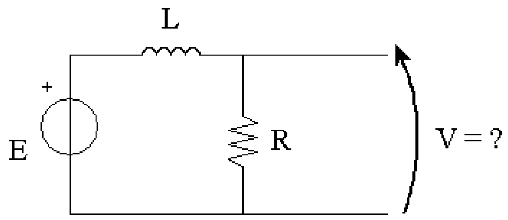
$$V_R = R \cdot I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V_R}{R} = \frac{39 + j6{,}5}{10} = 3{,}9 + j0{,}6\ I$$

$$V_C = Z_C \cdot I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V_C}{Z_C} = \frac{5{,}2 - j31}{-j7{,}96} = 3{,}9 + j0{,}6\ I$$

$$V_L = Z_L \cdot I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V_L}{Z_L} = \frac{-4 + j24}{j6{,}28} = 3{,}9 + j0{,}6\,I$$

7.2. Esercizi

ESERCIZIO 1: trovare la tensione V che si misura ai capi del seguente circuito sapendo che:



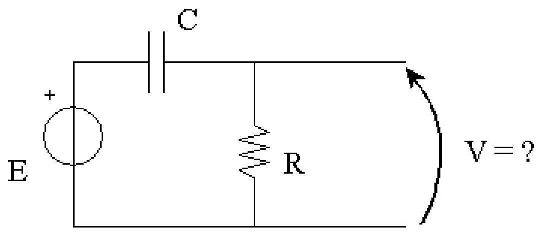
L = 0,03 H

R = 20 Ω

E = 100 V

ω = 314 rad/s

ESERCIZIO 2: trovare la tensione V che si misura ai capi del seguente circuito sapendo che:



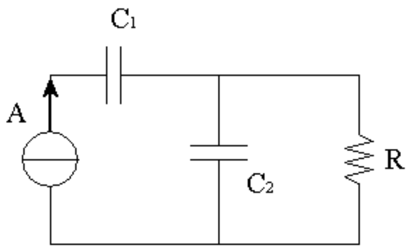
C = 0,0003 F

R = 10 Ω

E = 60 V

ω = 314 rad/s

ESERCIZIO 3: trovare la corrente che scorre nella resistenza R sapendo che:



C1 = 0,0003 F

C2 = 0,0005 F

R = 20 Ω

E = 80 V

f = 50 Hz

ESERCIZIO 4: Una resistenza di 10 Ω si trova in parallelo ad un condensatore di capacità 3 mF. Se vengono alimentati da una corrente alternata a 60 Hz e valore efficace 110 V in parallelo, quanta corrente scorrente nel condensatore?

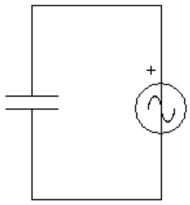
7.3. *Condensatori e induttori al variare della frequenza*

La frequenza di un segnale elettrico non è sempre uguale. In Italia, ad esempio, la frequenza della corrente che viene distribuita nelle case è di 50 Hz, mentre negli Stati Uniti è di 60 Hz.

Lo scopo di questo paragrafo è studiare cosa succede ad un condensatore e ad un induttore per diversi valori della frequenza. L'importanza di questo parametro sarà nota più avanti, quando studieremo le antenne.

7.3.1. *Condensatori e frequenza*

Consideriamo un semplice circuito costituito da un condensatore di capacità C = 0,4 mF alimentato da un generatore di tensione in grado di erogare una tensione di 100 V.



Ora immaginiamo di cambiare la frequenza della tensione di alimentazione, mantenendo costante il valore efficace, cioè considerando che la tensione sia sempre E = 100 V.

Prendiamo in considerazione i seguenti valori di frequenza:

$$f_1 = 10\ Hz$$
$$f_2 = 20\ Hz$$
$$f_3 = 30\ Hz$$
$$f_4 = 40\ Hz$$
$$f_5 = 50\ Hz$$
$$f_6 = 60\ Hz$$
$$f_7 = 70\ Hz$$

Per ognuno di questi valori calcoliamo la pulsazione che ci servirà per trovare l'impedenza del condensatore:

$$\omega = 2\pi f$$

Frequenza f [Hz]	Pulsazione ω
10	62,8
20	125,6
30	188,4
40	251,2
50	314

60	376,8
70	439,6

Ora calcoliamo l'impedenza del condensatore per ognuno dei valori di pulsazione trovati:

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

Frequenza f [Hz]	Pulsazione ω	Impedenza Zc
10	62,8	$-j39{,}81$
20	125,6	$-j19{,}90$
30	188,4	$-j13{,}27$
40	251,2	$-j9{,}95$
50	314	$-j7{,}96$
60	376,8	$-j6{,}63$
70	439,6	$-j5{,}69$

Ora calcoliamo la corrente che attraversa il condensatore utilizzando al legge di Ohm:

$$I = \frac{E}{Z_C}$$

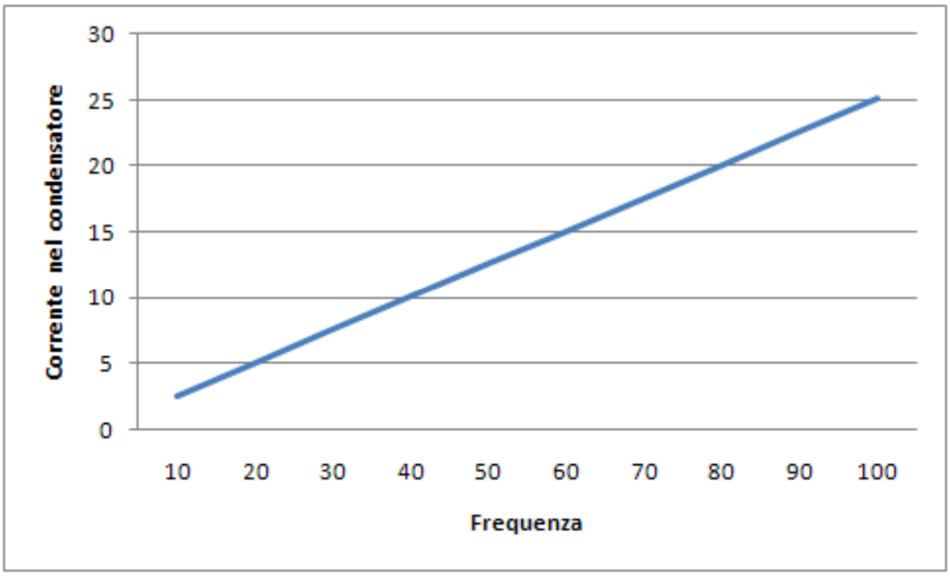
Frequenza f [Hz]	Pulsazione ω	Impedenza Zc	Corrente I [A]
10	62,8	$-j39{,}81$	$j2{,}512$
20	125,6	$-j19{,}90$	$j5{,}024$
30	188,4	$-j13{,}27$	$j7{,}536$
40	251,2	$-j9{,}95$	$j10{,}048$
50	314	$-j7{,}96$	$j12{,}56$
60	376,8	$-j6{,}63$	$j15{,}072$
70	439,6	$-j5{,}69$	$j17{,}584$

A questo punto possiamo fare delle osservazioni su quello che abbiamo ottenuto.

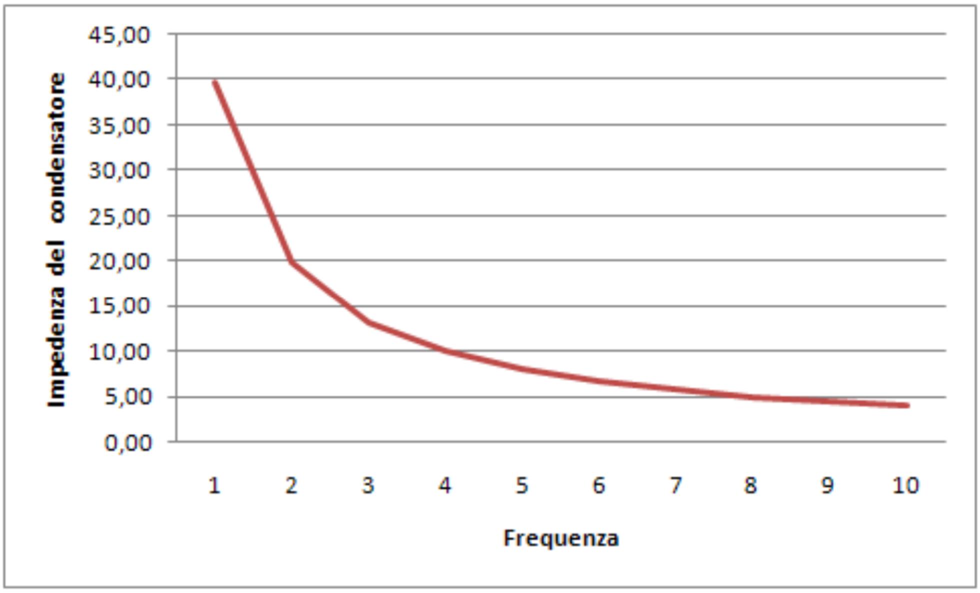
Passando dalla corrente continua (frequenza 0) alla corrente alternata a frequenza sempre più alta, si nota che l'impedenza del condensatore diminuisce. L'impedenza, come dice la parola stessa, da una misura della difficoltà (impedimento) della corrente a scorrere in un conduttore.

Infatti, se si osserva l'ultima colonna, si nota che la corrente che scorre nel condensatore aumenta sempre di più. Questo significa che per valori molto bassi di frequenza (corrente praticamente continua) non scorre corrente. Avevamo visto, infatti, che il condensatore in corrente continua si comporta come un circuito aperto e quindi non fa passare la corrente.

Tutto questo ragionamento può essere riassunto dal grafico della pagina seguente che mostra la corrente che scorre nel condensatore in funzione della frequenza.

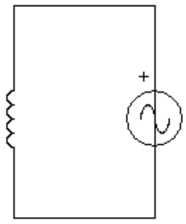


Al contrario, se diagrammando l'impedenza del condensatore in funzione della frequenza, il grafico mostra una diminuzione all'aumentare della frequenza:



7.3.2. *Induttori e frequenza*

Consideriamo un semplice circuito costituito da un induttore di induttanza L = 0,1 H alimentato da un generatore di tensione in grado di erogare una tensione di 220 V.



Ora immaginiamo di cambiare la frequenza della tensione di alimentazione, mantenendo costante il valore efficace, cioè considerando che la tensione sia sempre E = 220 V.

Prendiamo in considerazione i seguenti valori di frequenza:

$$f_1 = 10\ Hz$$

$$f_2 = 20\ Hz$$

$$f_3 = 30\ Hz$$

$$f_4 = 40\ Hz$$

$$f_5 = 50\ Hz$$

$$f_6 = 60\ Hz$$

$$f_7 = 70\ Hz$$

Per ognuno di questi valori calcoliamo la pulsazione che ci servirà per trovare l'impedenza dell'induttore:

$$\omega = 2\pi f$$

Frequenza f [Hz]	Pulsazione ω
10	62,8
20	125,6
30	188,4
40	251,2
50	314
60	376,8
70	439,6

Ora calcoliamo l'impedenza del condensatore per ognuno dei valori di pulsazione trovati:

$$Z_L = j\omega L$$

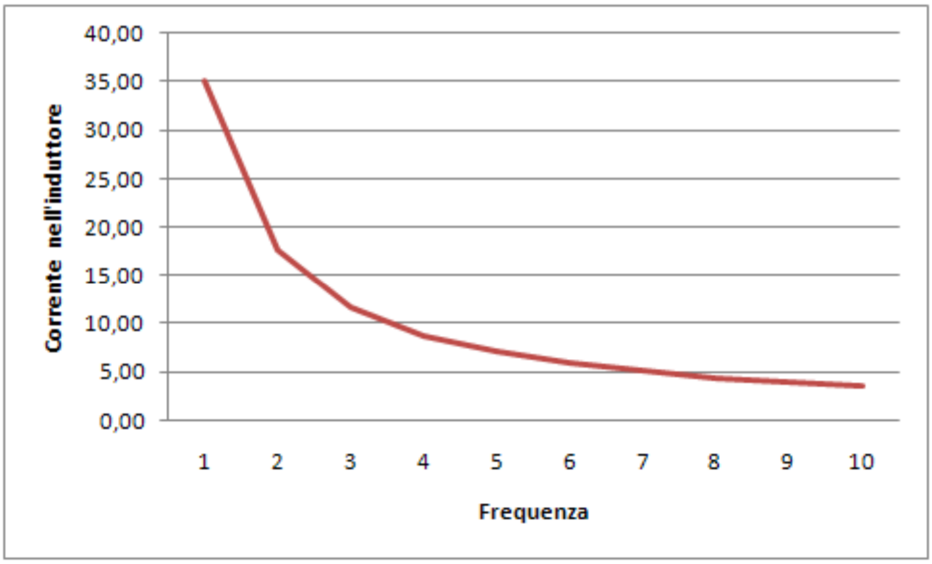
Frequenza f [Hz]	Pulsazione ω	Impedenza ZL
10	62,8	$j6{,}28$
20	125,6	$j12{,}56$
30	188,4	$j18{,}84$
40	251,2	$j25{,}12$
50	314	31,40
60	376,8	$j37{,}68$
70	439,6	$j43{,}96$

Ora calcoliamo la corrente che attraversa il condensatore utilizzando al legge di Ohm:

$$I = \frac{E}{Z_L}$$

Frequenza f [Hz]	Pulsazione ω	Impedenza ZL	Corrente I [A]
10	62,8	$j6{,}28$	$-j35{,}03$
20	125,6	$j12{,}56$	$-j17{,}52$
30	188,4	$j18{,}84$	$-j11{,}68$
40	251,2	$j25{,}12$	$-j8{,}76$
50	314	31,40	$-j7{,}01$
60	376,8	$j37{,}68$	$-j5{,}84$
70	439,6	$j43{,}96$	$-j5{,}00$

Osserviamo ora il grafico seguente:



Per valori molto bassi di frequenza (corrente quasi continua), la corrente che scorre nell'induttore è elevatissima. Quando la frequenza è nulla la corrente nell'induttore diventi infinita e quindi l'induttore si comporta come un cortocircuito.

Quando la frequenza aumenta, invece, la corrente diminuisce.

Riassumendo:

- Un condensatore facilita il passaggio della corrente alternata e blocca la corrente continua.
- Un induttore facilita il passaggio della corrente continua e blocca la corrente alternata.

8. FILTRI E RISONATORI

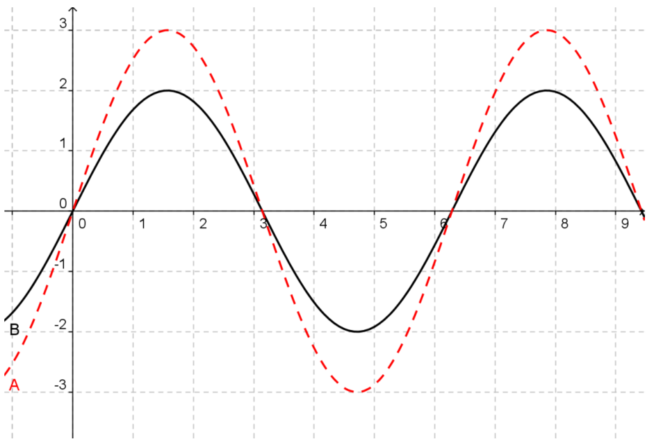
Abbiamo visto che molti segnali si possono rappresentare con un'espressione matematica sinusoidale. In natura però è difficile trovare un segnale che sia composto da una sola sinusoide. In genere ci troviamo di fronte a segnali che sono la somma di più sinusoidi, come se il segnale fosse in realtà la somma di tanti diversi segnali.

8.1. L'interferenza

Per capire bene cosa succede quando si sommano delle sinusoidi, consideriamo due segnali sinusoidali con la stessa frequenza, il segnale A e il segnale B:

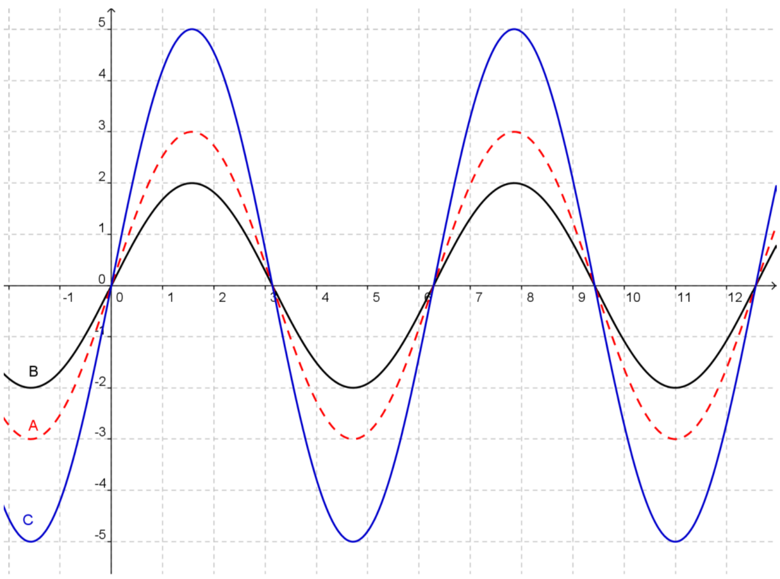
$$A = 2 \cdot sin(t)$$

$$B = 3 \cdot sin(t)$$



Se sommiamo i due segnali otteniamo un altro segnale sinusoidale:

$$C = A + B = 2sin(t) + 3sin(t) = 5sin(t)$$

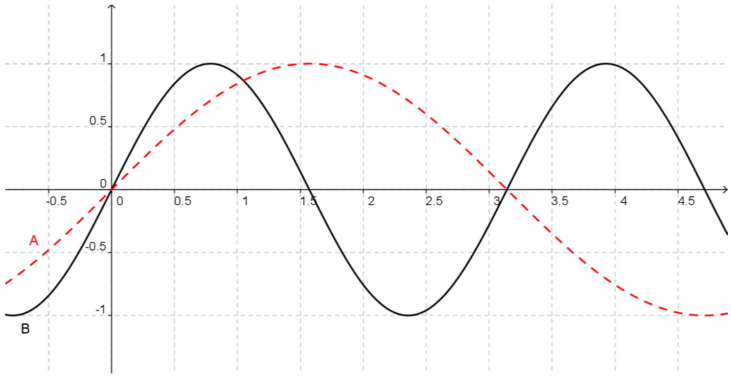


Se i due segnali hanno la stessa frequenza, il segnale risultante manterrà la forma dei due iniziali.

Le cose cambiano se i due segnali iniziali hanno frequenza diversa. Osserviamo il diagramma dei due segnali seguenti:

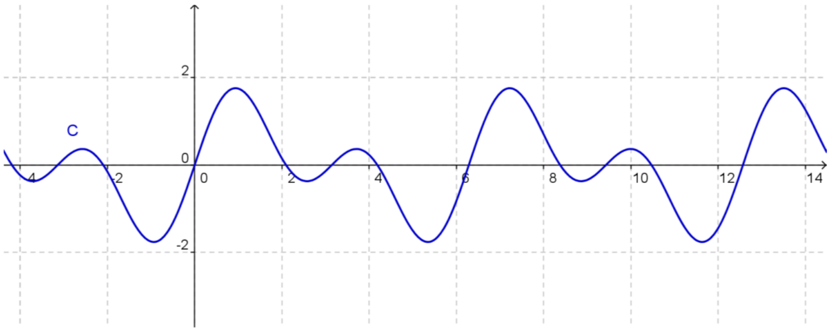
$$A = sin(t)$$

$$B = sin(2t)$$



Ora diagrammiamo la loro somma:

$$C = A + B = sin(t) + sin(2t)$$

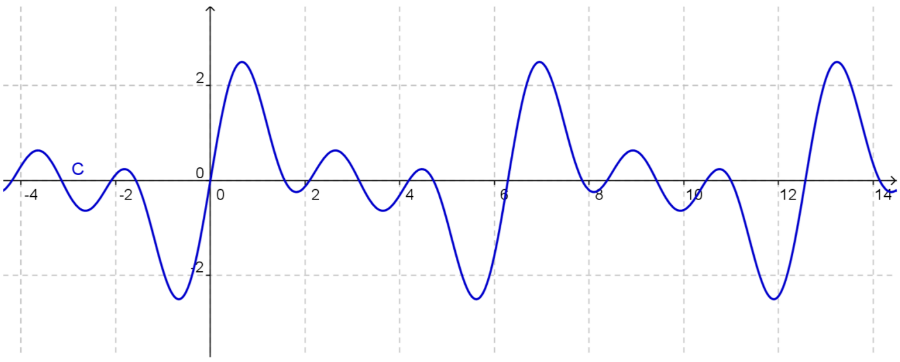


Il segnale rimane periodico, ma la forma è cambiata. E' diventata più complessa.

Se aumentiamo il numero di segnali, ad esempio:

$$C = sin(t) + sin(2t) + sin(3t)$$

La forma del segnale si complica:



Il fenomeno che si verifica quando due o più segnali si sommano è noto come interferenza.

Uno dei campi in cui l'interferenza assume un ruolo rilevante è il campo dell'acustica, i cui fenomeni possono essere descritti anch'essi da sinusoidi.

Quando ascoltiamo un brano musicale riprodotto da un computer, il suono che sentiamo non è esattamente quello emesso dallo strumento, ma è la somma del suono dello strumento, del rumore di fondo quando il brano è stato registrato, del rumore proveniente dall'ambiente che ci circonda, ecc...

Un segnale (ad esempio un segnale acustico) è quindi costituito da diverse frequenze che si sommano tra loro dando luogo al segnale finale.

8.2. I filtri

Sapendo che all'interno di un segnale si nascondono diverse frequenze, esiste un modo per separarle, per bloccarne alcune indesiderate? La risposta, ovviamente, è si.

I dispositivi in grado di lasciar passare alcune frequenze e bloccarne altre sono noti con il nome di filtri. Per capire cosa fa un filtro, è utile immaginare un setaccio: i pezzi che sono più grandi dei fori della rete vengono fermati mentre quelli più piccoli sono liberi di attraversare il setaccio e proseguire.

Un altro esempio di filtro è costituito dal dispositivo che separa i metalli dal vetro nelle discariche: un potente magnete attrae a se i pezzi di metalli, separandoli dal resto dei rifiuti e agendo come un filtro.

Filtri di questo tipo si chiamano filtri meccanici, perché sono in grado di trattenere dei corpi fisici.

I filtri che si usano per bloccare le frequenze sono invece filtri elettronici.

I filtri, meccanici o elettronici, si dividono in due categorie:

- passivi: come il setaccio
- attivi: come il magnete

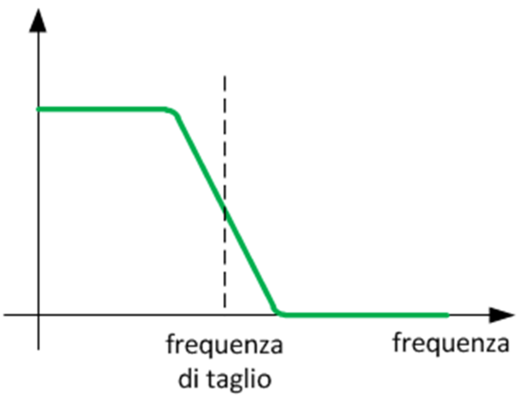
Anche i filtri elettronici si dividono in attivi e passivi, ma la differenza sta nel tipo di tecnologia impiegata. I filtri passivi sono costruiti utilizzando i componenti dell'elettrotecnica che abbiamo visto fin'ora. I filtri attivi utilizzano componenti elettronici come gli amplificatori operazionali che non studieremo in questo corso.

Ignoreremo quindi i filtri attivi e ci concentreremo sui filtri passivi.

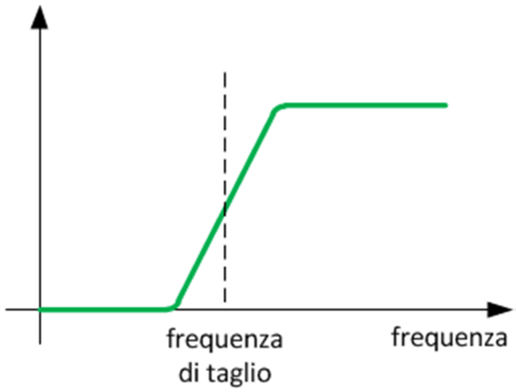
La caratteristica principiale di un filtro è il valore della frequenza che fa da discriminante tra ciò che passa e ciò che non passa. Questa frequenza è detta **FREQUENZA DI TAGLIO**.

I filtri si classificano in:

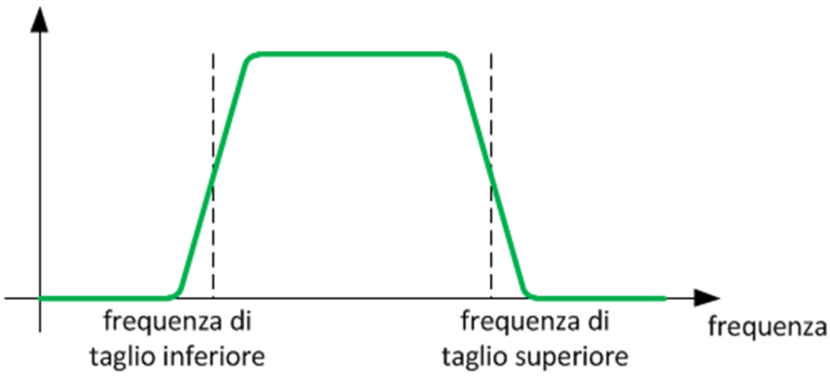
FILTRI PASSA BASSO: lasciano passare le frequenze più basse della frequenza di taglio.



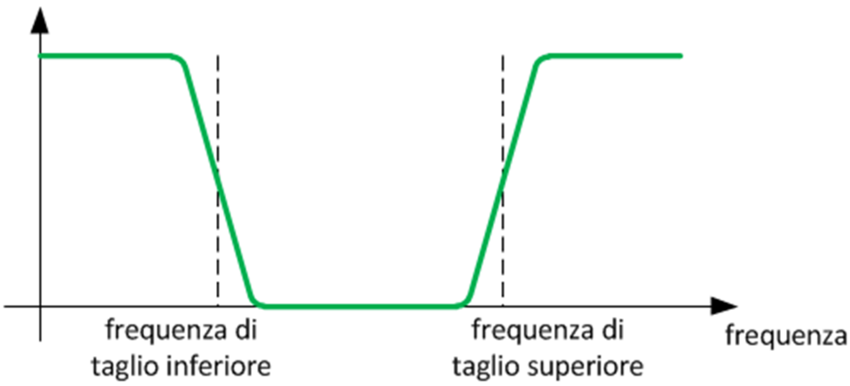
FILTRI PASSA ALTO: lasciano passare le frequenze più alte della frequenza di taglio.



FILTRI PASSA BANDA: hanno due frequenze di taglio e lasciano passare quelle comprese.



Filtri elimina banda: hanno de frequenze di taglio e lasciano passare quelle escluse. In pratica è come se eliminassero le frequenze comprese tra le due di taglio.



Nel caso dei filtri passa banda ed elimina banda le due frequenze di taglio si chiamano frequenza di taglio superiore e frequenza di taglio inferiore.
In questo corso ci limiteremo allo studio dei filtri passa alto e passa basso.

8.2.1. *Filtro passa basso*

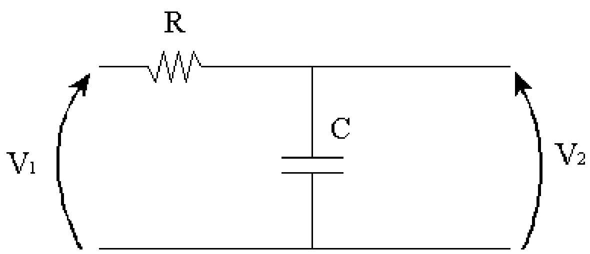
Vediamo ora come si costruisce un filtro passa basso. Ci sono due modi per costruire un filtro passivo in grado di filtrare le frequenze alte e far passare solo le basse:

- Filtro con resistenza e condensatore

- Filtro con resistenza e induttore

<u>FILTRO PASSA BASSO RC</u>

Un filtro RC è costruito come nel circuito seguente. La tensione V_1 è quella in ingresso, mentre la V_2 è la tensione in uscita.



La frequenza di taglio è data dalla seguente formula:

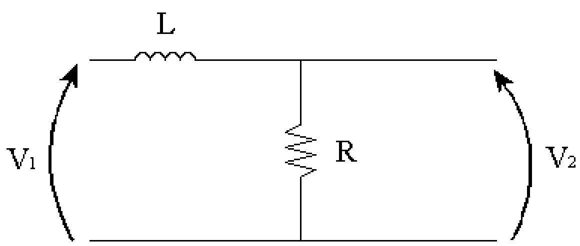
$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

Come si vede dalla formula, all'aumentare di R e di C la frequenza diminuisce, cioè il filtro fa passare meno frequenze (si restringe la banda di frequenze permesse).

Il condensatore in parallelo alla tensione d'ingresso favorisce il passaggio delle componenti ad alta frequenza, che così non arrivano all'uscita.

<u>FILTRO PASSA BASSO RL</u>

Un filtro RL è costruito come nel circuito seguente. Anche qui la tensione V_1 è quella in ingresso, mentre la V_2 è la tensione d'uscita.



La frequenza di taglio è data dalla seguente formula:

$$f = \frac{R}{2\pi L}$$

All'aumentare dell'induttanza la frequenza diminuisce e quindi si restringe la banda delle frequenze consentite. Come abbiamo studiato nei capitoli precedenti, l'induttore blocca le alte frequenze e favorisce il passaggio delle frequenze basse: infatti nel filtro passa basso di tipo RL l'induttanza è in serie alla tensione d'ingresso.

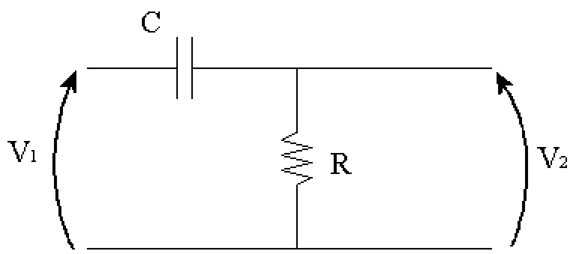
8.2.2. *Filtri passa alto*

Anche i filtri passa alto possono essere costruiti in due modi:

- Filtro con resistenza e condensatore
- Filtro con resistenza e induttore

FILTRO PASSA ALTO RC

Un filtro passa alto RC è costruito come nel circuito seguente. Si può notare come la resistenza e il condensatore siano invertiti rispetto al filtro passa basso: ora il condensatore è in serie all'ingresso e favorisce il passaggio delle componenti ad alta frequenza del segnale.

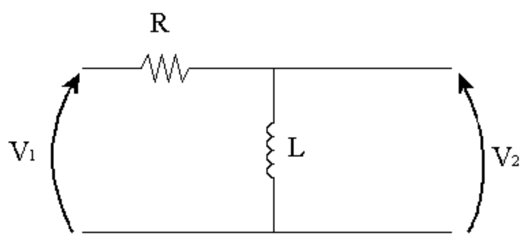


La frequenza di taglio la stessa del filtro passa basso:

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

FILTRO PASSA ALTO RL

Un filtro passa alto RL è costruito come nel circuito seguente. Si può notare come la resistenza e l'induttanza siano invertiti rispetto al filtro passa basso: ora l'induttanza è in parallelo all'ingresso e favorisce il passaggio delle componenti a bassa frequenza del segnale, lasciando arrivare all'uscita solo quelle ad alta frequenza.



La frequenza di taglio la stessa del filtro passa basso:

$$f = \frac{R}{2\pi L}$$

8.3. I circuiti risonanti

I circuiti risonanti sono circuiti elettrici elementari, costituiti cioè da elementi semplici come resistenze, condensatori e induttori.

La caratteristica di questi circuiti è quella di mettersi a vibrare (risonare) quando sono alimentati corrente elettrica con una particolare frequenza.

Questa frequenza è detta di frequenza di risonanza perché l'effetto prodotto dalle vibrazioni di energia elettrica è identico a quello prodotto dal fenomeno fisico della risonanza acustica.

I circuiti risonanti sono composti da componenti elettrici passivi, come i condensatori e gli induttori, ma in pratica li si può trovare in ogni circuito elettrico: ogni componente elettrico infatti contiene componenti induttive e capacitive al suo interno.

La risonanza è quindi un fenomeno che spesso non è desiderato e si manifesta come un problema da eliminare.

Esiste tuttavia un settore in cui i circuiti risonanti sono estremamente importanti: la radartecnica.

Una qualsiasi antenna è infatti schematizzabile con un circuito risonante.

Per questo motivo cercheremo di capire come è possibile realizzare un circuito risonante e come esso si comporta al variare della frequenza di alimentazione.

Per avere un circuito risonante è necessario avere un induttore e un condensatore. L'induttore è una bobina che immagazzina e rilascia energia elettromagnetica; il condensatore invece immagazzina e rilascia energia elettrostatica. E' questo scambio continuo di energie che manda in risonanza il circuito.

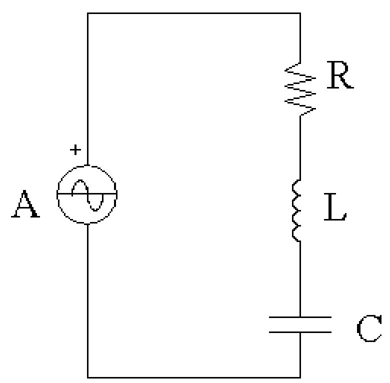
I circuiti risonanti sono di due tipi:

- Circuito RC L in serie, chiamato risonatore
- Circuito RC L parallelo: chiamato anti-risonatore

Vediamoli entrambi.

8.2.3. *Circuito risonante serie*

Come dice la parola stessa, è costituito dalla serie di un condensatore e di un induttore. Naturalmente, affinché si inneschi la risonanza è necessario che il circuito sia alimentato da una fonte di energia, nel nostro caso per comodità supporremo si tratti di un generatore di corrente.



Il circuito è in condizione di risonanza quando l'energia rilasciata da uno degli elementi è completamente assorbita dall'altro e viceversa. Questo avviene quando le due reattanze, X_C e X_L sono uguali. Poiché le impedenze hanno segno diverso:

$$Z_C = -jX_C$$

$$Z_L = jX_L$$

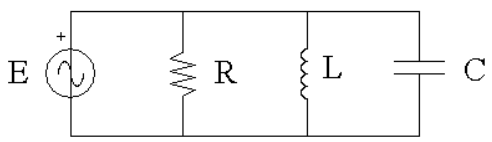
uno di essi assorbirà energia e l'altro la rilascerà.

La frequenza a cui avviene questo fenomeno è detta frequenza di risonanza e dipende dal valore di L e C:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

8.2.4. *Circuito risonante parallelo*

Consideriamo un circuito costituito dalle tre impedenze collegate in parallelo e alimentate , per comodità, da un generatore di tensione.



Anche in questo caso la risonanza si ha quando le reattanze del condensatore e dell'induttanza sono uguali:

$$X_C = X_L$$

La frequenza di risonanza corrispondente è:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Sommario