

**ESERCITAZIONI**

**AUTODESK INVENTOR**

**F.E.M**

# INDICE:

1. Introduzione e obiettivi
2. Strumenti, Teoria e formule utilizzate
3. Albero liscio
4. Piastra forata
5. Albero con gola di scarico
6. Risultati e Conclusioni

# 1. INTRODUZIONE E OBIETTIVI

Analisi delle esercitazioni Autodesk Inventor

Analisi analitica e computazionale

Esempi presi in considerazione per la nostra analisi:

- Albero in acciaio
- Piastra forata in acciaio
- Albero con gola di scarico in acciaio

Il nostro **OBIETTIVO** è:

Avere un **confronto** tra l'**analisi** analitica "**manuale**" (secondo quanto espresso dalla teoria del solido di De Saint Venant) e l'**analisi computazionale** tramite il software di modellazione e simulazione grafica Autodesk Inventor delle strutture proposte, facendo variare la mesh utilizzata durante la simulazione.



Per l'albero senza gola di scarico e per la lastra forata ci siamo focalizzati sulla "prima sollecitazione" e sullo "spostamento".

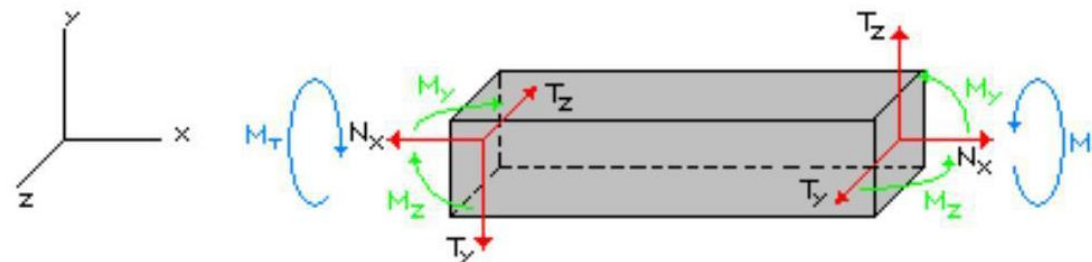
Per l'albero in acciaio con gola di scarico la nostra analisi ha avuto il suo focus sull'analisi della tensione e l'aumento della tensione dovuta alla presenza dell'intaglio, in particolare all'interno del software grafico abbiamo analizzato solo la "prima sollecitazione".



## 2. STRUMENTI, TEORIA E FORMULE UTILIZZATE

Per l'analisi "manuale" abbiamo utilizzato:

- Teoria della trave di De Saint Venant
- Analisi della tensione/deformazione
- Coefficiente di sovrasollecitazione teorico  $K_t$
- Momenti di inerzia e moduli di resistenza
- Caratteristiche meccaniche materiale in esame



Sollecitazioni cilindro di De Saint Venant

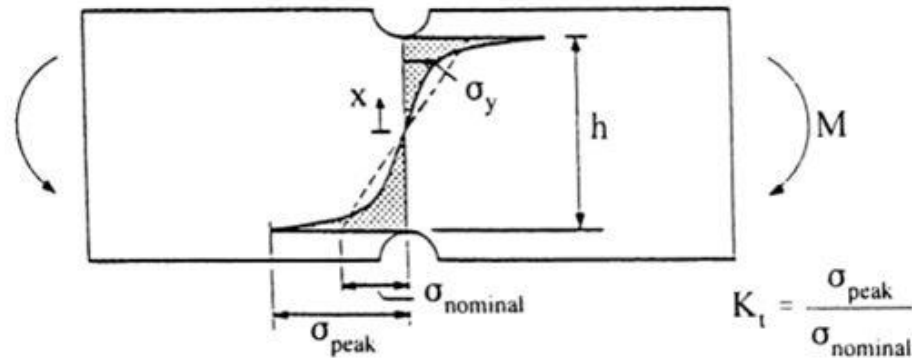
Per l'analisi "computazionale" abbiamo utilizzato:

- Teoria della trave di De Saint Venant
- Analisi della tensione/deformazione
- Coefficiente di sovrasollecitazione teorico  $K_t$
- Momenti di inerzia e moduli di resistenza
- Caratteristiche meccaniche materiale in esame
- Utilizzo del software di simulazione grafica Autodesk Inventor
- FEA e Mesh di simulazione FEM

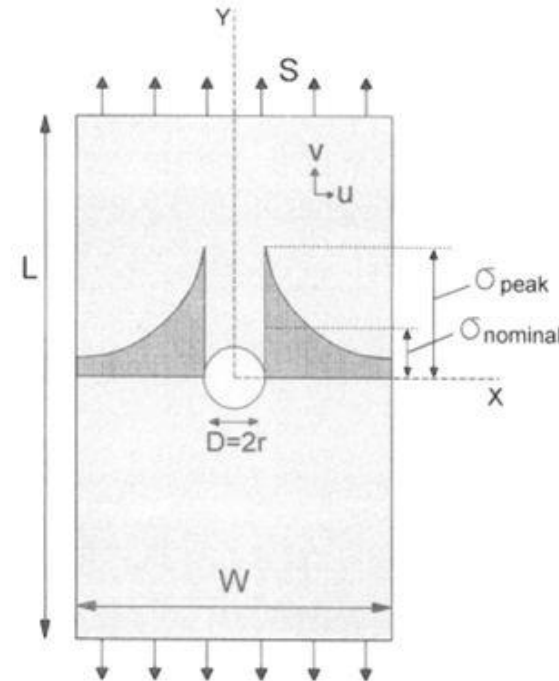
# Fattore di concentrazione

Il fattore di concentrazione delle tensioni (teorico) è definito come il rapporto tra la tensione di picco nel vertice dell'intaglio e la tensione nominale che si ottiene trascurando l'effetto del foro.

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{peak}}}{\sigma_{\text{nominal}}}$$



Stress distribution in a beam with a transverse hole loading in bending.

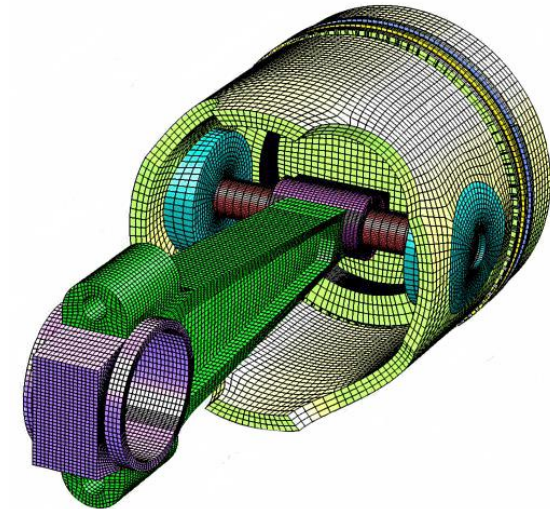


# FEA: Analisi agli Elementi Finiti

È una tecnica di simulazione a computer usata nelle analisi ingegneristiche. Questa tecnica di simulazione utilizza il Metodo degli Elementi Finiti (o FEM), il cui obiettivo è essenzialmente la risoluzione in forma discreta e approssimata di generali sistemi di equazioni alle derivate parziali.

Il Metodo F.E.M. si applica a corpi fisici suscettibili di essere suddivisi in un certo numero, anche molto grande, di elementi di forma definita e dimensioni contenute.

La caratteristica principale del metodo degli elementi finiti è la discretizzazione attraverso la creazione di una griglia (MESH) composta da *elementi finiti* di forma codificata (triangoli e quadrilateri per domini 2D, esaedri e tetraedri per domini 3D). Su ciascun elemento caratterizzato da questa forma elementare, la soluzione del problema è assunta essere espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette "*funzioni di base*" o "*funzioni di forma*" (*shape functions*).

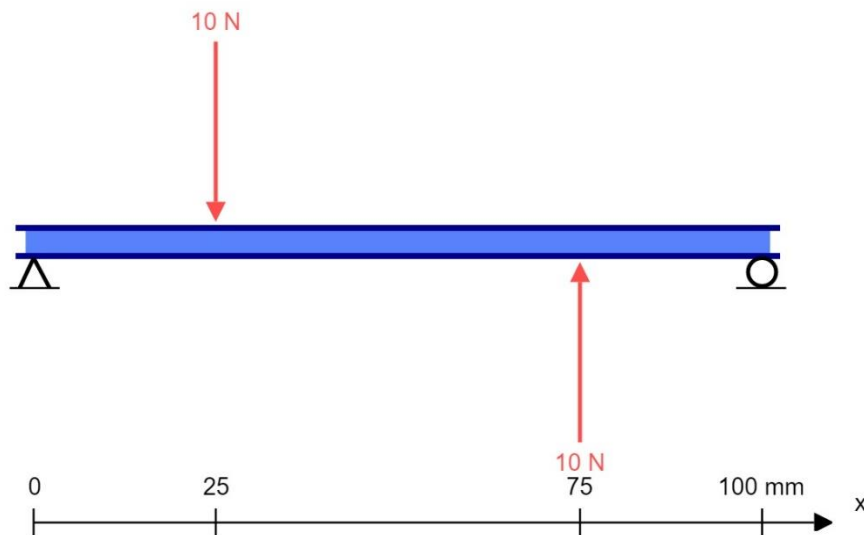


Esempio di mesh in analisi FEM di un pistone

### 3. ALBERO LISCIO

Analisi dell'albero liscio, come da esercizi consegnati, n°2, 3 e 10. **ATTENZIONE:** è da notare che sia i carichi, sia i vincoli, **NON** sono posizionati in modo puntuale poiché Inventor non lo consente, ma sono applicati nel mezzo di due sezioni prossime con **superficie interna di spessore pari 0,2 mm** (il minimo applicabile).  
Iniziamo dal n°2.

#### ALBERO N°2



$\Delta$  = vincolo Pin = **cerniera** -> vincolo – direzione fissa assiale  
– direzione fissa radiale

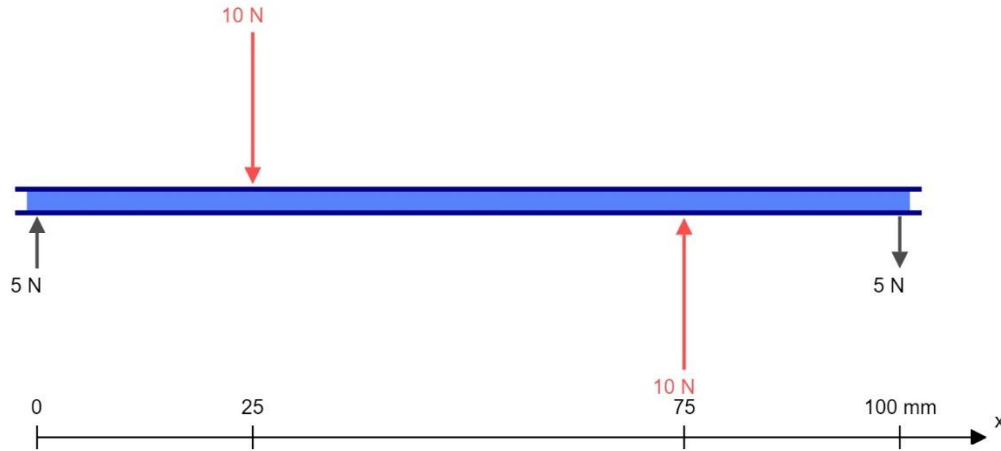
O = vincolo Privo di attrito = **carrello**

**Lunghezza albero** = 100 mm ; **Diametro** = 10 mm

**Forze:**  $F_1 = F_2 = 10$  N (intensità) ;  $F_1 = - F_2$  (in direzione)

MATERIALE	Acciaio, Carbonio	
CARATTERISTICHE GENERALI	Densità della massa	7,85 g/cm <sup>3</sup>
	Resistenza allo snervamento $\sigma_s$	350 MPa
	Resistenza massima a trazione $\sigma_R$	420 MPa
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE	Modulo di Young	200 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,29 su
	Modulo a taglio	77,5194 GPa

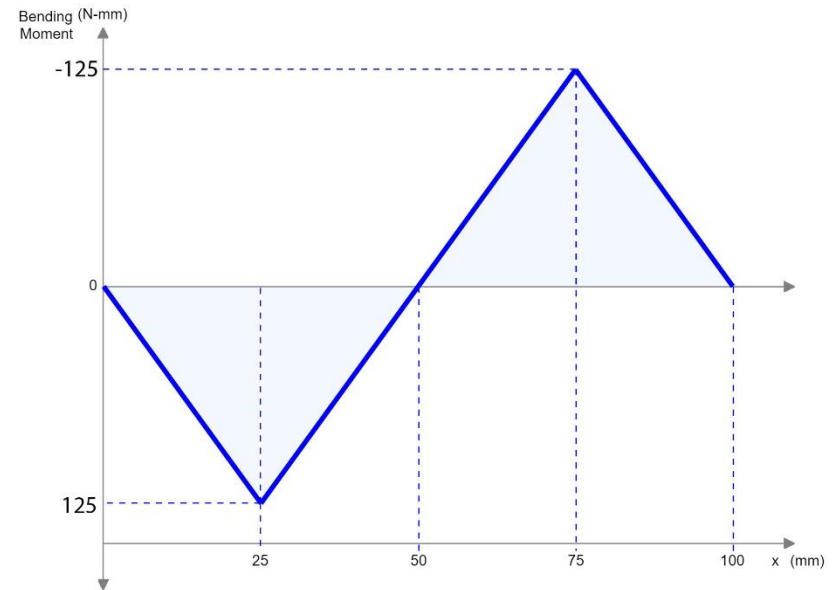
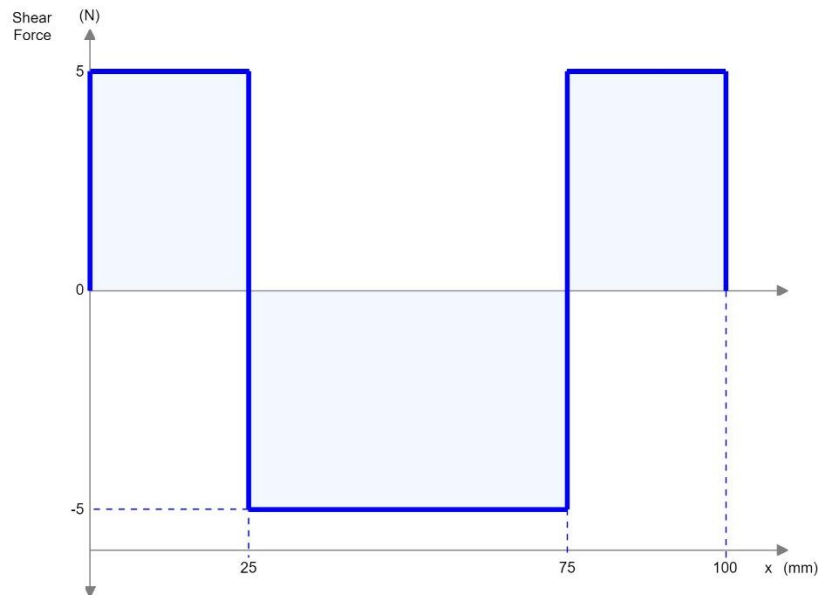
# REAZIONI VINCOLARI: sulla sinistra i valori ottenuti da calcoli, sulla destra valori ottenuti con Inventor



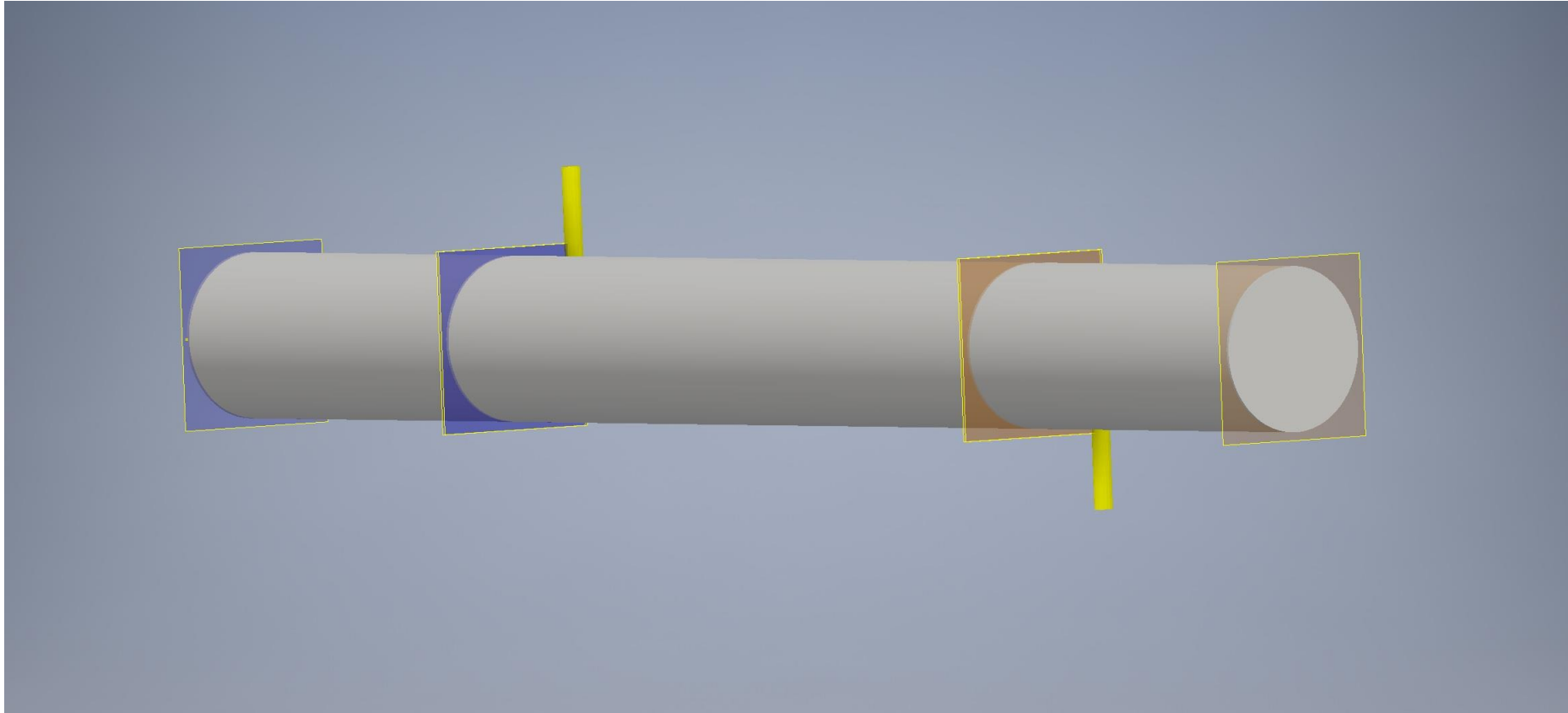
Nome vincolo	Forza di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo pin:1	5,4914 N	0 N
		5,4914 N
		0 N
Vincolo privo di attrito:1	5,4897 N	0 N
		-5,4897 N
		0 N

**Differenze dovute al posizionamento NON puntuale dei vincoli e delle sollecitazioni!**

## DIAGRAMMI DEL TAGLIO E DEL MOMENTO



## SIMULAZIONE INVENTOR: in evidenza piano di lavoro in cui sono applicate le forze e i vincoli



Abbiamo analizzato 2 tipologie di Mesh, una fitta e una un po' meno - mesh base di Inventor - (nella prossima slide sono presenti le caratteristiche precise) per andare a valutare la differenza di precisione di analisi del programma: per ognuno di esse ci siamo soffermati sulla prima sollecitazione e sullo spostamento.

Impostazioni mesh

Impostazioni comuni

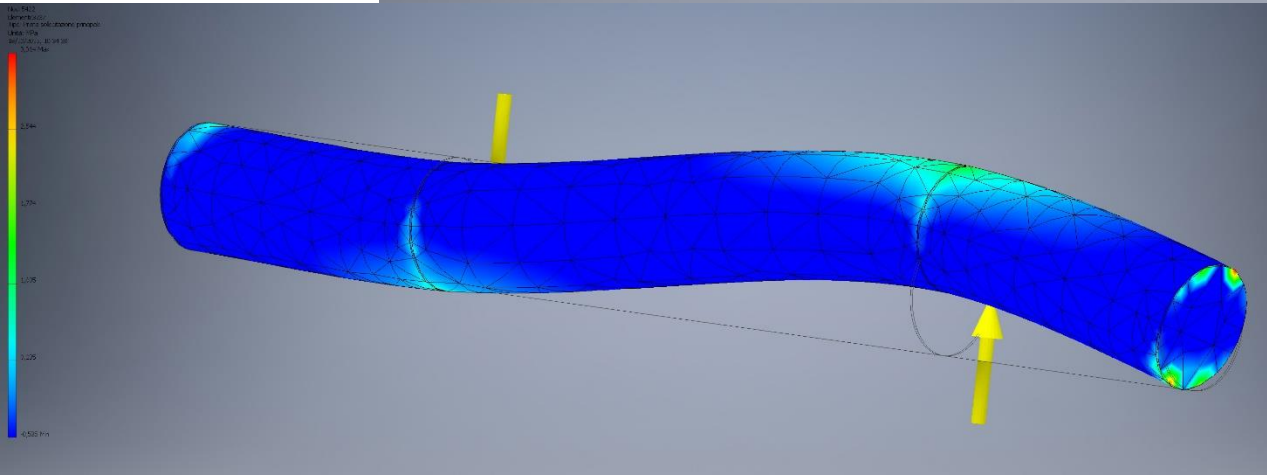
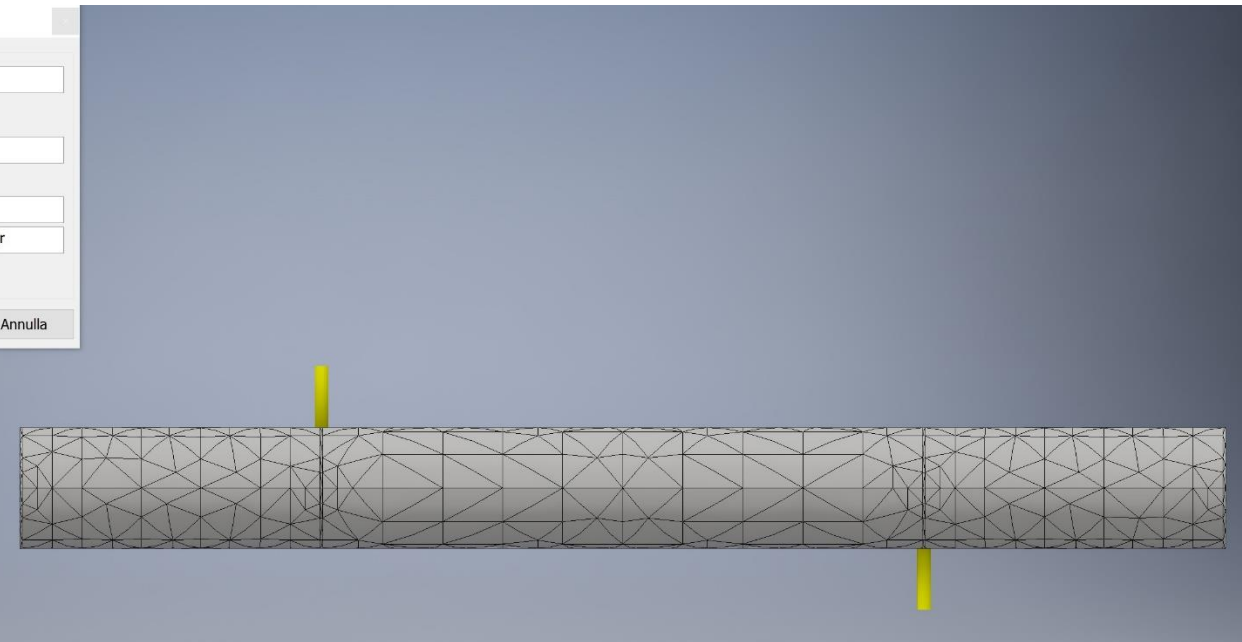
Dimensione media elemento   
 (come frazione della lunghezza del riquadro d'ingombro)

Dimensione minima elemento   
 (come frazione della dimensione media)

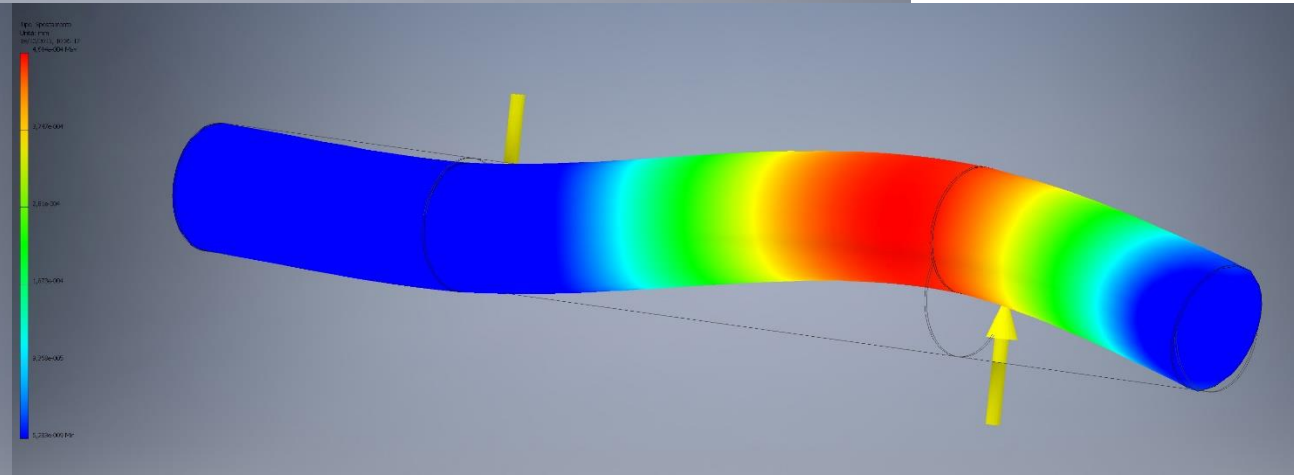
Fattore di gradazione

Angolo di rotazione massimo

Crea elementi mesh curvi

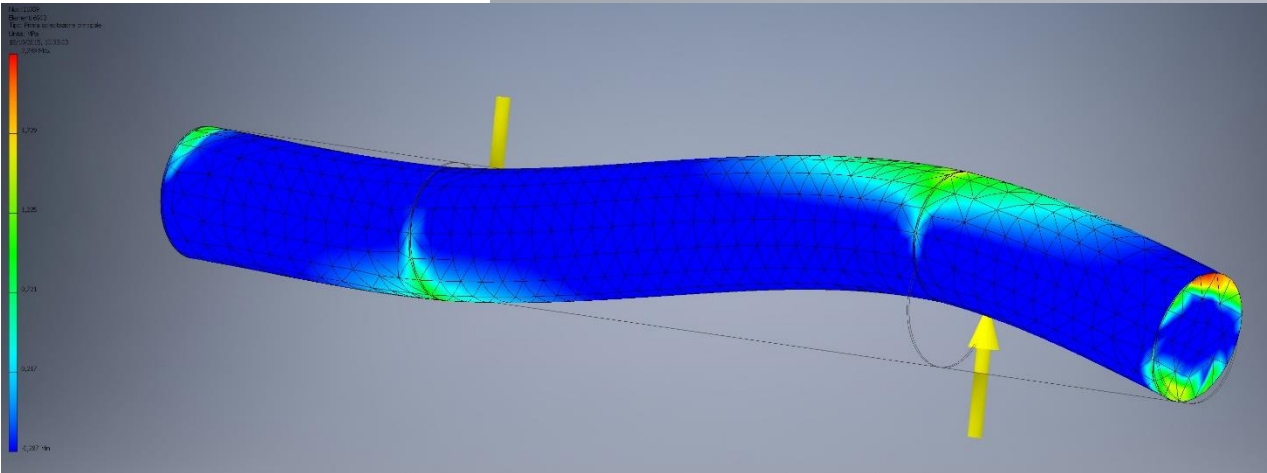
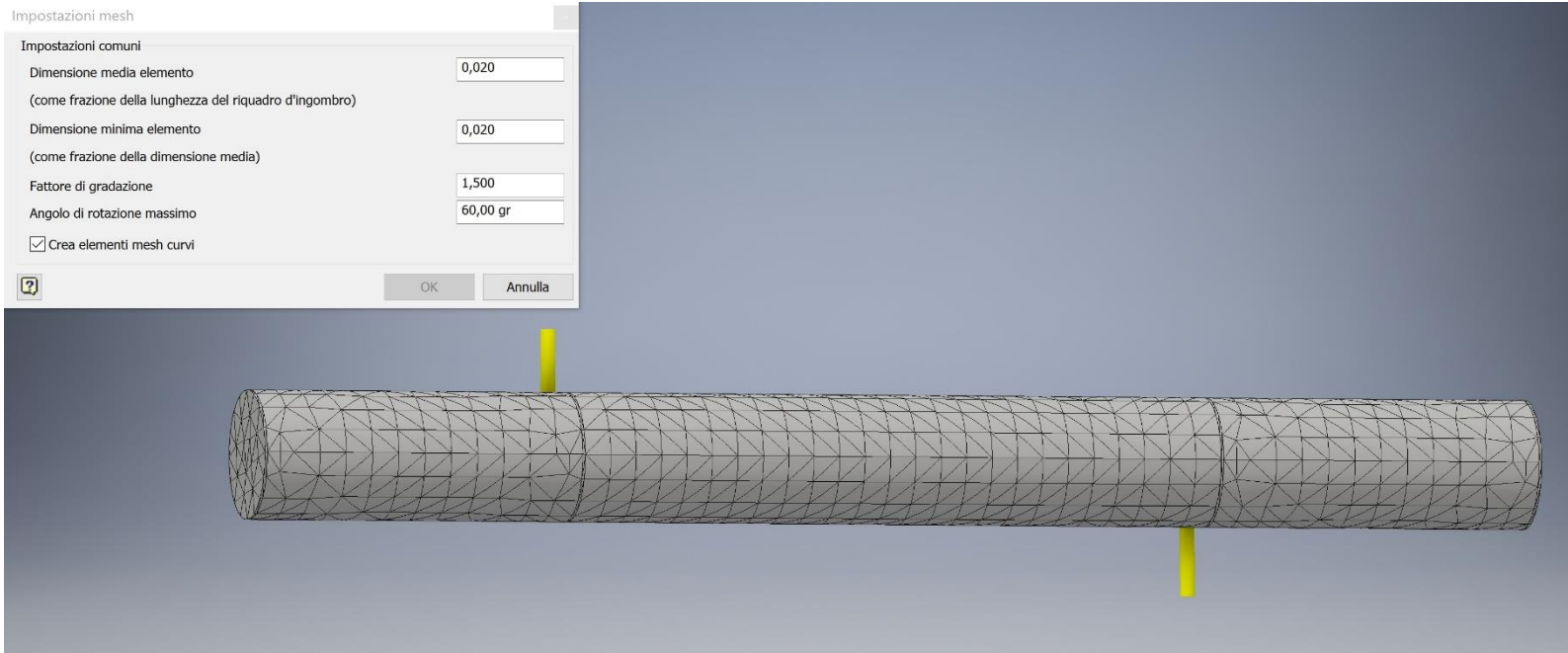


Prima sollecitazione:  $\sigma_{MAX} = 3,314 \text{ MPa}$

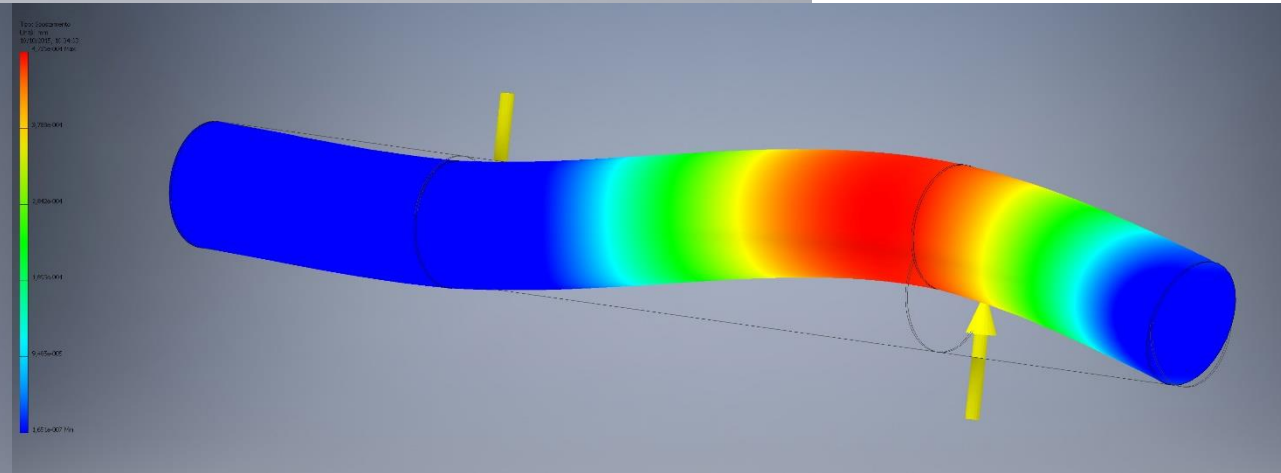


Spostamento:  $dL_{MAX} = 4,684e-004 \text{ mm}$



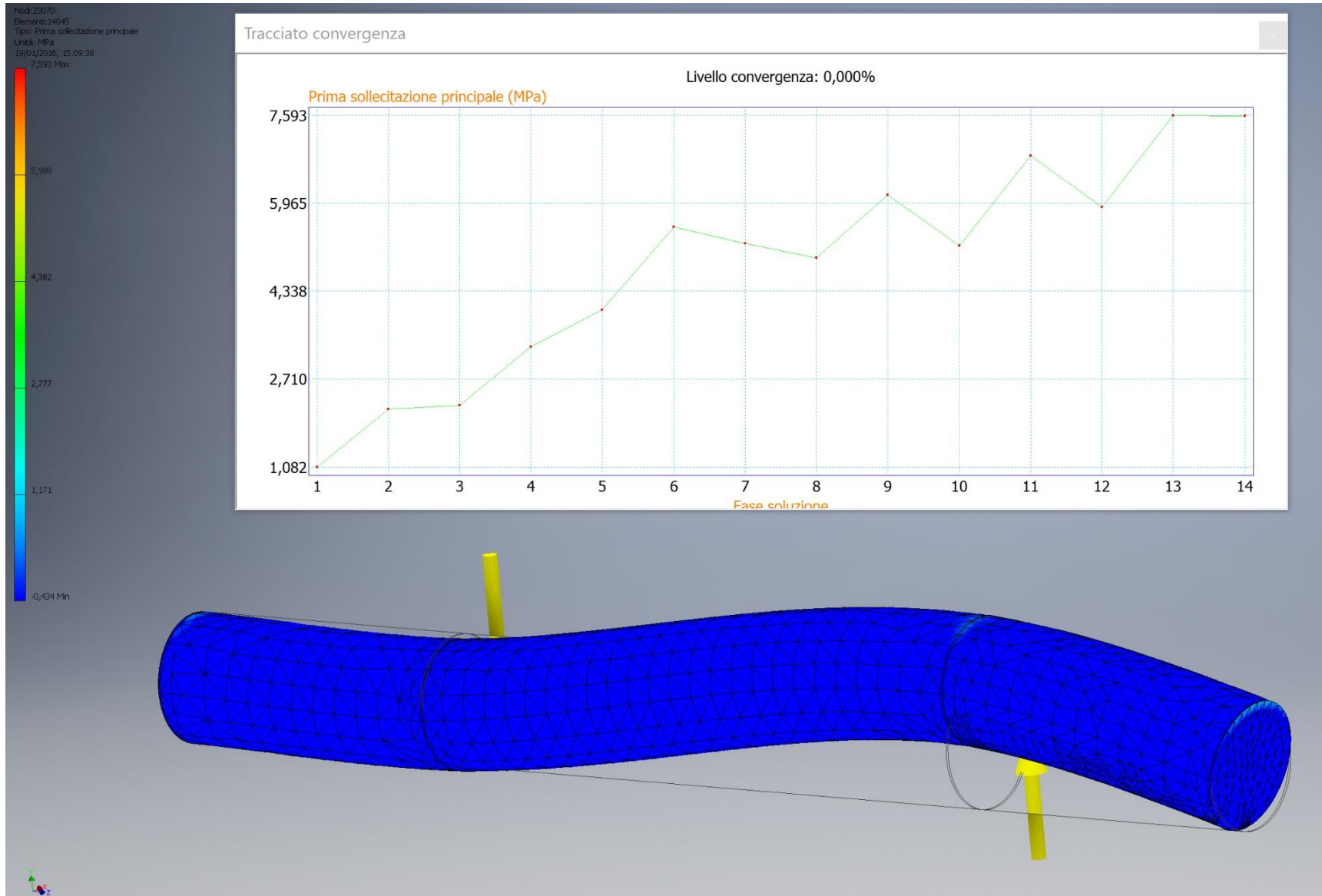


Prima sollecitazione:  $\sigma_{MAX} = 2,233 \text{ MPa}$



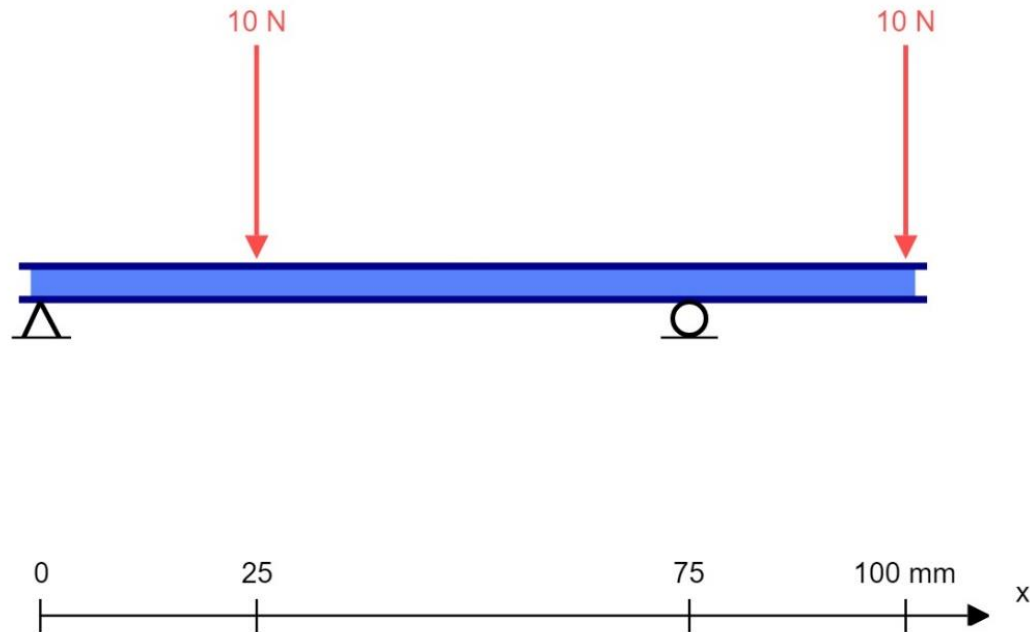
Spostamento:  $dL_{MAX} = 4,736e-004 \text{ mm}$

# CONVERGENZA MESH



## ALBERO N°3

**ATTENZIONE:** è da notare che sia i carichi, sia i vincoli, **NON** sono posizionati in modo puntuale poiché Inventor non lo consente, ma sono applicati nel mezzo di due sezioni prossime con **superficie interna di spessore pari 0,2 mm** (il minimo applicabile).



$\Delta$  = vincolo Pin = **cerniera** -> vincolo – direzione fissa assiale  
– direzione fissa radiale

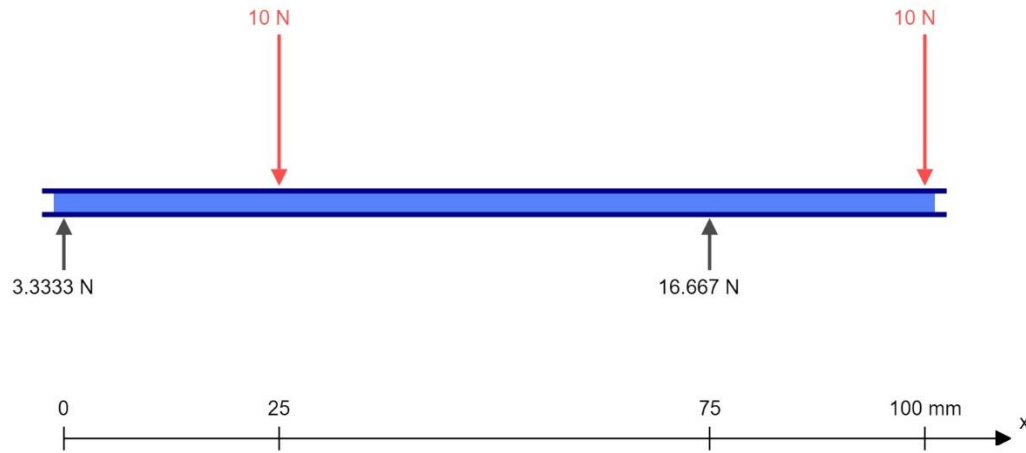
O = vincolo Privo di attrito = **carrello**

**Lunghezza albero** = 100 mm ; **Diametro** = 10 mm

**Forze:**  $F_1 = F_2 = 10$  N (intensità) ;  $F_1 = F_2$  (in direzione)

MATERIALE	Acciaio, Carbonio	
CARATTERISTICHE GENERALI	Densità della massa	7,85 g/cm <sup>3</sup>
	Resistenza allo snervamento $\sigma_s$	350 MPa
	Resistenza massima a trazione $\sigma_R$	420 MPa
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE	Modulo di Young	200 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,29 su
	Modulo a taglio	77,5194 GPa

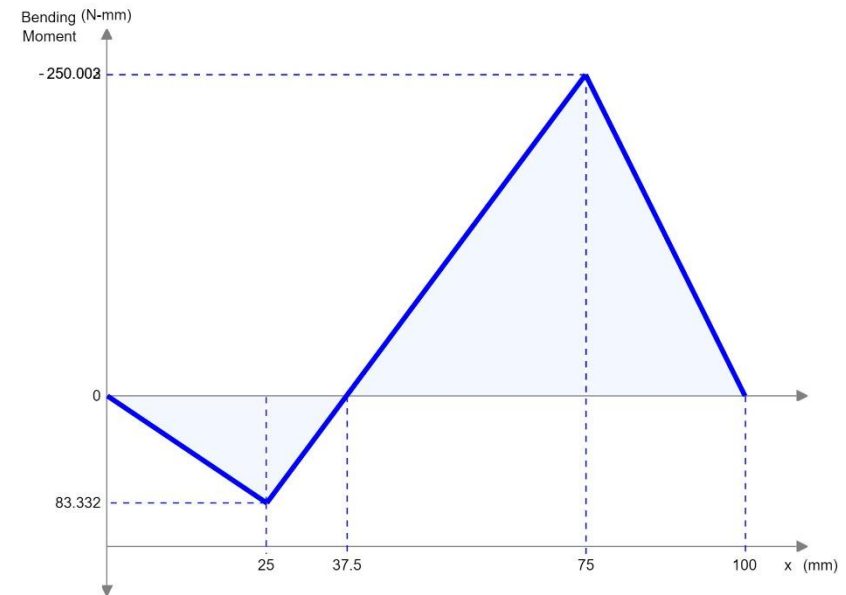
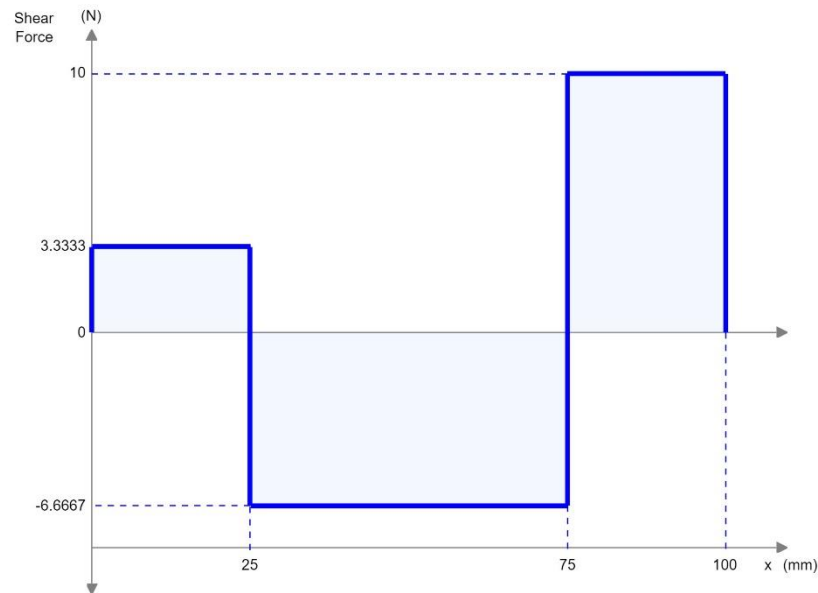
# REAZIONI VINCOLARI: sulla sinistra i valori ottenuti da calcoli, sulla destra valori ottenuti con Inventor



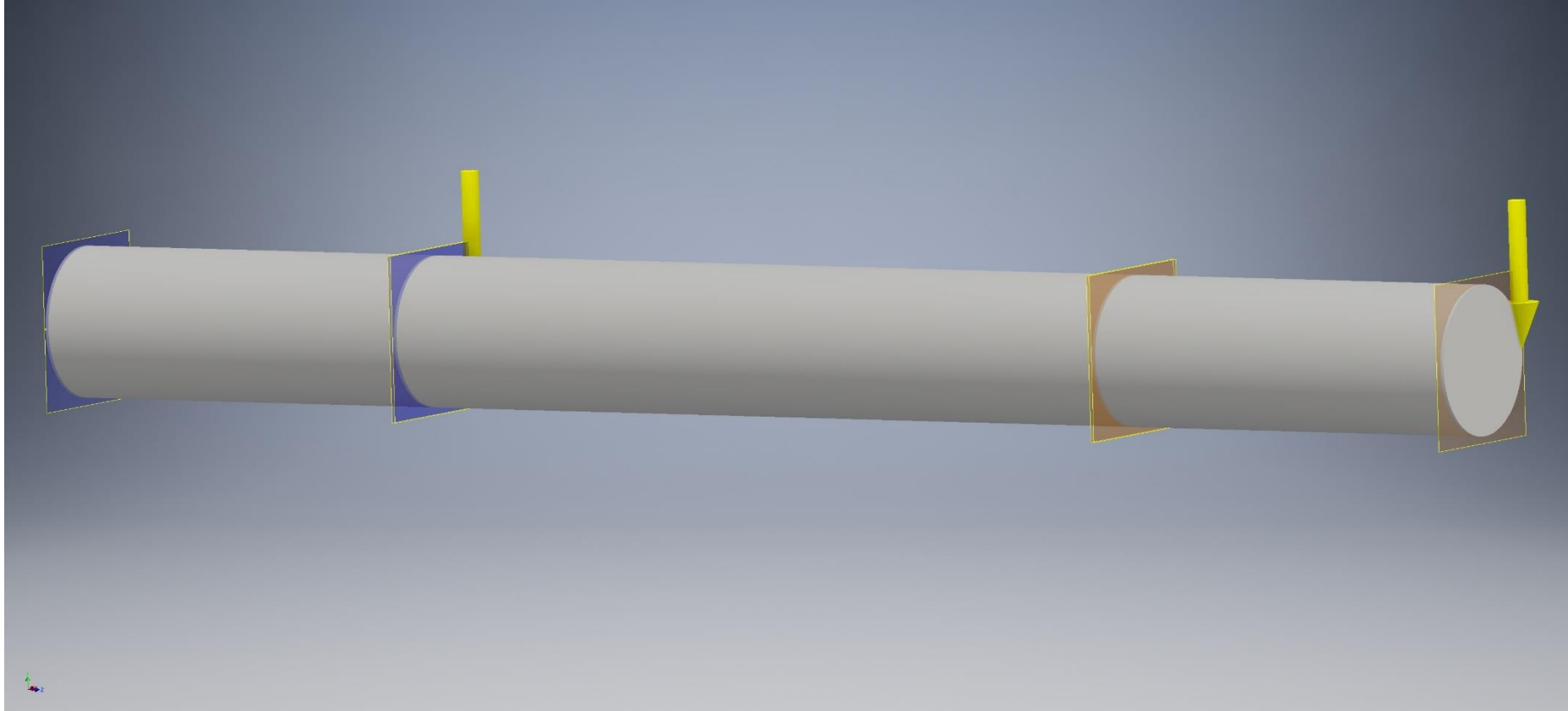
Nome vincolo	Forza di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo pin:1	3,633 N	0 N
		3,633 N
		0 N
Vincolo privo di attrito:1	16,361 N	0 N
		16,361 N
		0 N

**Differenze dovute al posizionamento NON puntuale dei vincoli e delle sollecitazioni!**

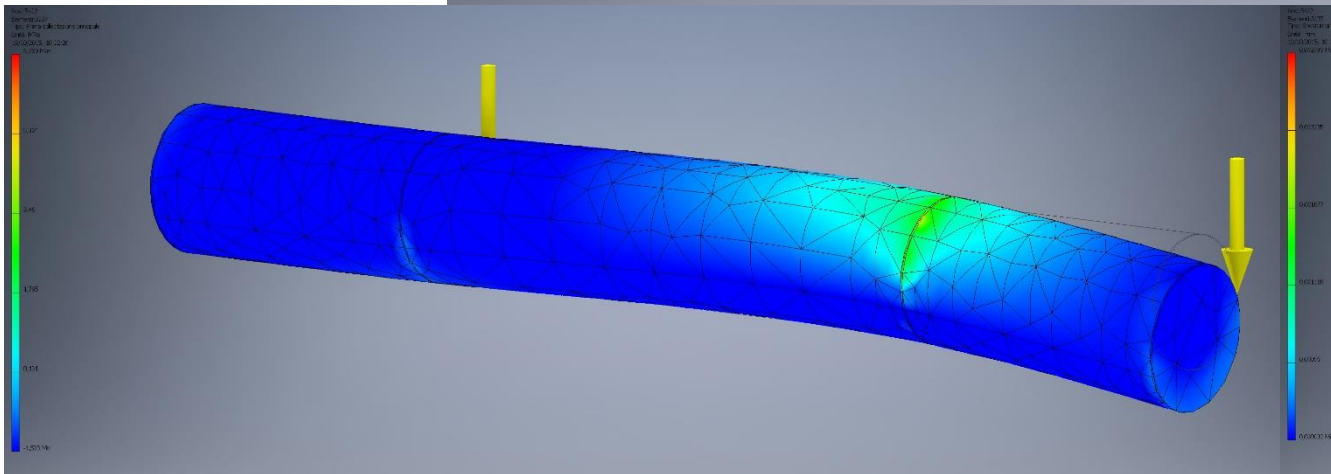
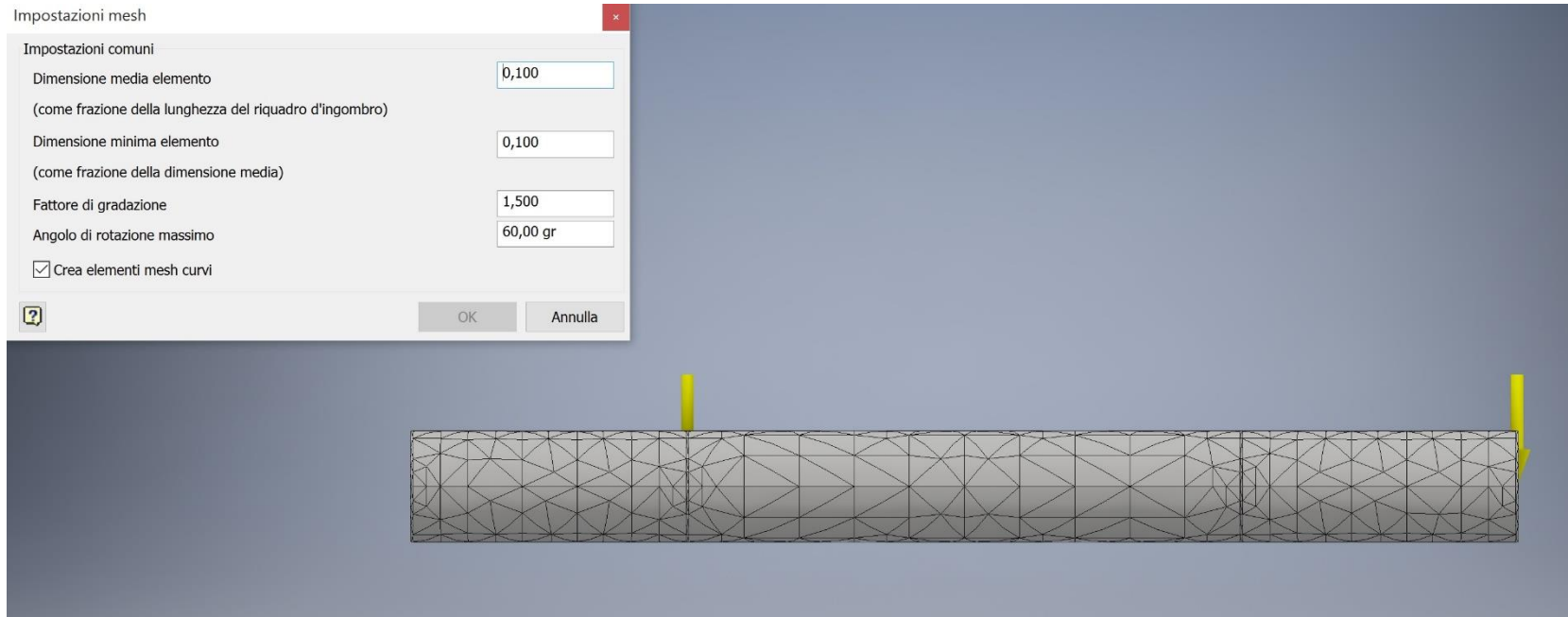
## DIAGRAMMI DEL TAGLIO E DEL MOMENTO



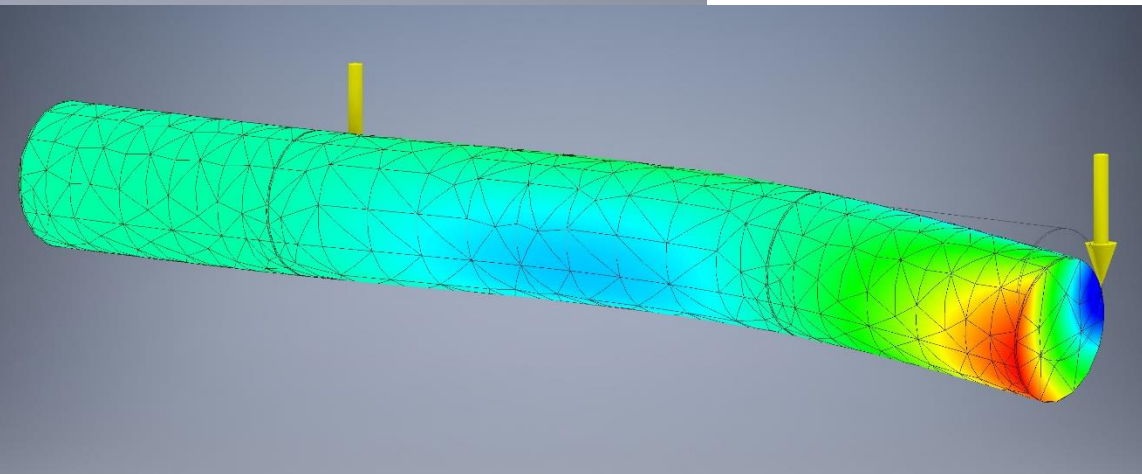
## SIMULAZIONE INVENTOR: in evidenza piano di lavoro in cui sono applicate le forze e i vincoli



Abbiamo analizzato 2 tipologie di Mesh, una fitta e una un po' meno - mesh base di Inventor - (nella prossima slide sono presenti le caratteristiche precise) per andare a valutare la differenza di precisione di analisi del programma: per ognuno di esse ci siamo soffermati sulla prima sollecitazione e sullo spostamento.



Prima sollecitazione:  $\sigma_{MAX} = 6,789$  MPa



Spostamento:  $dL_{MAX} = 0,002793$  mm



Impostazioni mesh

Impostazioni comuni

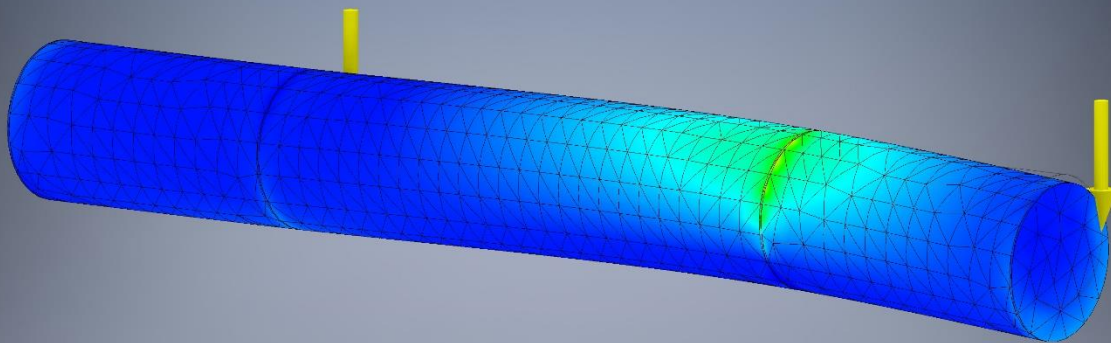
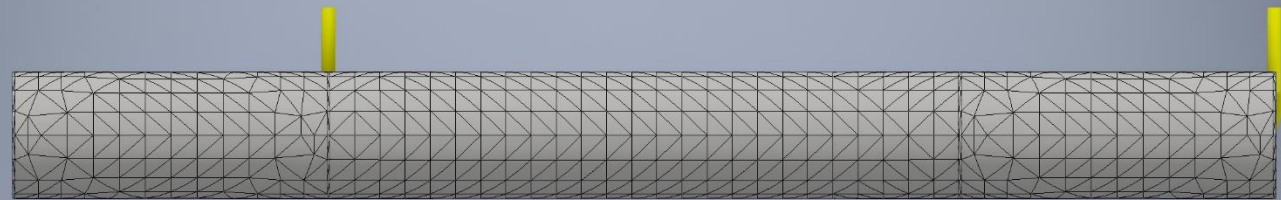
Dimensione media elemento   
 (come frazione della lunghezza del riquadro d'ingombro)

Dimensione minima elemento   
 (come frazione della dimensione media)

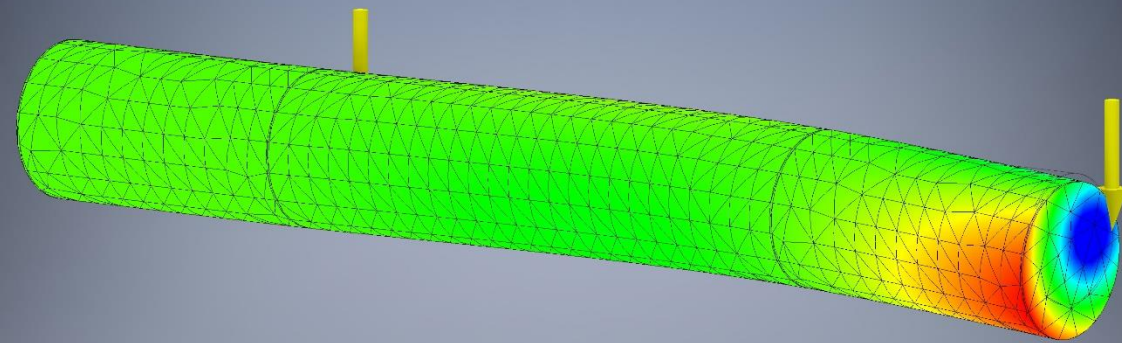
Fattore di gradazione

Angolo di rotazione massimo

Crea elementi mesh curvi

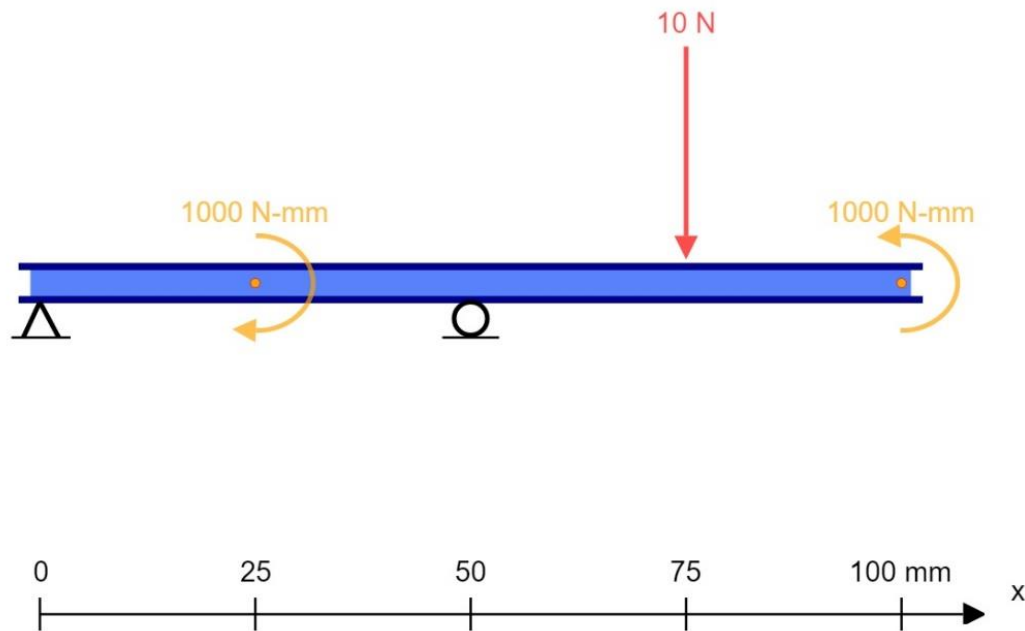


Prima sollecitazione:  $\sigma_{MAX} = 7,171 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{MAX} = 0,004572 \text{ mm}$

ALBERO N°10



$\Delta$  = vincolo Pin = **cerniera** -> vincolo – direzione fissa assiale  
 – direzione fissa radiale

O = vincolo Privo di attrito = **carrello**

**Lunghezza albero** = 100 mm ; **Diametro** = 10 mm

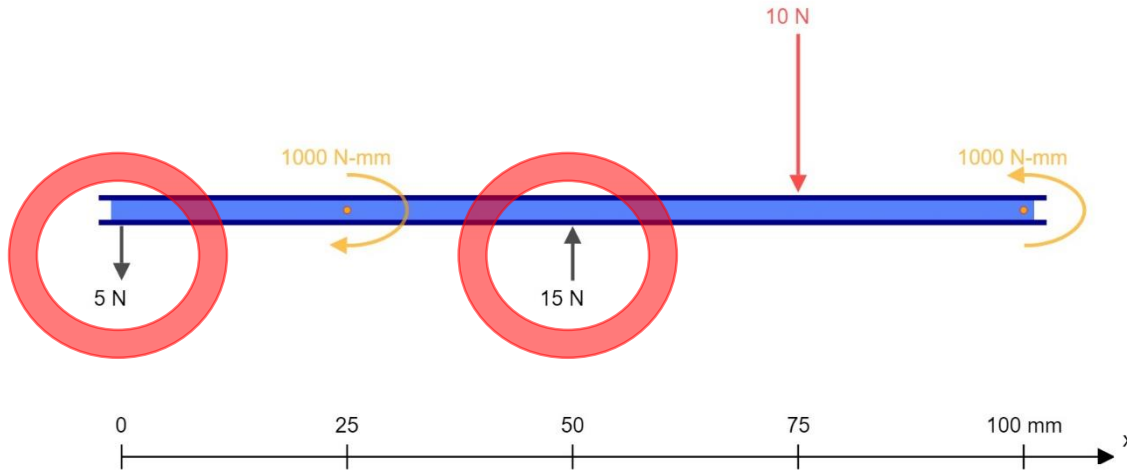
**Forze:**  $F_1 = 10$  N (intensità) ;  $F_1 = -10$  N (in direzione)

**Momenti:**  $M_1 = M_2 = 1000$  N mm ;  $M_1 = - M_2$  (in verso)

MATERIALE	Acciaio, Carbonio	
CARATTERISTICHE GENERALI	Densità della massa	7,85 g/cm <sup>3</sup>
	Resistenza allo snervamento $\sigma_s$	350 MPa
	Resistenza massima a trazione $\sigma_R$	420 MPa
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE	Modulo di Young	200 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,29 su
	Modulo a taglio	77,5194 GPa



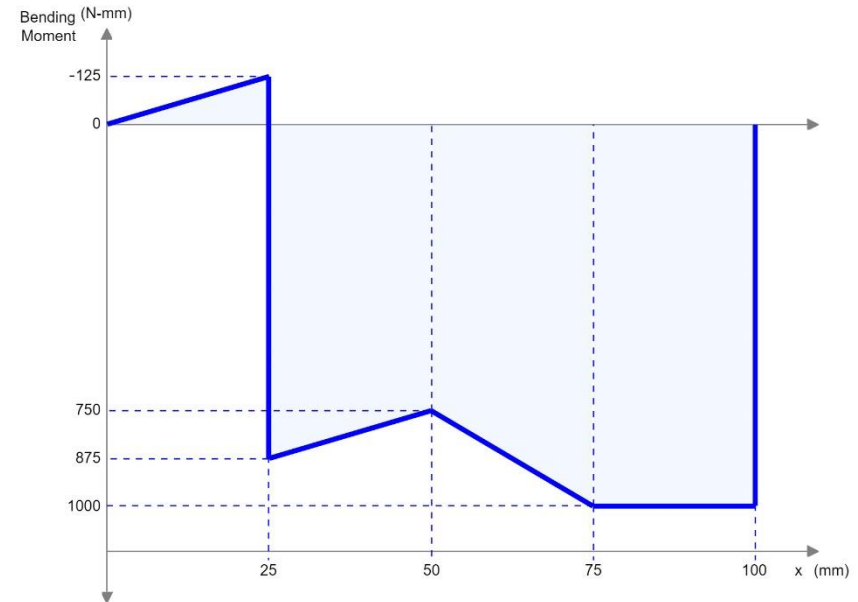
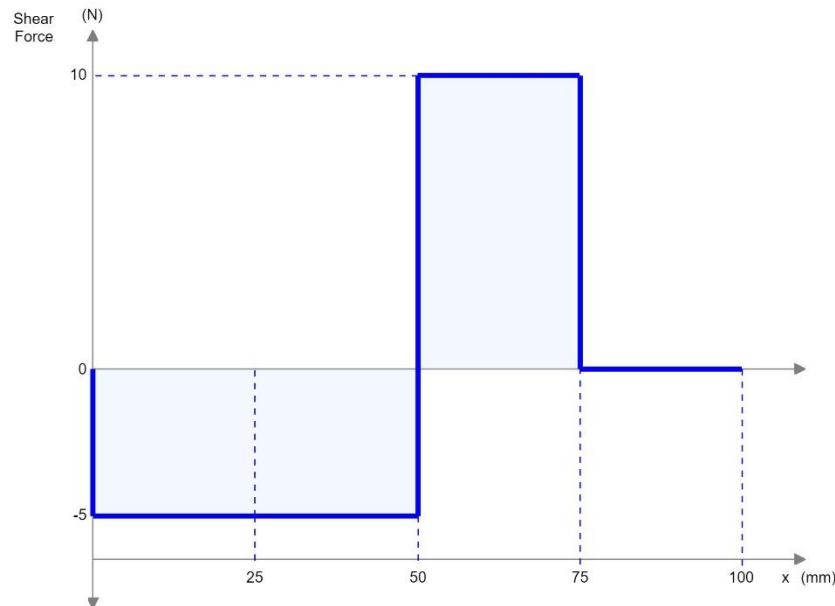
# REAZIONI VINCOLARI: sulla sinistra i valori ottenuti da calcoli, sulla destra valori ottenuti con Inventor



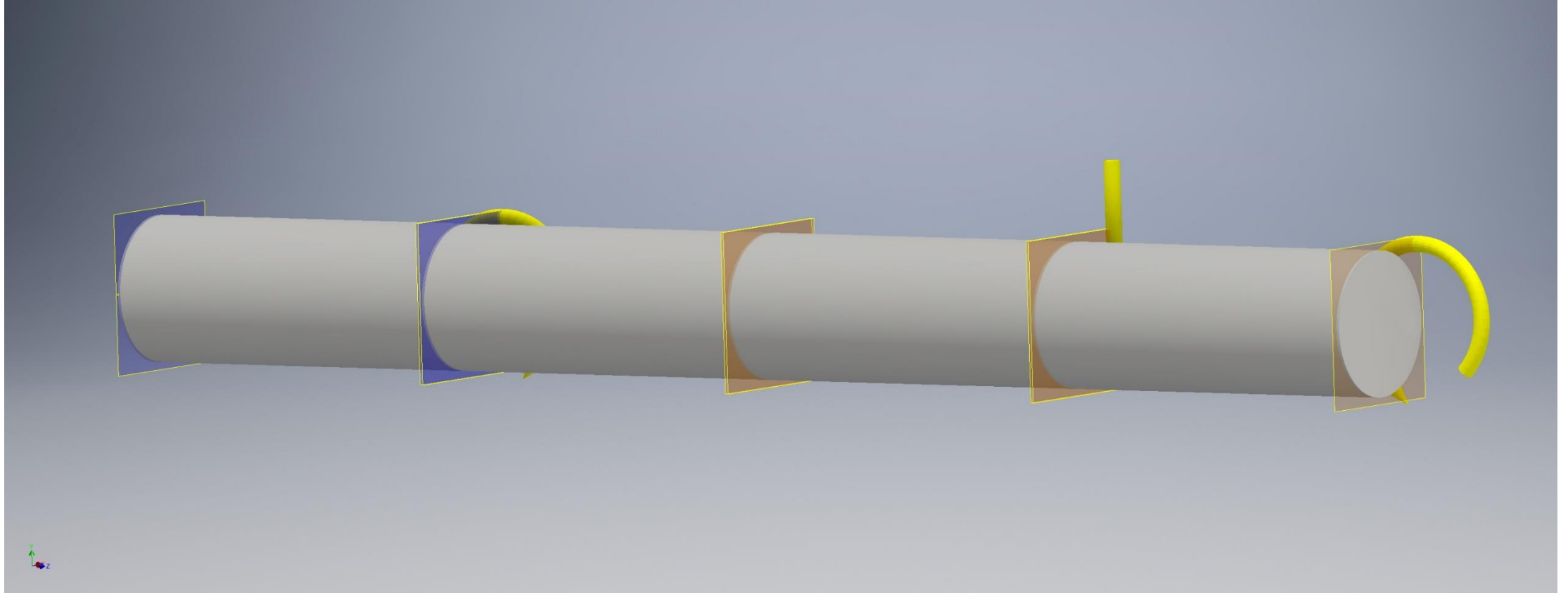
Nome vincolo	Forza di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo pin:1	0,914849 N	0 N
		-0,914849 N
		0 N
Vincolo privo di attrito:1	10,9101 N	0 N
		10,9101 N
		0 N

**Differenze dovute al posizionamento NON puntuale dei vincoli e delle sollecitazioni!**

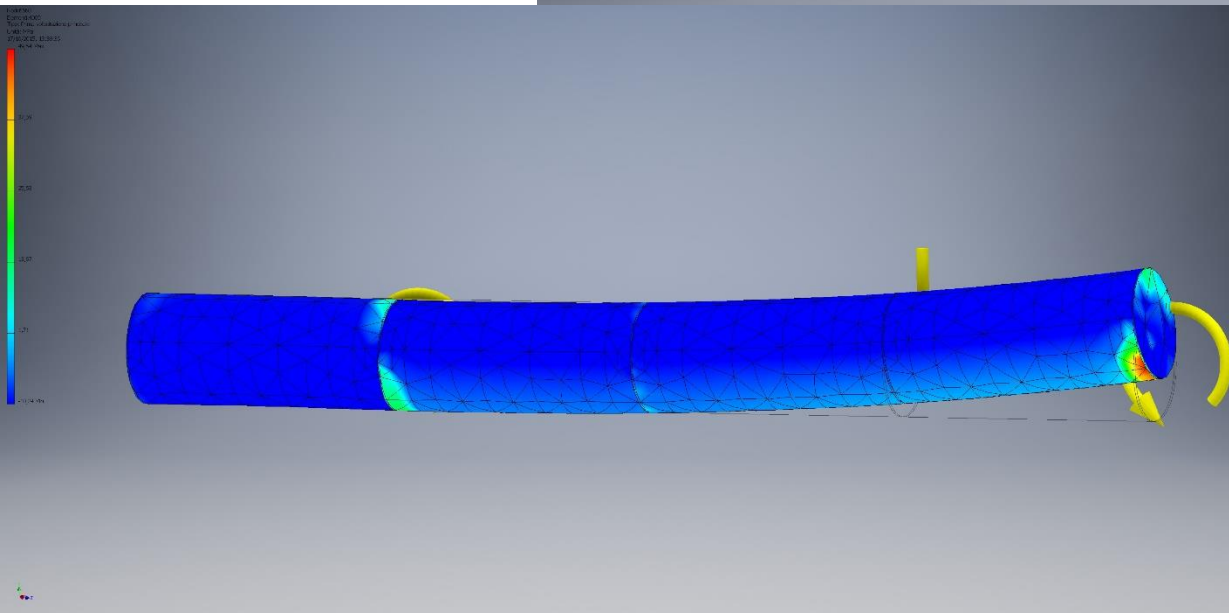
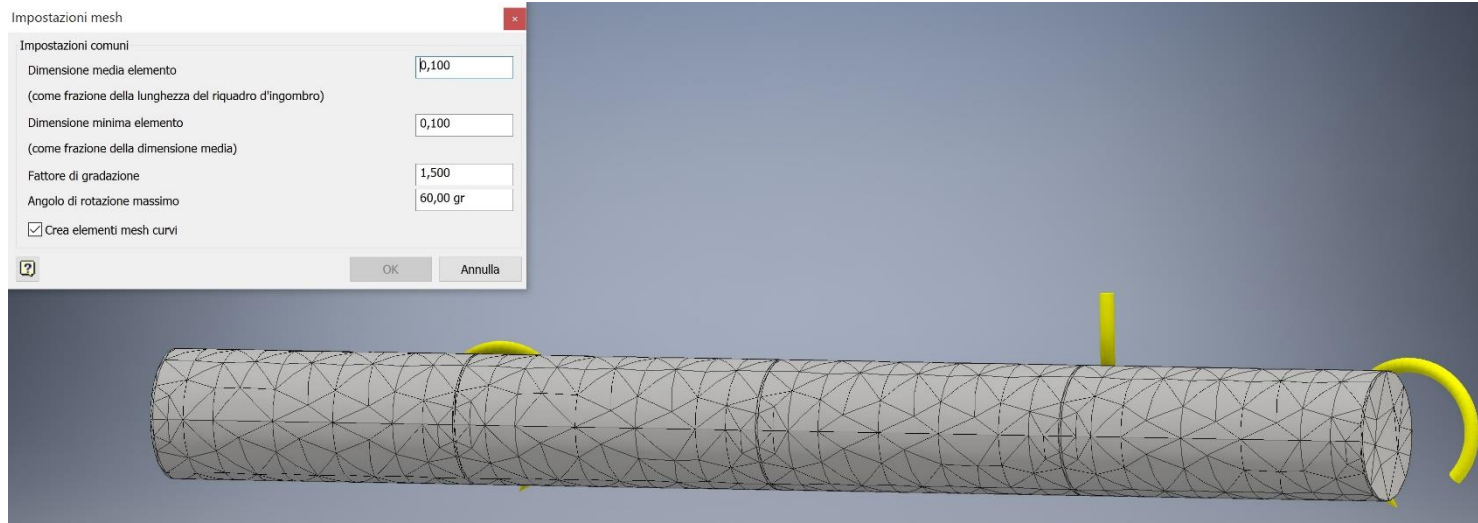
## DIAGRAMMI DEL TAGLIO E DEL MOMENTO



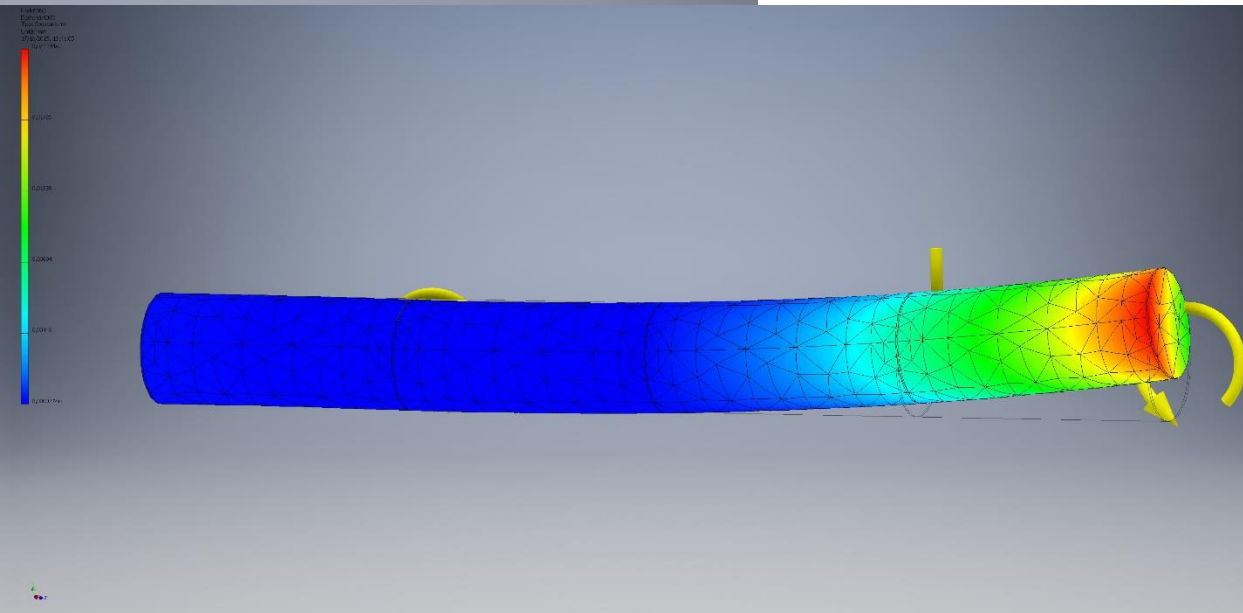
## SIMULAZIONE INVENTOR: in evidenza piano di lavoro in cui sono applicate le forze e i vincoli



Abbiamo analizzato 2 tipologie di Mesh, una fitta e una un po' meno - mesh base di Inventor - (nella prossima slide sono presenti le caratteristiche precise) per andare a valutare la differenza di precisione di analisi del programma: per ognuno di esse ci siamo soffermati sulla prima sollecitazione e sullo spostamento.



Prima sollecitazione:  $\sigma_{MAX} = 49,54$  MPa



Spostamento:  $dL_{MAX} = 0,0223$  mm

Impostazioni mesh

Impostazioni comuni

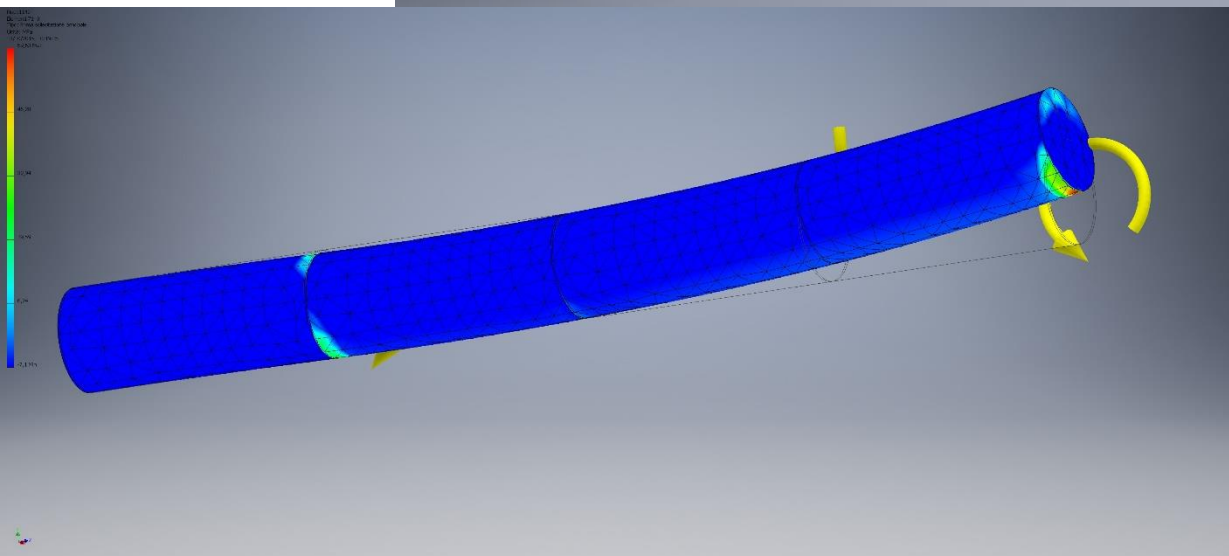
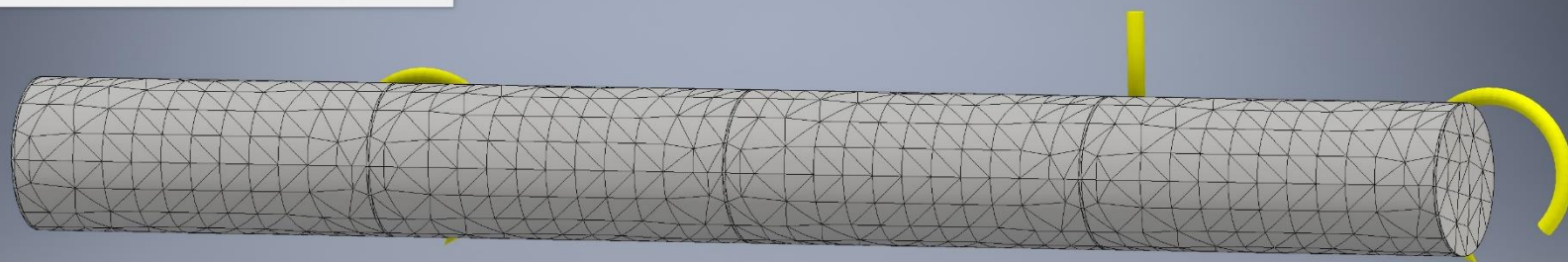
Dimensione media elemento   
(come frazione della lunghezza del riquadro d'ingombro)

Dimensione minima elemento   
(come frazione della dimensione media)

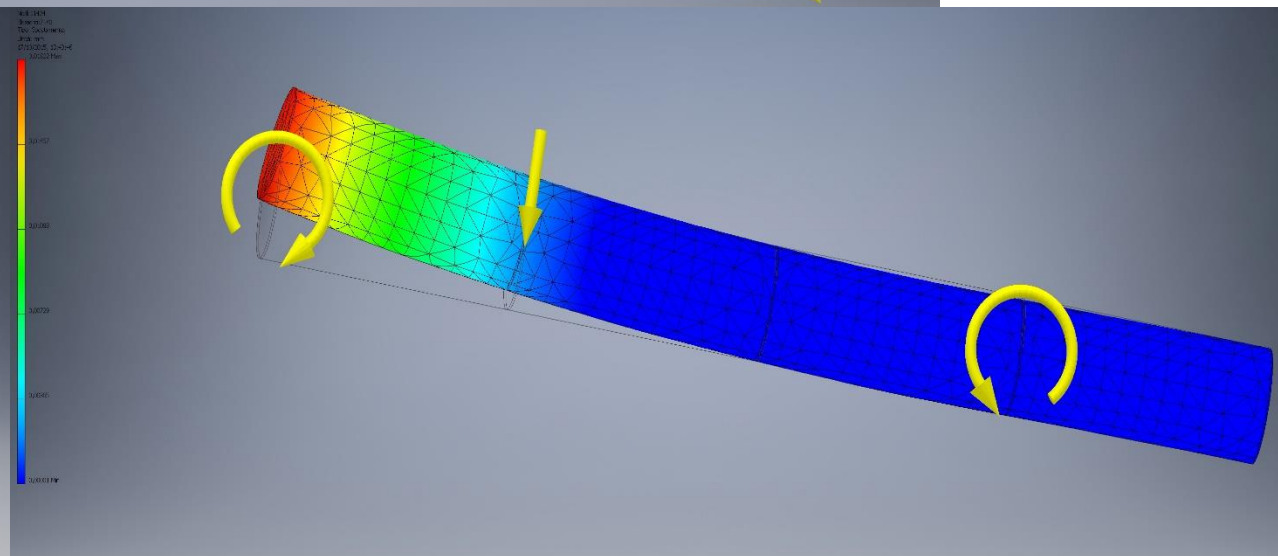
Fattore di gradazione

Angolo di rotazione massimo

Crea elementi mesh curvi



Prima sollecitazione:  $\sigma_{MAX} = 59,63 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{MAX} = 0,01822 \text{ mm}$

## RISULTATI e CONFRONTI

Grandezza	Albero 2	Albero 3	Albero 10
$M_{fMAX}$	125 N mm	250 N mm	1000 N mm
$W_f = (\pi d^3)/32$	98,17 mm <sup>3</sup>	98,17 mm <sup>3</sup>	98,17 mm <sup>3</sup>
$d$	10	10	10
$\sigma_{nom} = M_{fMAX} / W_f$	1,27 MPa	2,54 MPa	10,19 MPa
$\sigma_{reale}$ (sim. Inventor)	1,81 MPa	4,31 MPa	19,63 MPa
$K_{simulazione} = \frac{\sigma_{reale}}{\sigma_{teorico}}$	1,75	1,70	1,92

## 4. LASTRA FORATA

Analisi delle sollecitazioni rilevate in una lastra forata con fori di diametri differenti (0,2 L, 0,5 L, 0,9 L) dovute a carichi puntuali e a carico distribuito (pressione).

Le superfici della lastra forata ha i seguenti vincoli:

- Vincolo su uno dei due spigoli del lato lungo della faccia opposta a quella in cui vi è la sollecitazione esterna, con componenti  $X = 0,00$  e  $Z = 0,00$
- Vincolo su uno dei due spigoli del lato corto della faccia opposta a quella in cui vi è la sollecitazione esterna, con componente  $Y = 0,00$
- Vincolo superficiale della faccia opposta a quella in cui vi è la sollecitazione esterna, con componente pari a  $X = 0,00$

### **CARATTERISTICHE GEOMETRICHE:**

Lastra quadrata di lato  $L = 100$  mm

Spessore  $S = 10$  mm

### **CARATTERISTICHE DELLA SOLLECITAZIONE:**

Forza  $F = 10$  N

Pressione  $P = 50$  MPa

## LASTRA con FORO = 0,2 L

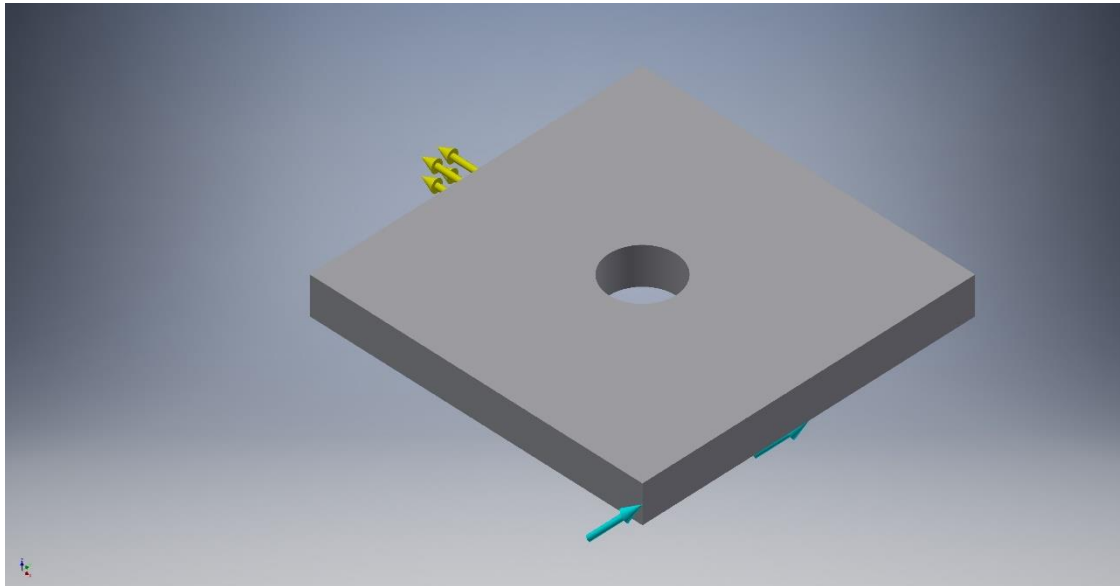
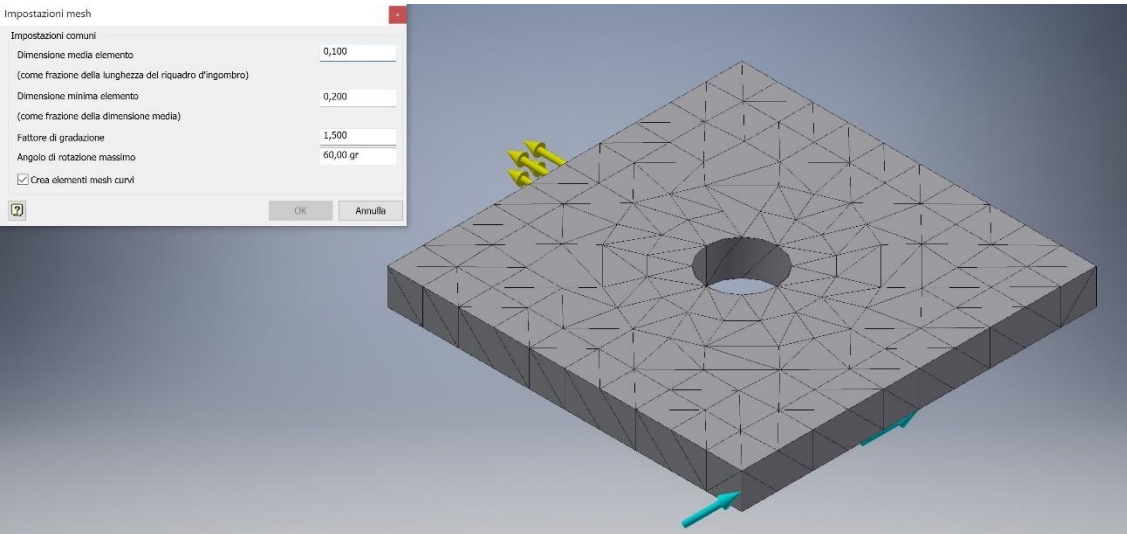


Immagine esemplificativa del posizionamento dei vincoli e del lato dove vengono applicate le sollecitazioni

MATERIALE	Acciaio	
CARATTERISTICHE GENERALI	Densità della massa	7,85 g/cm <sup>3</sup>
	Resistenza allo snervamento	207 MPa
	Resistenza massima a trazione	345 MPa
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE	Modulo di Young	210 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	80,7692 GPa

Abbiamo analizzato 2 tipologie di Mesh, una fitta e una un po' meno - mesh base di Inventor - (nella prossima slide sono presenti le caratteristiche precise) per andare a valutare la differenza di precisione di analisi del programma: per ognuno di esse ci siamo soffermati sulla prima sollecitazione e sullo spostamento.





$$A = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ mm}^2 \quad P = 50 \text{ MPa} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = F/A \rightarrow F = \sigma \cdot A = 50 \cdot 1000 = 50 \text{ kN}$$

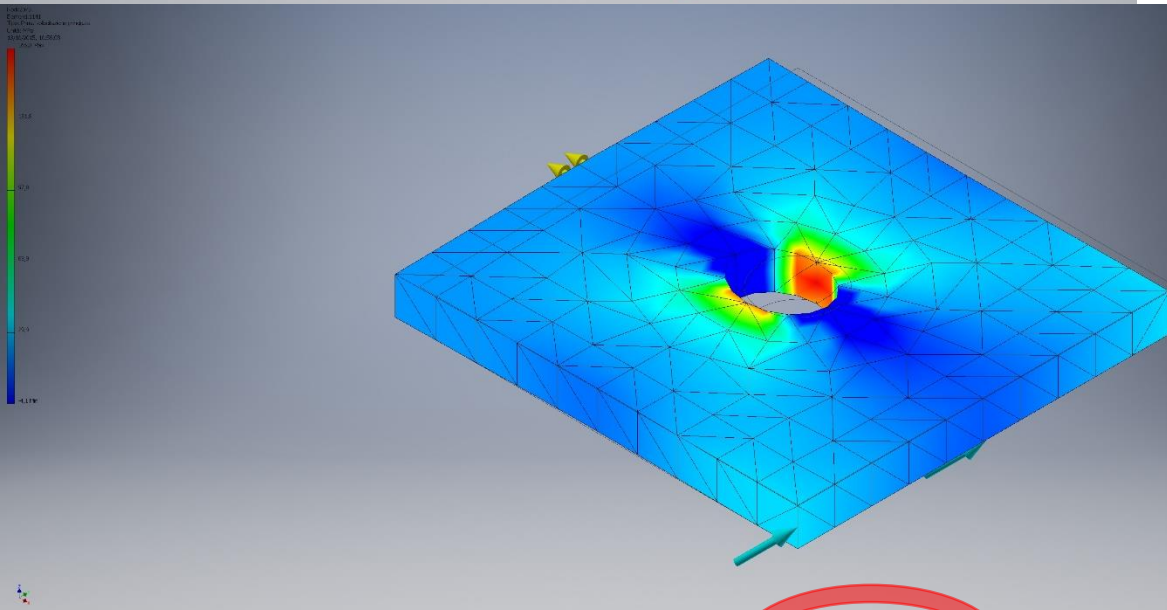
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,2) \cdot 100] \cdot 10 = 80 \cdot 10 = 800 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (50 \cdot 10^3) / 800 = 62,5 \text{ MPa}$$

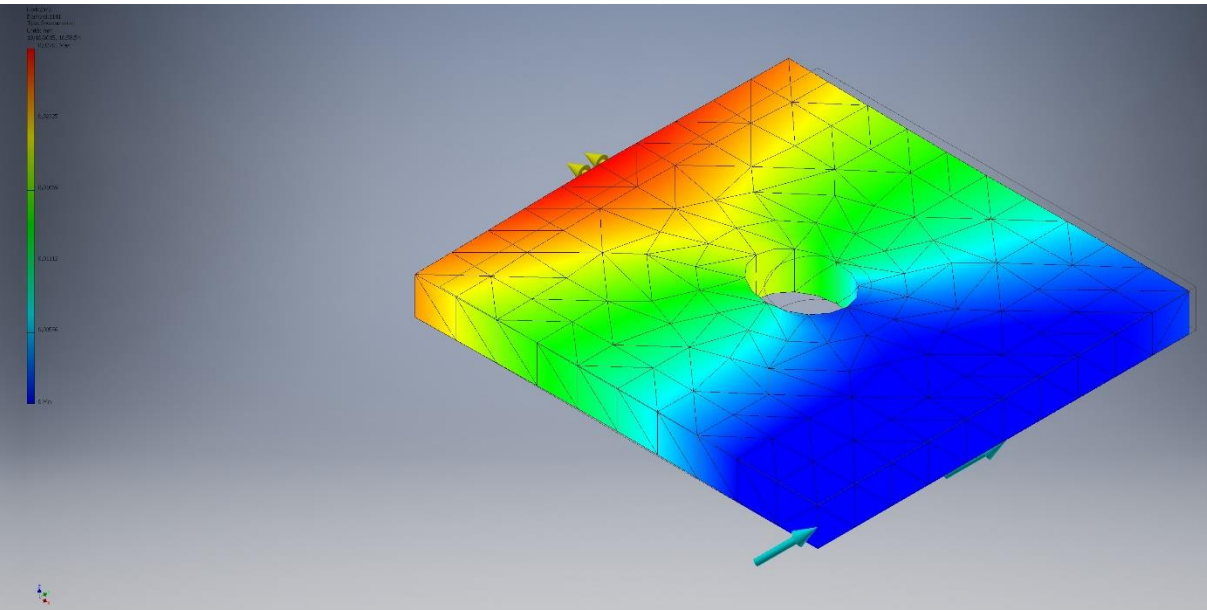
$$K_t = 2,55 \text{ per } d/H = 0,2 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,55 \cdot 62,5 = 159,4 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione

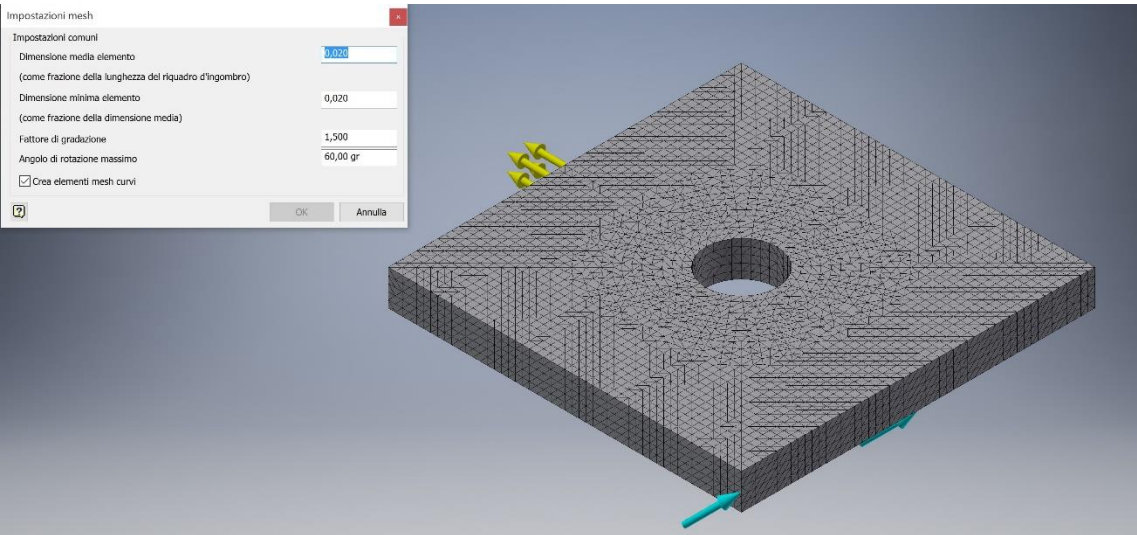


Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 165,8 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 0,02781 \text{ mm}$





$$A = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ mm}^2 \quad P = 50 \text{ MPa} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = F/A \rightarrow F = \sigma \cdot A = 50 \cdot 1000 = 50 \text{ kN}$$

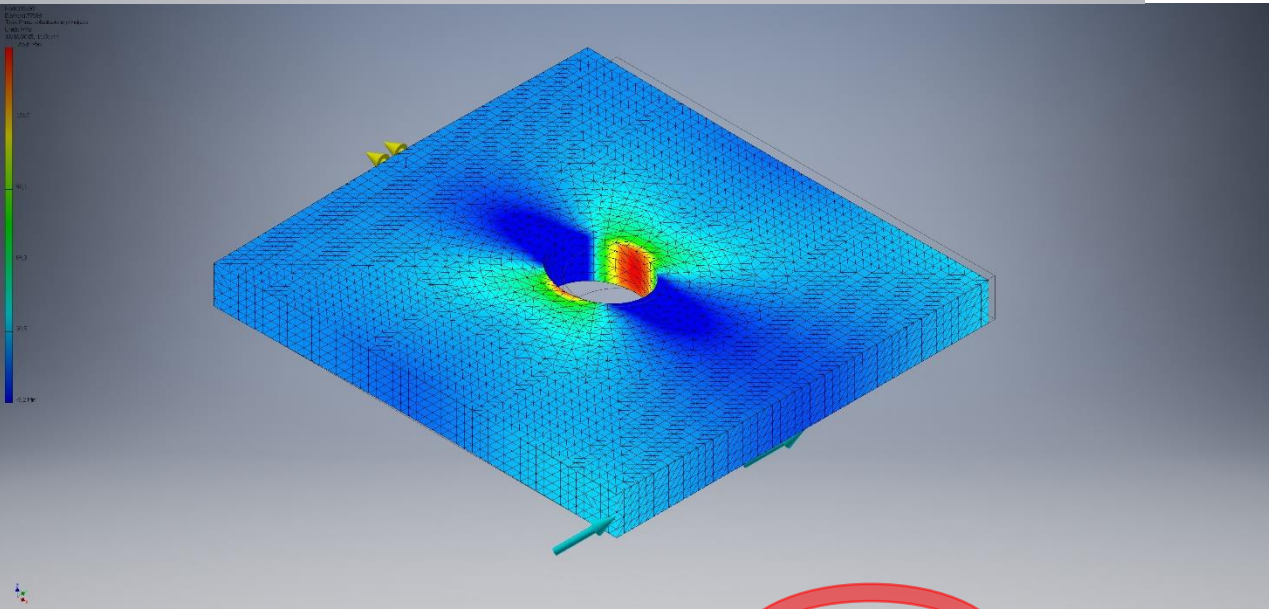
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,2) \cdot 100] \cdot 10 = 80 \cdot 10 = 800 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (50 \cdot 10^3) / 800 = 62,5 \text{ MPa}$$

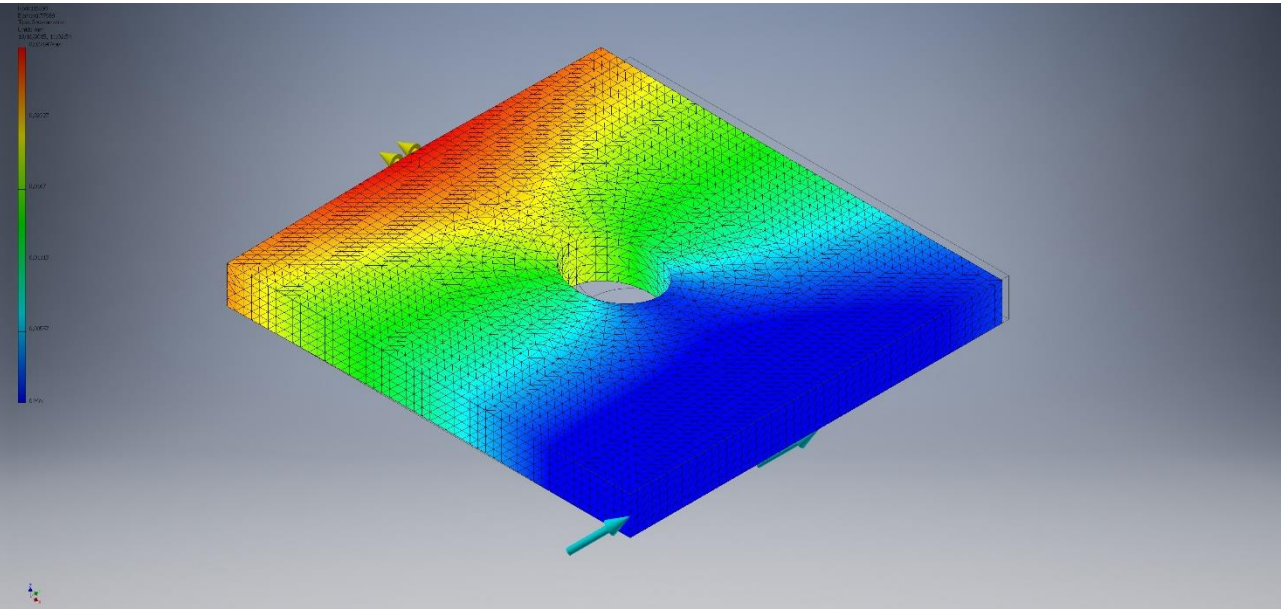
$$K_t = 2,55 \text{ per } d/H = 0,2 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,55 \cdot 62,5 = 159,4 \text{ MPa}$$

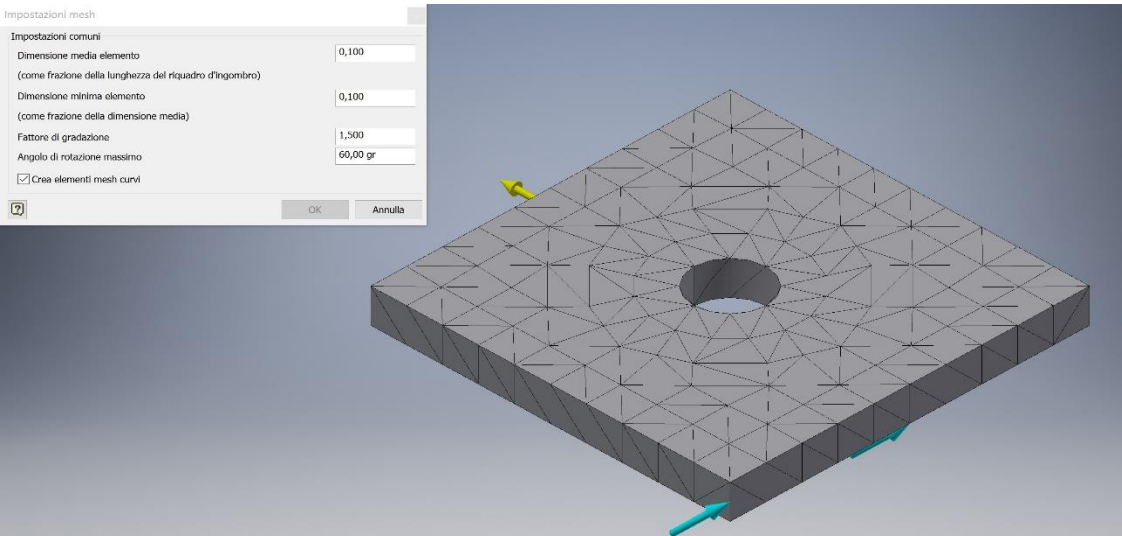
ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione



Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 165,6 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 0,02781 \text{ mm}$



$$A = 100 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2 \quad F = 10 \text{ N}$$

$$\sigma = F/A = 10 / 1000 = 0,01 \text{ MPa}$$

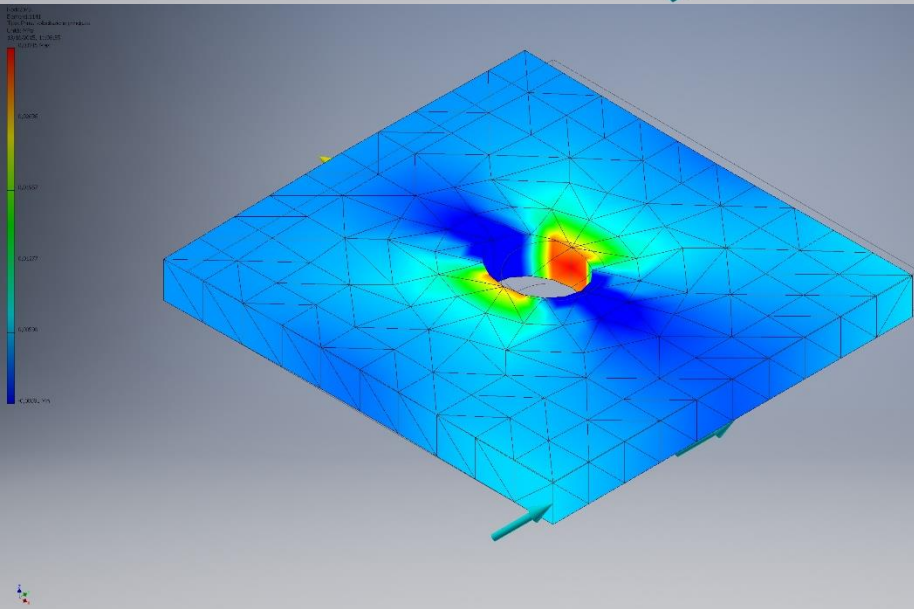
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,2) \cdot 100] \cdot 10 = 80 \cdot 10 = 800 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (10) / 800 = 0,0125 \text{ MPa}$$

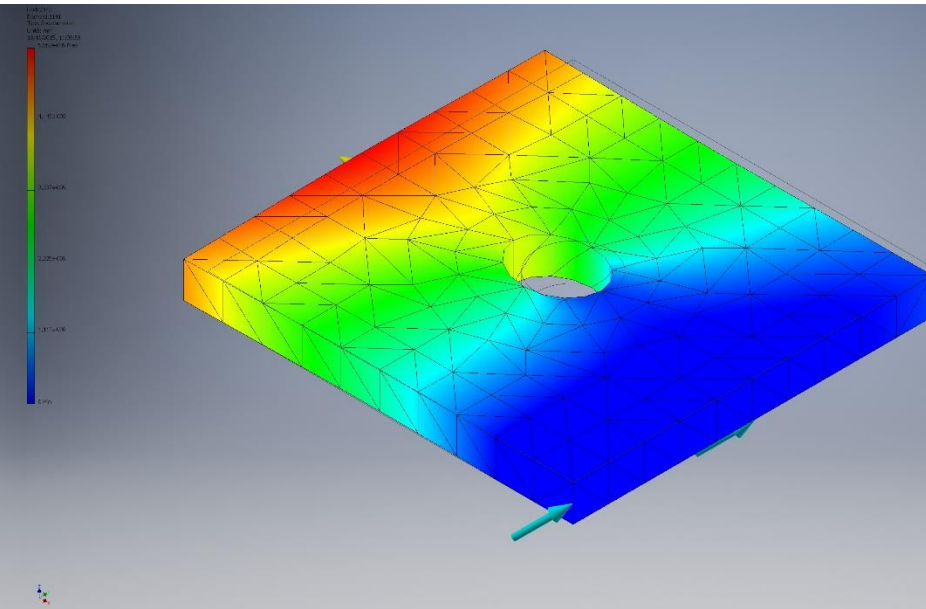
$$K_t = 2,55 \text{ per } d/H = 0,2 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,55 \cdot 0,0125 = 0,032 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione

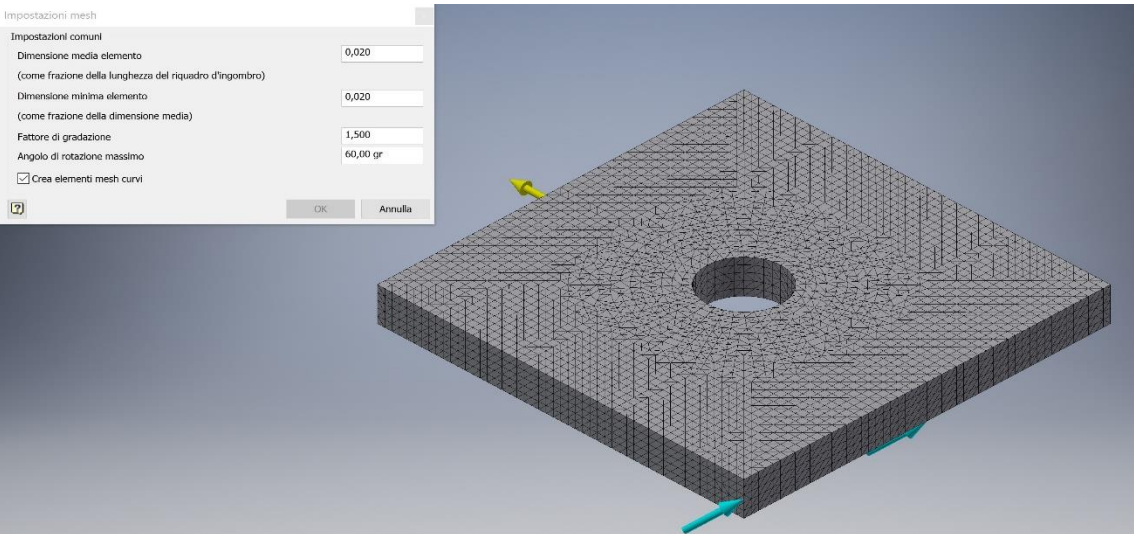


Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 0,03315 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 5,562e-006 \text{ mm}$





$$A = 100 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2 \quad F = 10 \text{ N}$$

$$\sigma = F/A = 10 / 1000 = 0,01 \text{ MPa}$$

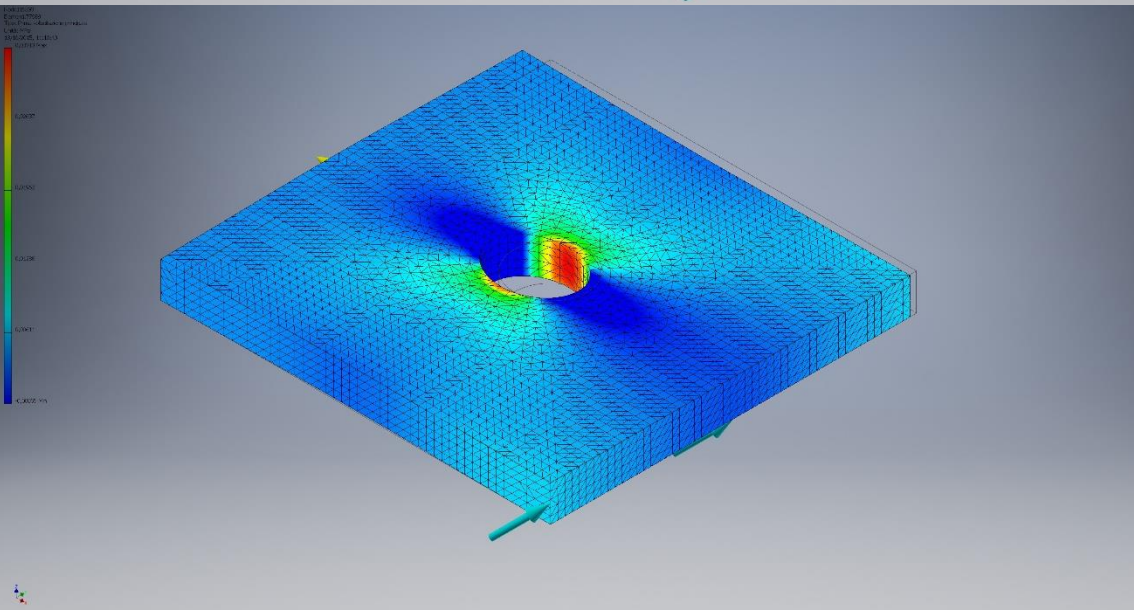
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,2) \cdot 100] \cdot 10 = 80 \cdot 10 = 800 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (10) / 800 = 0,0125 \text{ MPa}$$

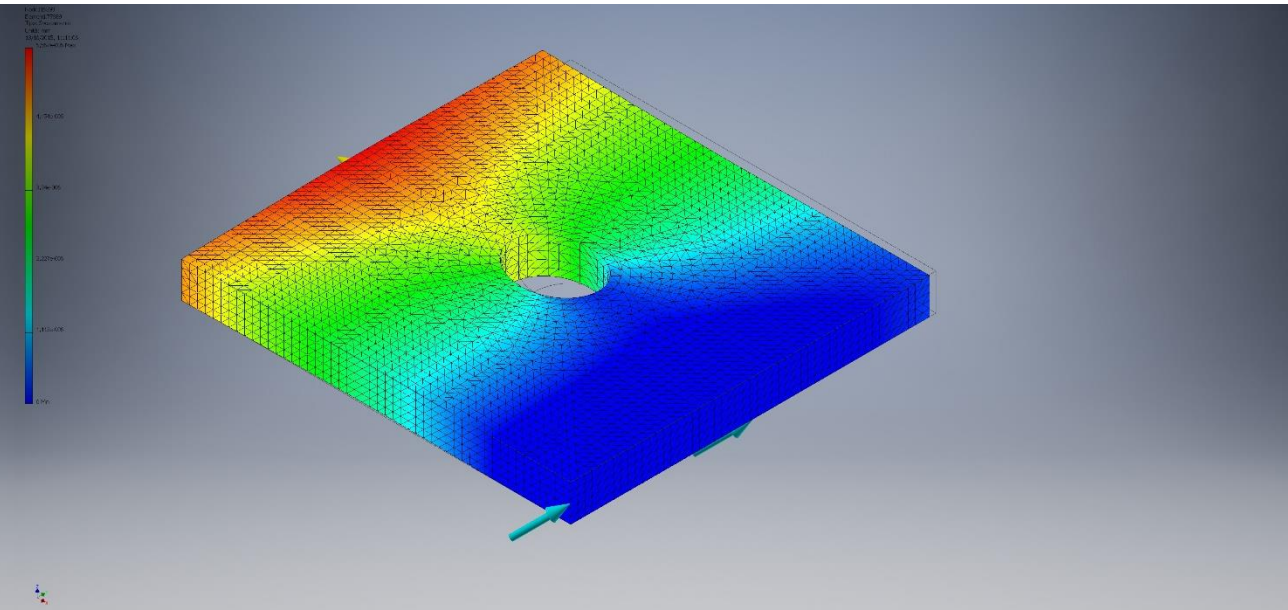
$$K_t = 2,55 \text{ per } d/H = 0,2 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,55 \cdot 0,0125 = 0,032 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione



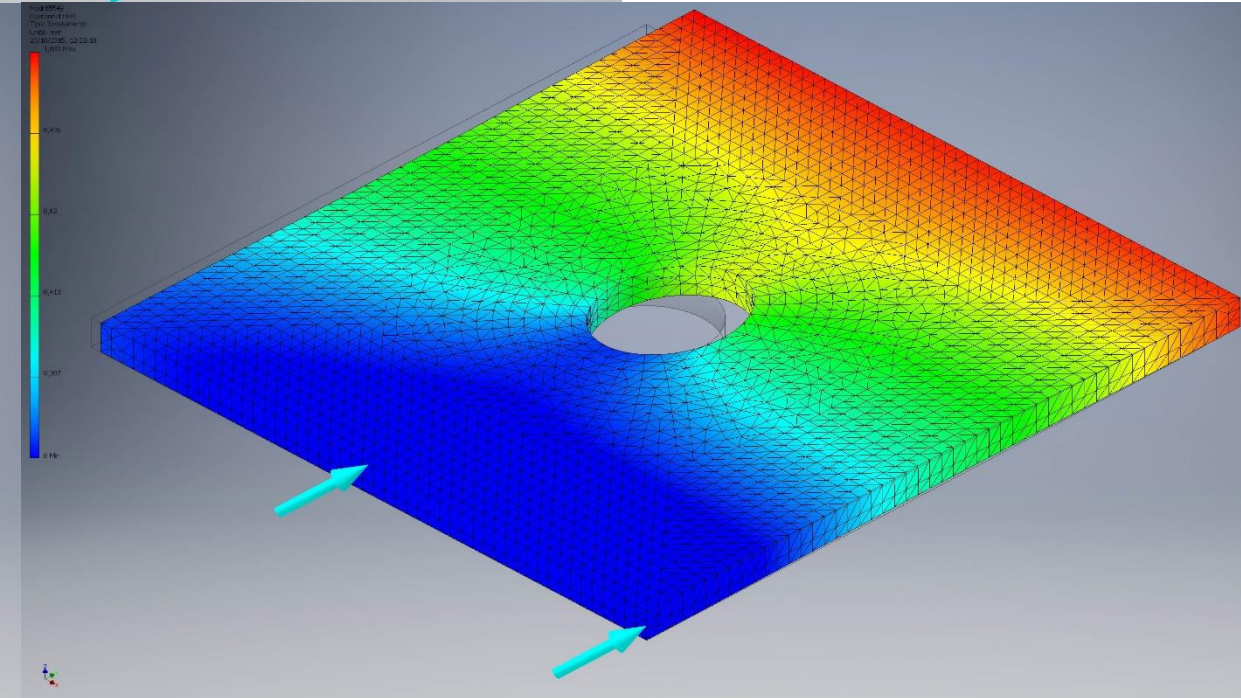
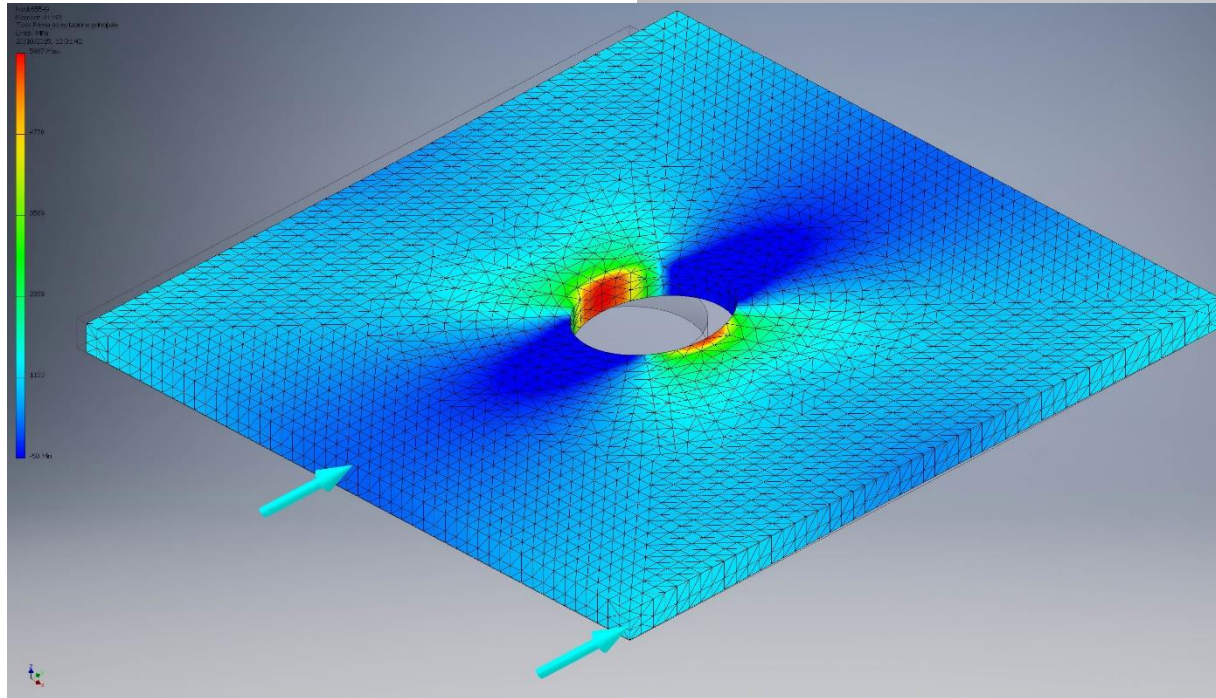
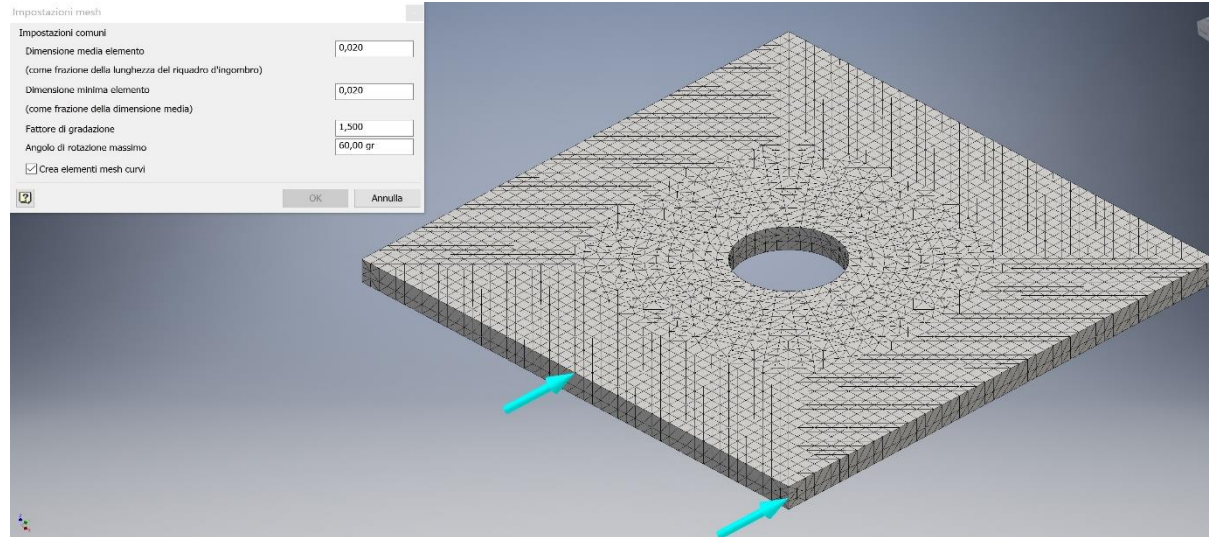
Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 0,03313 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 5,567e-006 \text{ mm}$



# ANALISI SPOSTAMENTO IMPOSTO IN DIREZIONE Y CON VALORE PARI A 1 MM



## LASTRA con FORO = 0,5 L

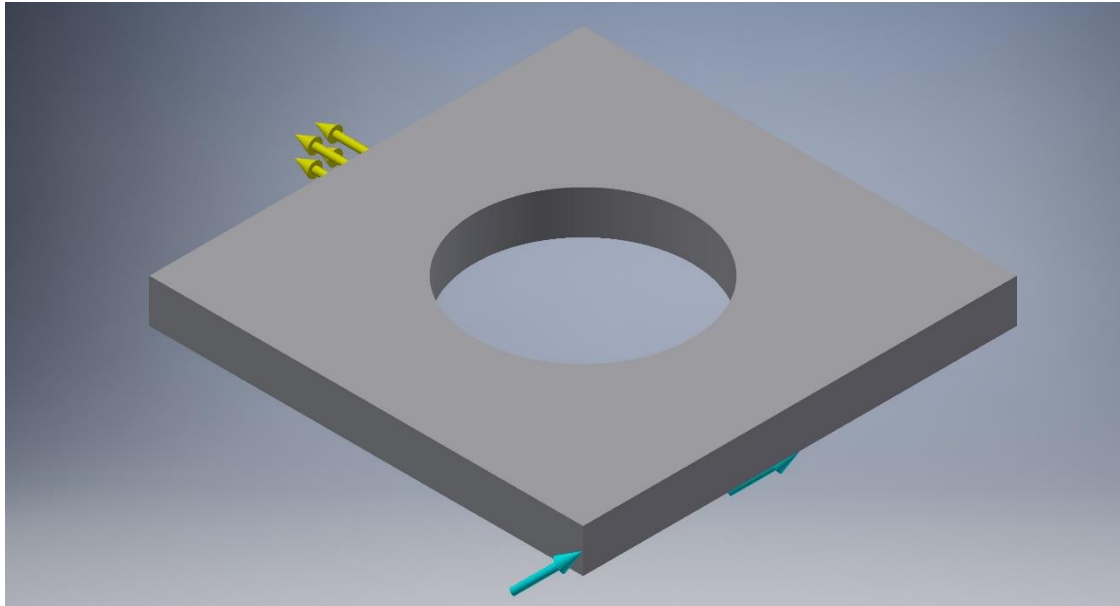
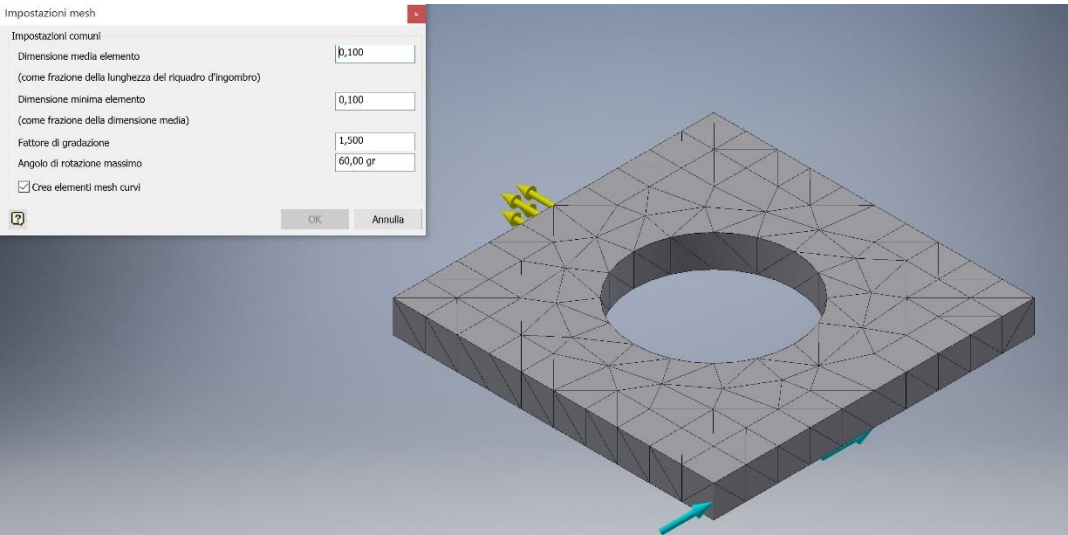


Immagine esemplificativa del posizionamento dei vincoli e del lato dove vengono applicate le sollecitazioni

MATERIALE	Acciaio	
CARATTERISTICHE GENERALI	Densità della massa	7,85 g/cm <sup>3</sup>
	Resistenza allo snervamento	207 MPa
	Resistenza massima a trazione	345 MPa
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE	Modulo di Young	210 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	80,7692 GPa

Abbiamo analizzato 2 tipologie di Mesh, una fitta e una un po' meno - mesh base di Inventor - (nella prossima slide sono presenti le caratteristiche precise) per andare a valutare la differenza di precisione di analisi del programma: per ognuno di esse ci siamo soffermati sulla prima sollecitazione e sullo spostamento.



$$A = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ mm}^2 \quad P = 50 \text{ MPa} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = F/A \rightarrow F = \sigma \cdot A = 50 \cdot 1000 = 50 \text{ kN}$$

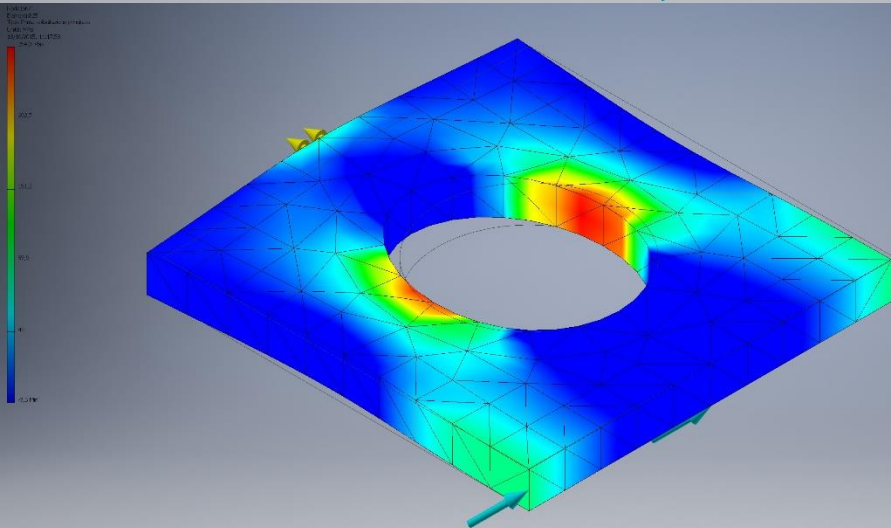
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,5) \cdot 100] \cdot 10 = 50 \cdot 10 = 500 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (50 \cdot 10^3) / 500 = 100 \text{ MPa}$$

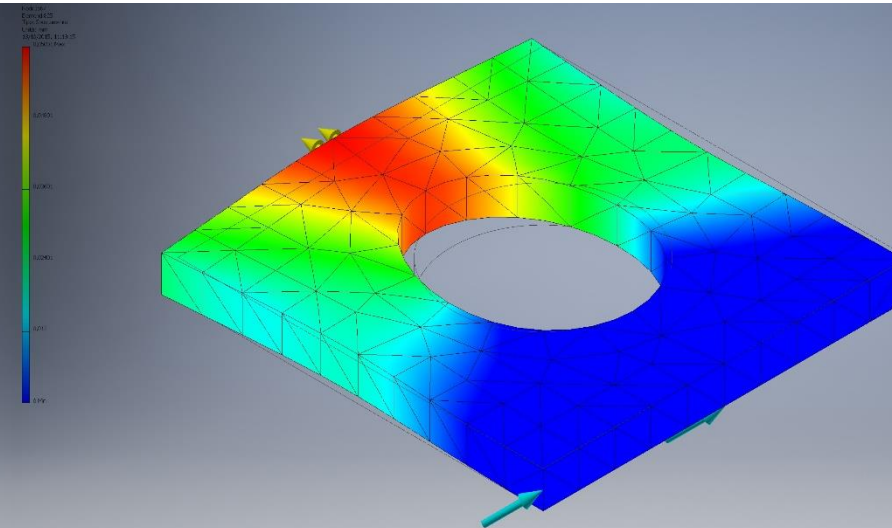
$$K_t = 2,15 \text{ per } d/H = 0,5 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,15 \cdot 100 = 215 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione

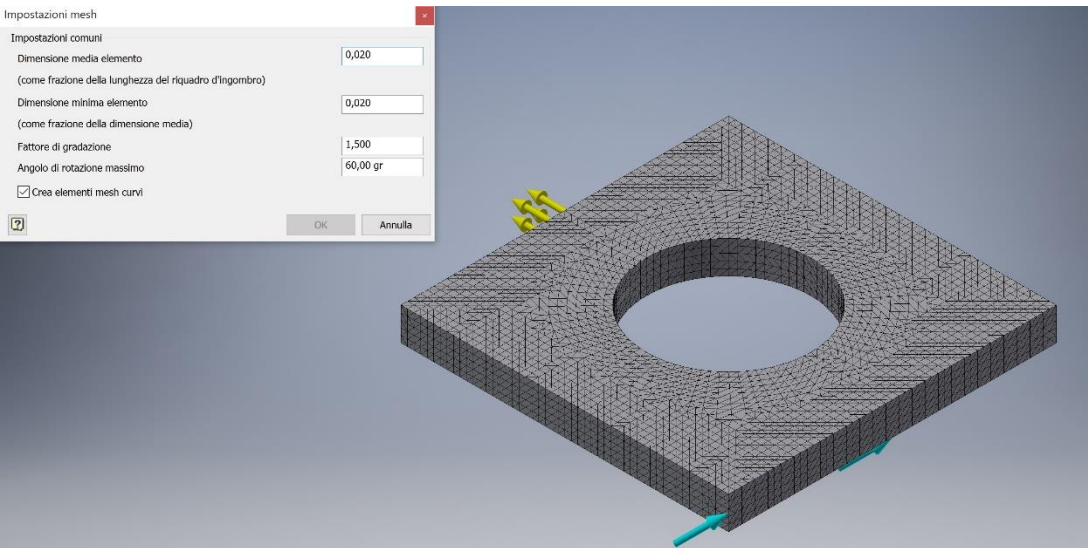


Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 254,3 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 0,05001 \text{ mm}$





$$A = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ mm}^2 \quad P = 50 \text{ MPa} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = F/A \rightarrow F = \sigma \cdot A = 50 \cdot 1000 = 50 \text{ kN}$$

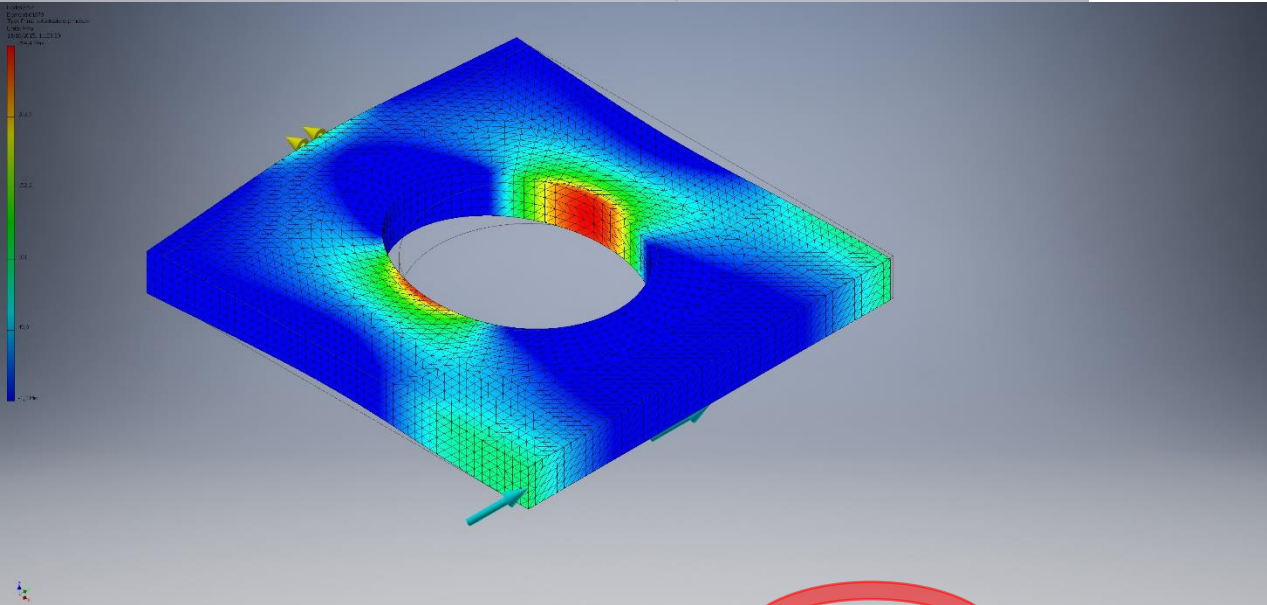
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,5) \cdot 100] \cdot 10 = 50 \cdot 10 = 500 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (50 \cdot 10^3) / 500 = 100 \text{ MPa}$$

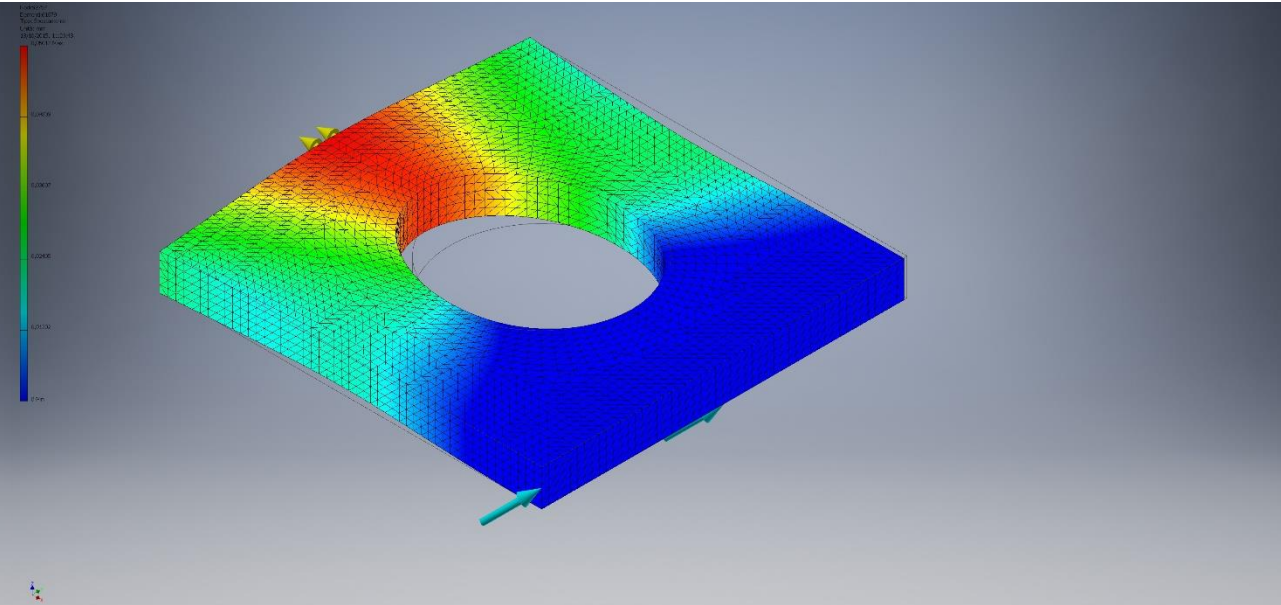
$$K_t = 2,15 \text{ per } d/H = 0,5 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,15 \cdot 100 = 215 \text{ MPa}$$

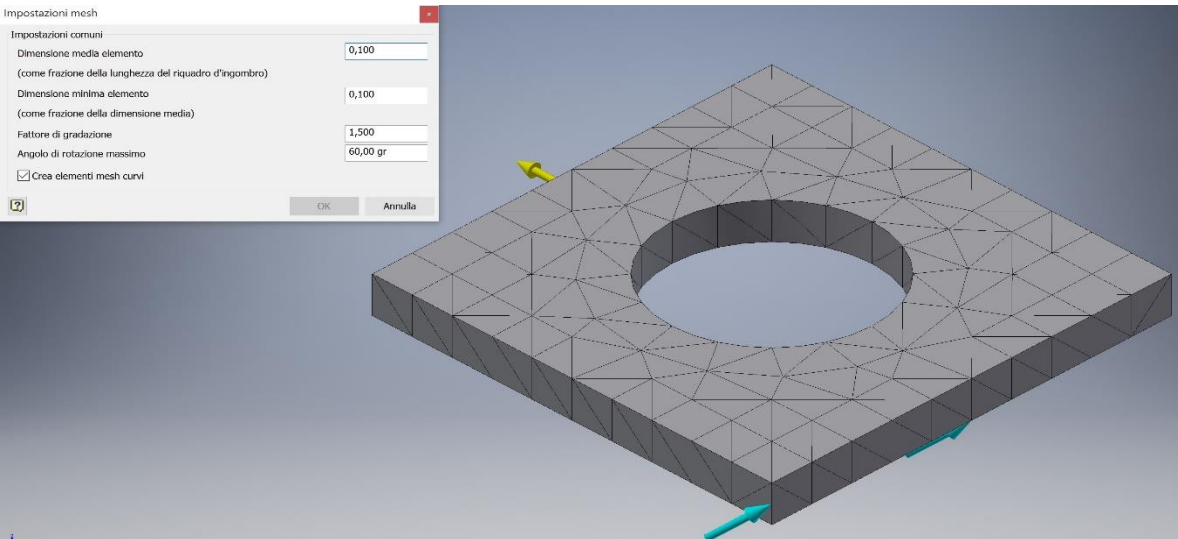
ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione



Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 254,4 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 0,05012 \text{ mm}$



$$A = 100 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2 \quad F = 10 \text{ N}$$

$$\sigma = F/A = 10 / 1000 = 0,01 \text{ MPa}$$

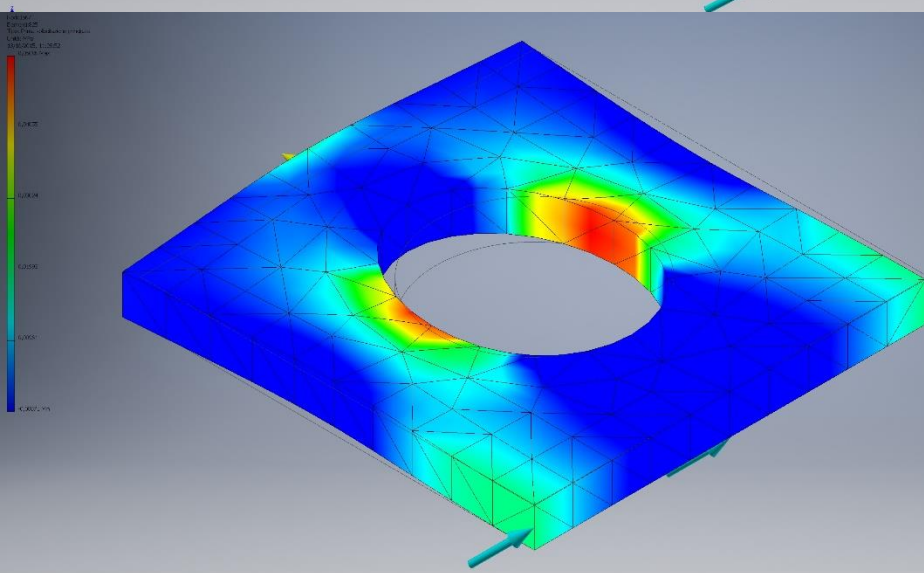
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,5) \cdot 100] \cdot 10 = 50 \cdot 10 = 500 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (10) / 500 = 0,02 \text{ MPa}$$

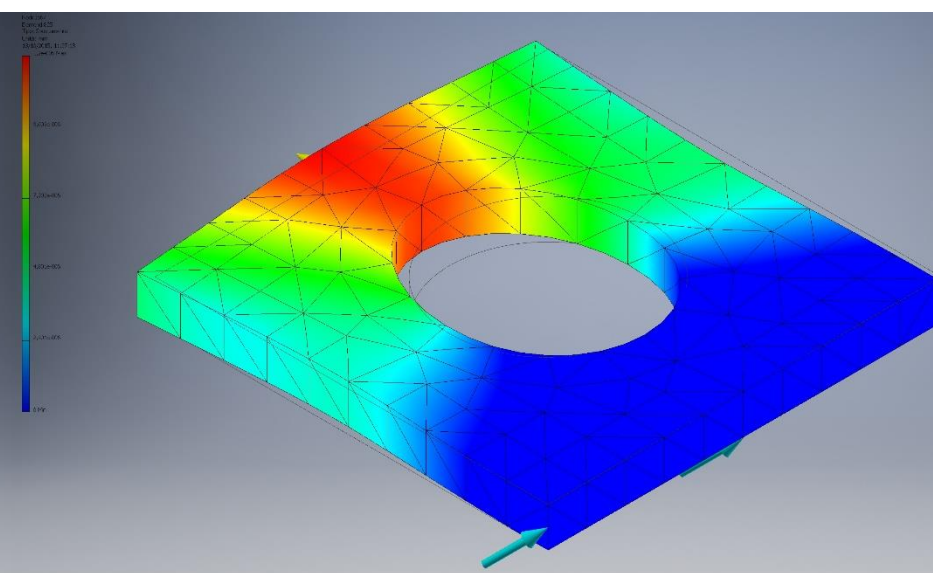
$$K_t = 2,15 \text{ per } d/H = 0,5 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,15 \cdot 0,02 = 0,043 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione

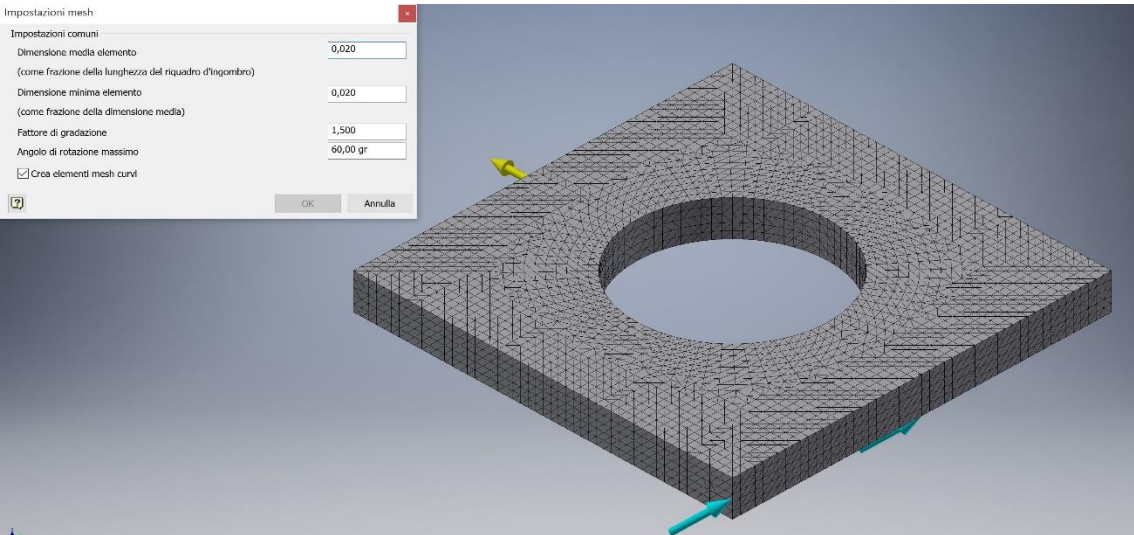


Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 0,05086 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 1,2e-005 \text{ mm}$





$$A = 100 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2 \quad F = 10 \text{ N}$$

$$\sigma = F/A = 10 / 1000 = 0,01 \text{ MPa}$$

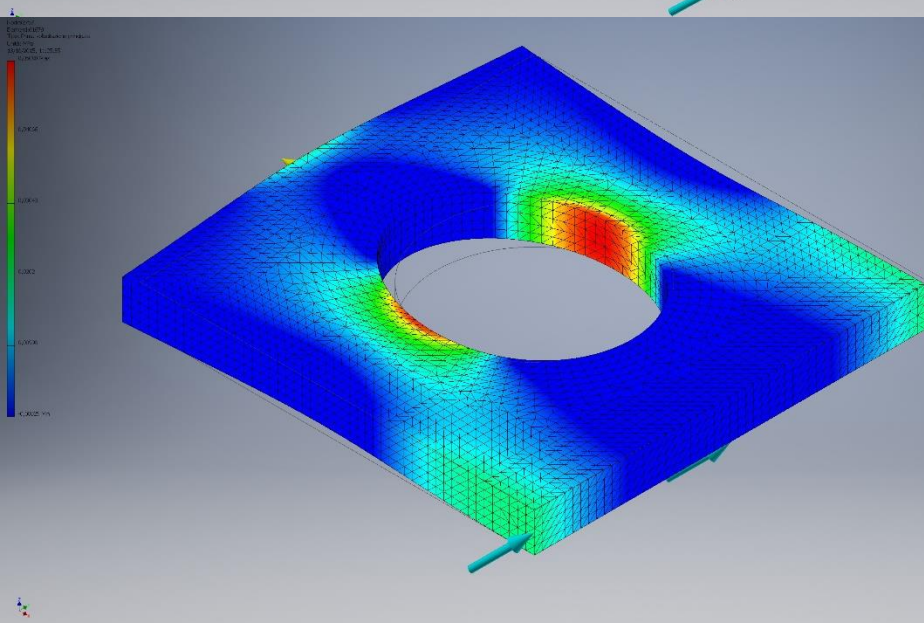
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,5) \cdot 100] \cdot 10 = 50 \cdot 10 = 500 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (10) / 500 = 0,02 \text{ MPa}$$

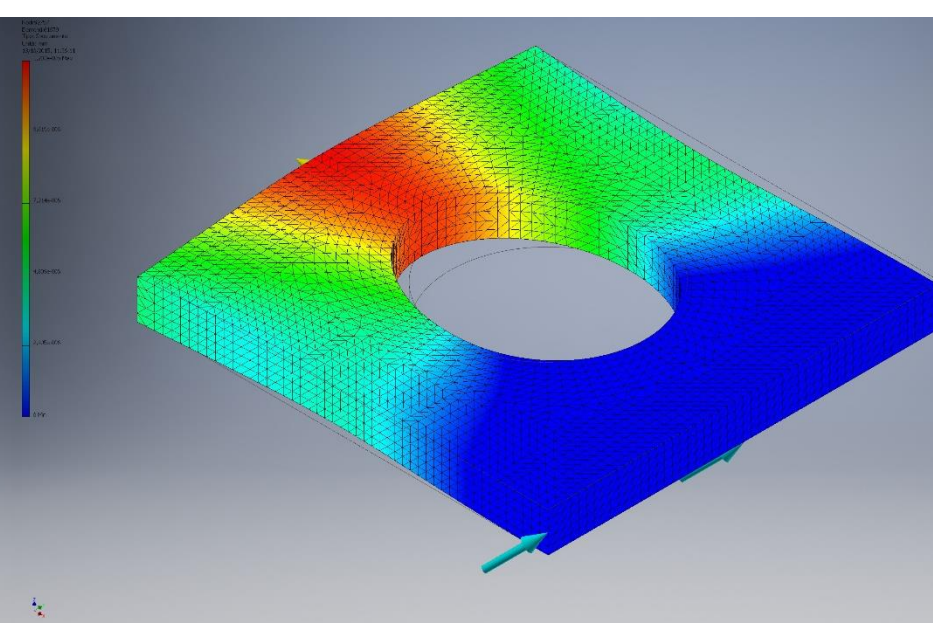
$$K_t = 2,15 \text{ per } d/H = 0,5 \text{ (da manuale Peterson)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2,15 \cdot 0,02 = 0,043 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione

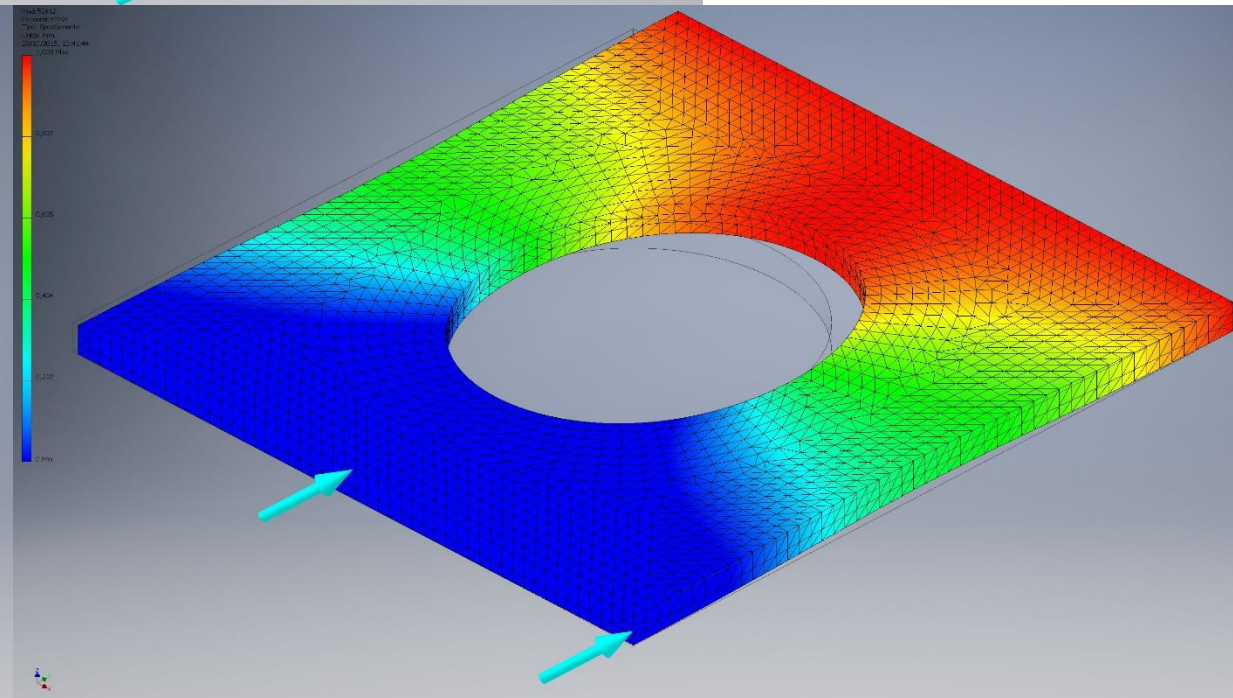
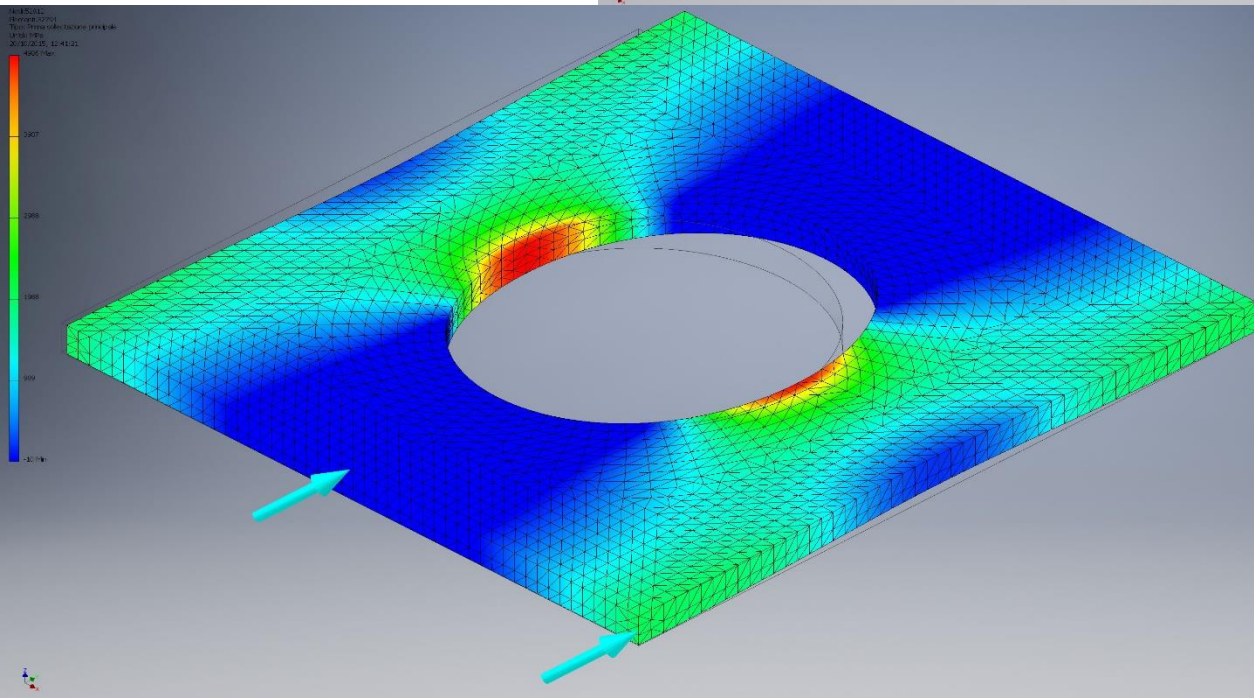
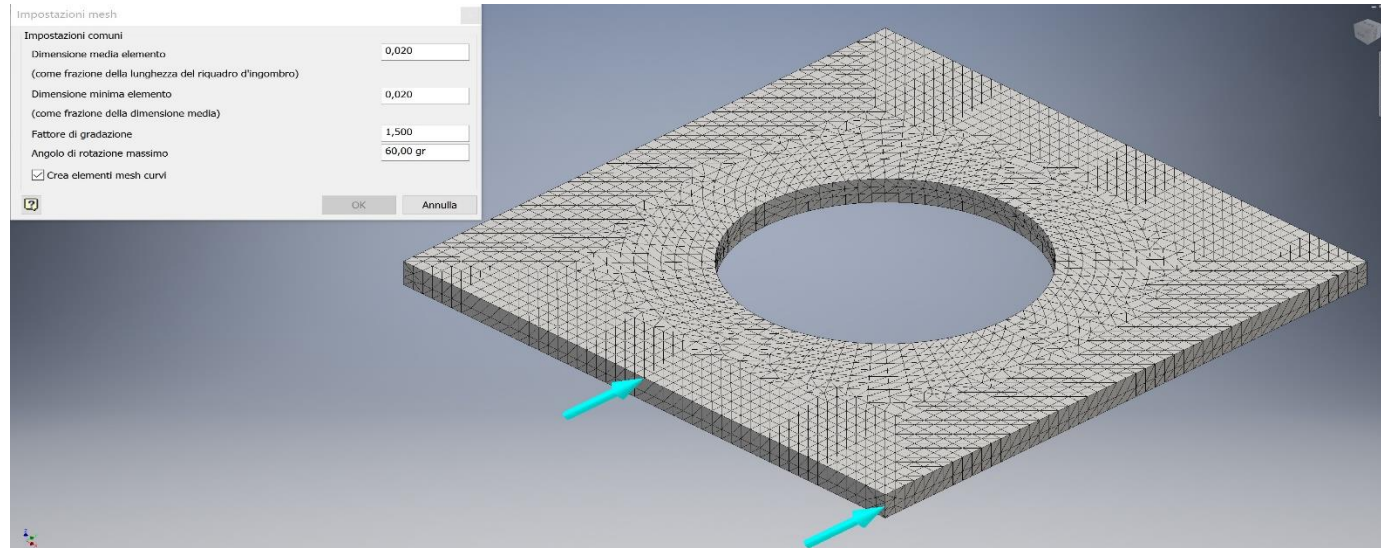


Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 0,05088 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 1,202e-005 \text{ mm}$

# ANALISI SPOSTAMENTO IMPOSTO IN DIREZIONE Y CON VALORE PARI A 1 MM





## LASTRA con FORO = 0,9 L

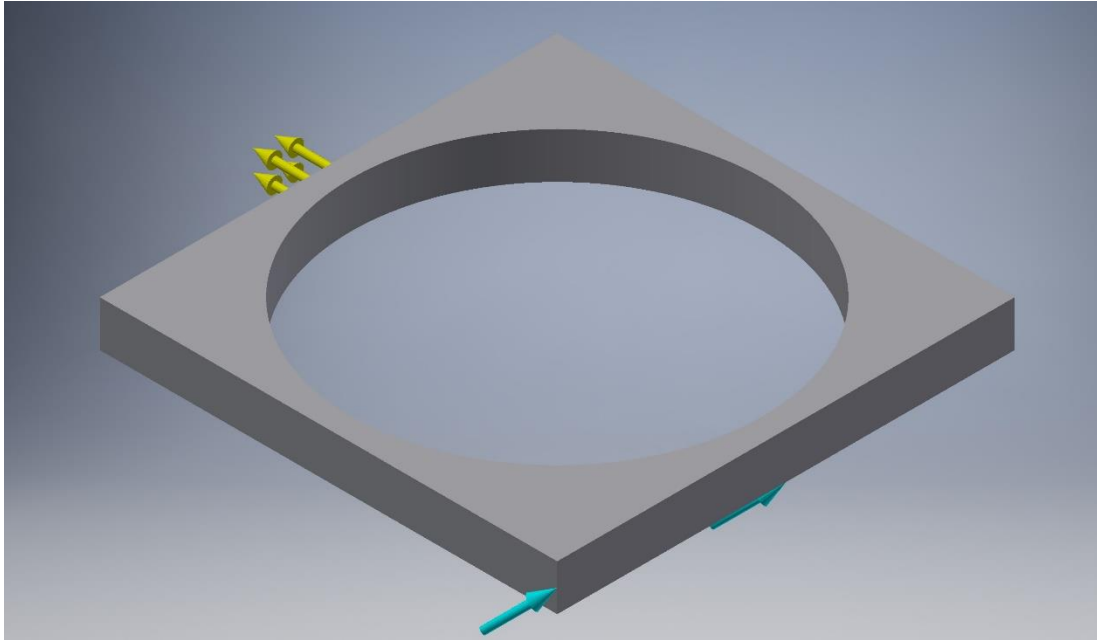
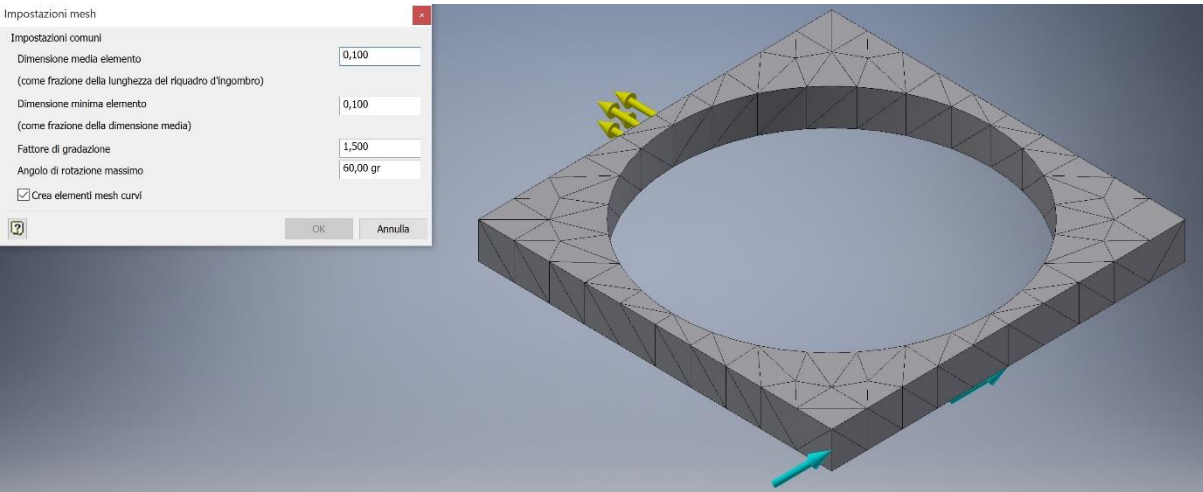


Immagine esemplificativa del posizionamento dei vincoli e del lato dove vengono applicate le sollecitazioni

MATERIALE	Acciaio	
CARATTERISTICHE GENERALI	Densità della massa	7,85 g/cm <sup>3</sup>
	Resistenza allo snervamento	207 MPa
	Resistenza massima a trazione	345 MPa
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE	Modulo di Young	210 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	80,7692 GPa

Abbiamo analizzato 2 tipologie di Mesh, una fitta e una un po' meno - mesh base di Inventor - (nella prossima slide sono presenti le caratteristiche precise) per andare a valutare la differenza di precisione di analisi del programma: per ognuno di esse ci siamo soffermati sulla prima sollecitazione e sullo spostamento.



$$A = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ mm}^2 \quad P = 50 \text{ MPa} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = F/A \rightarrow F = \sigma \cdot A = 50 \cdot 1000 = 50 \text{ kN}$$

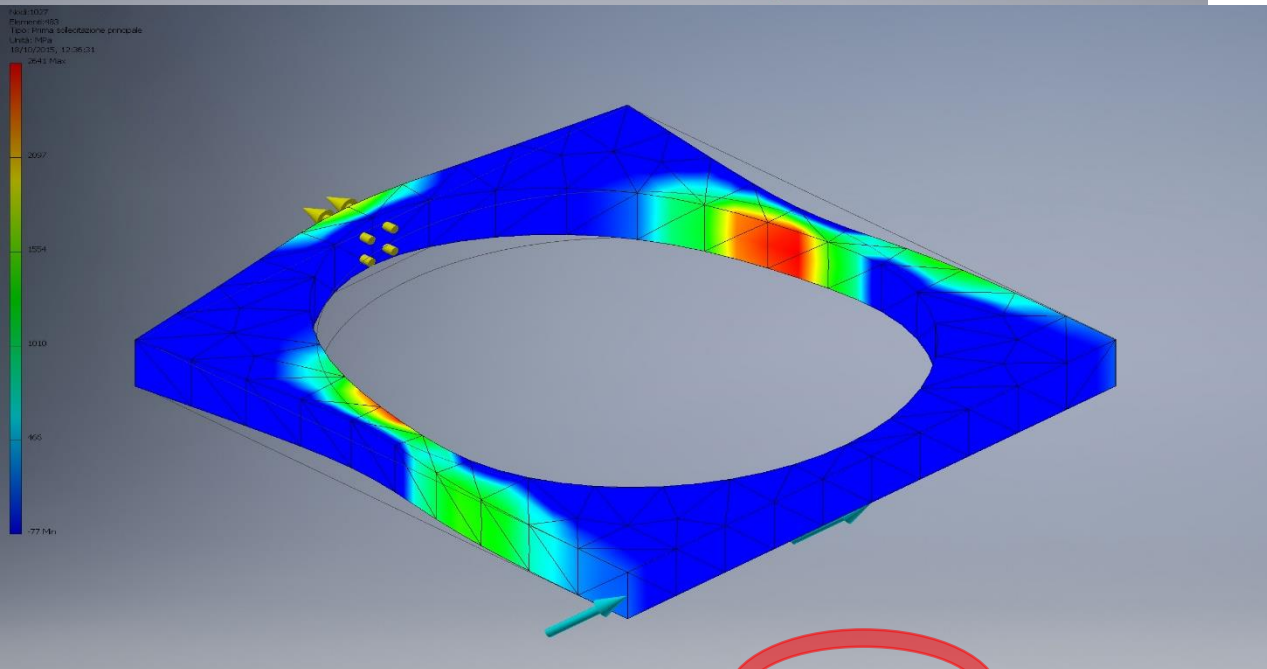
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,9) \cdot 100] \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (50 \cdot 10^3) / 100 = 500 \text{ MPa}$$

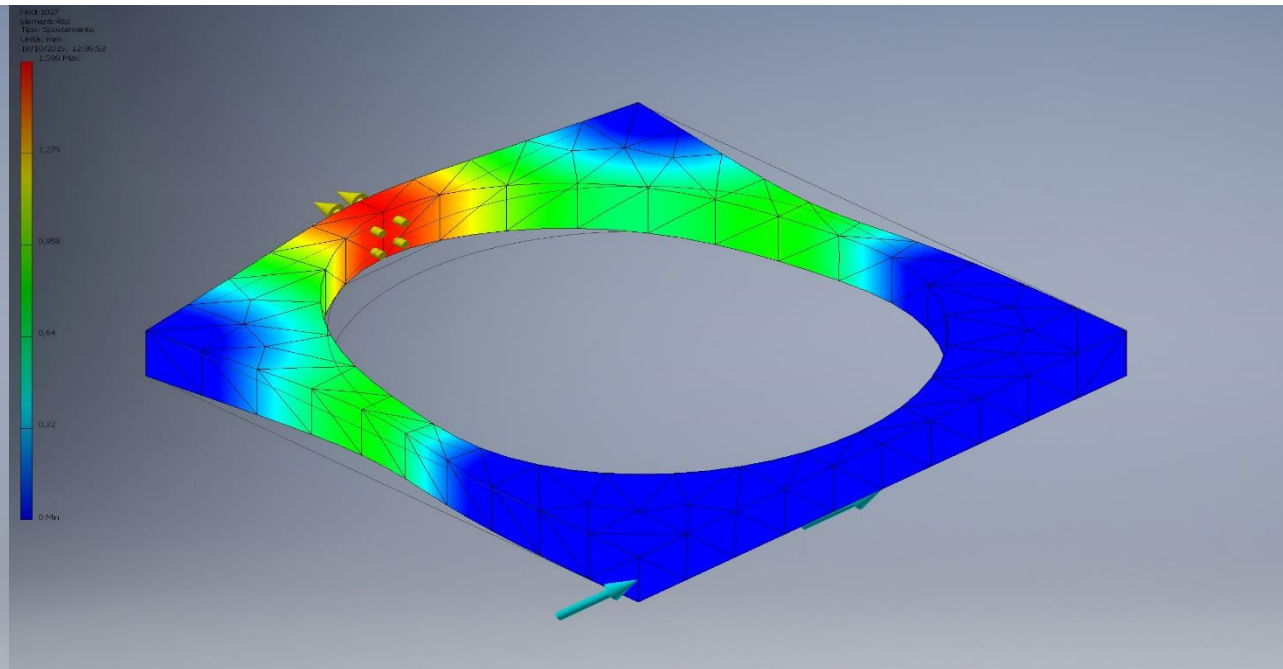
$$K_t = 2 \text{ per } d/H = 0,9 \text{ (da manuale Peterson: non viene definito al meglio per questo rapporto; il valore è stato assunto come verosimile)}$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ MPa}$$

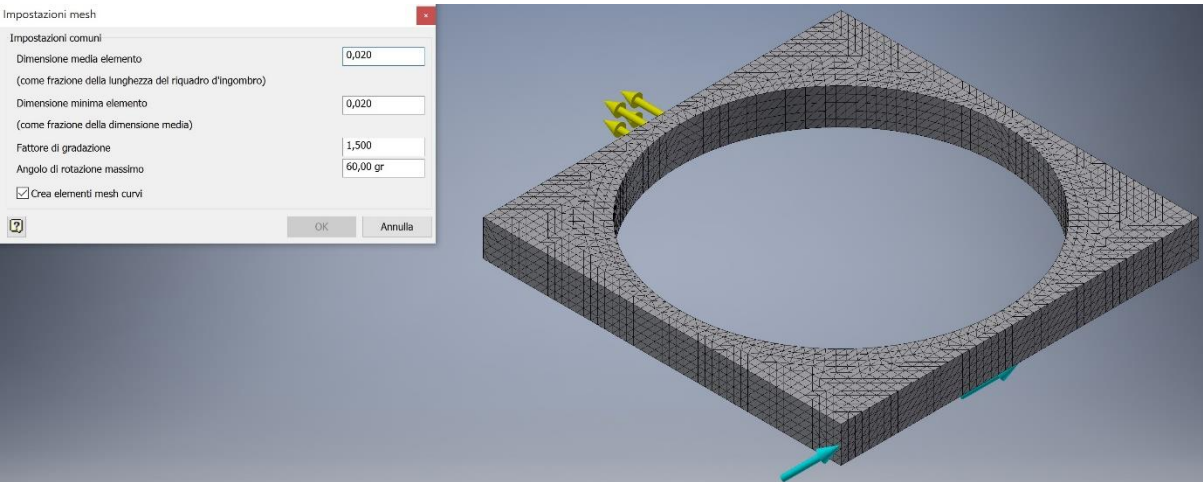
ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione



Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 2641 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 1,599 \text{ mm}$



$$A = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ mm}^2 \quad P = 50 \text{ MPa} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = F/A \rightarrow F = \sigma \cdot A = 50 \cdot 1000 = 50 \text{ kN}$$

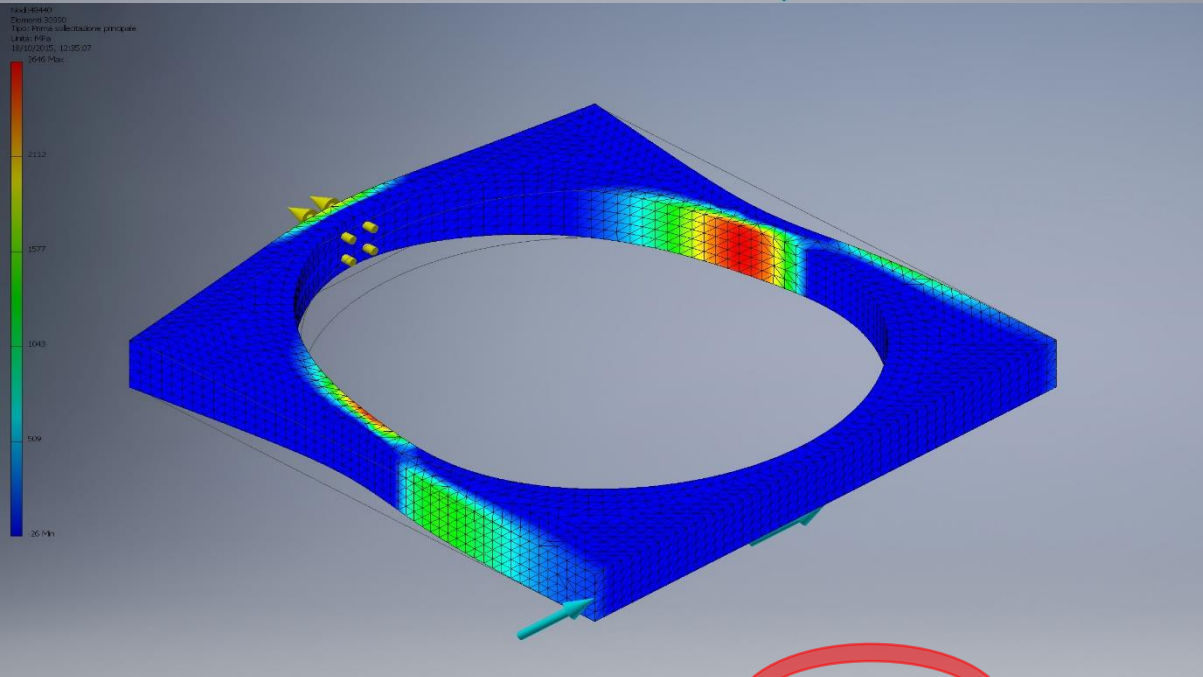
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,9) \cdot 100] \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (50 \cdot 10^3) / 100 = 500 \text{ MPa}$$

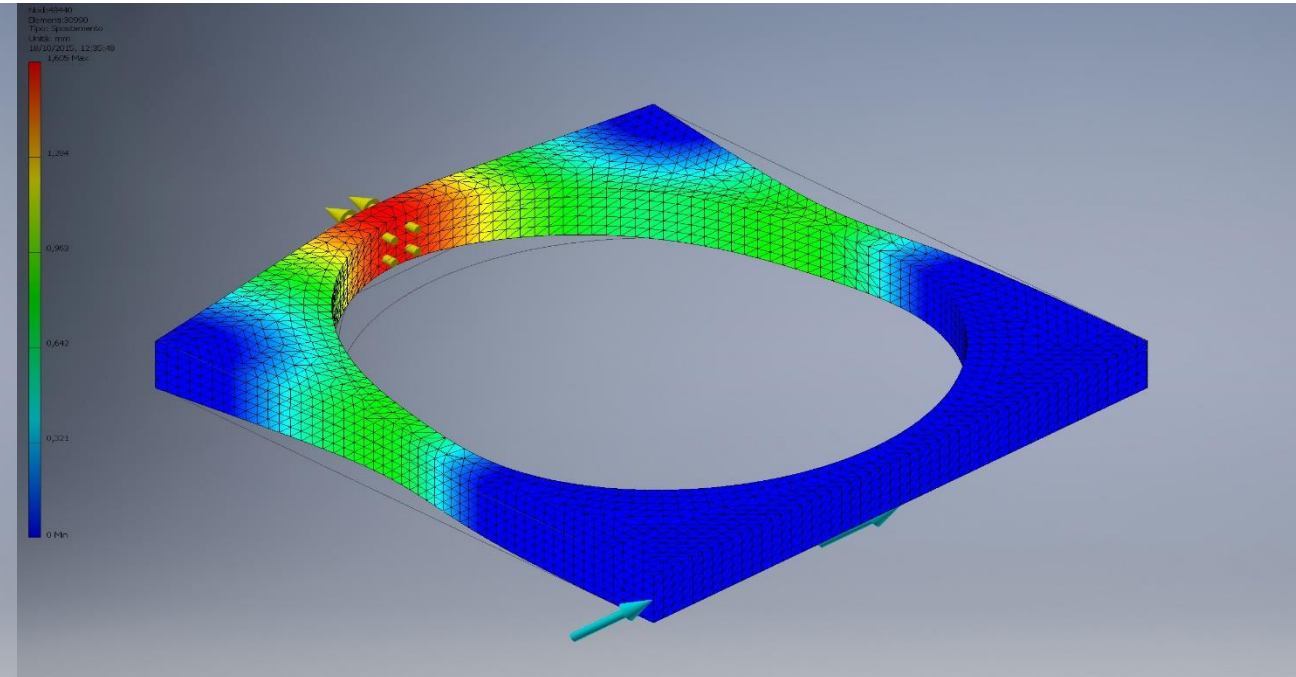
$K_t = 2$  per  $d/H = 0,9$  (da manuale Peterson: non viene definito al meglio per questo rapporto; il valore è stato assunto come verosimile)

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione

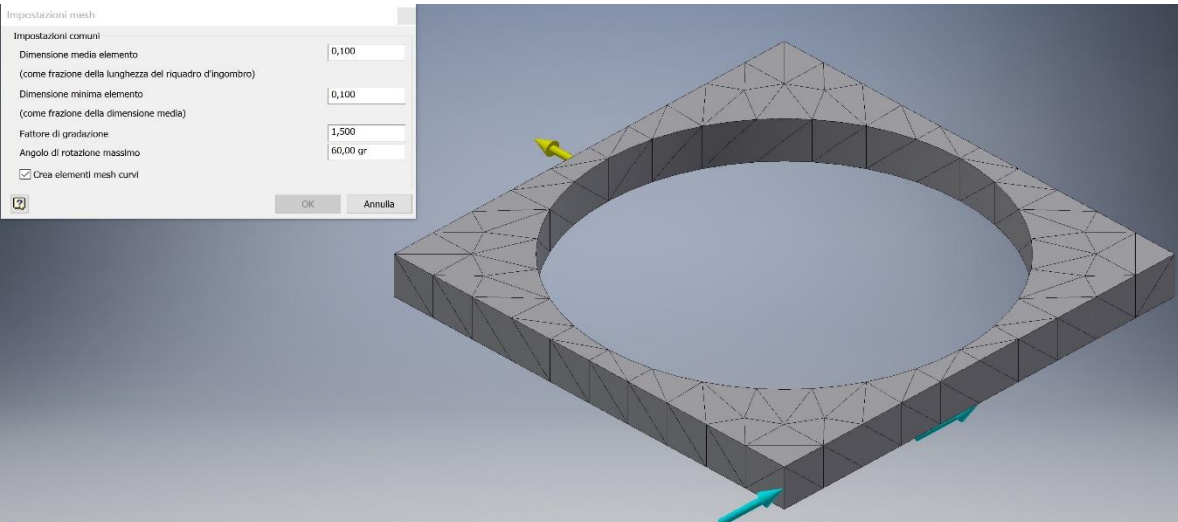


Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 2646 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 1,605 \text{ mm}$





$$A = 100 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2 \quad F = 10 \text{ N}$$

$$\sigma = F/A = 10 / 1000 = 0,01 \text{ MPa}$$

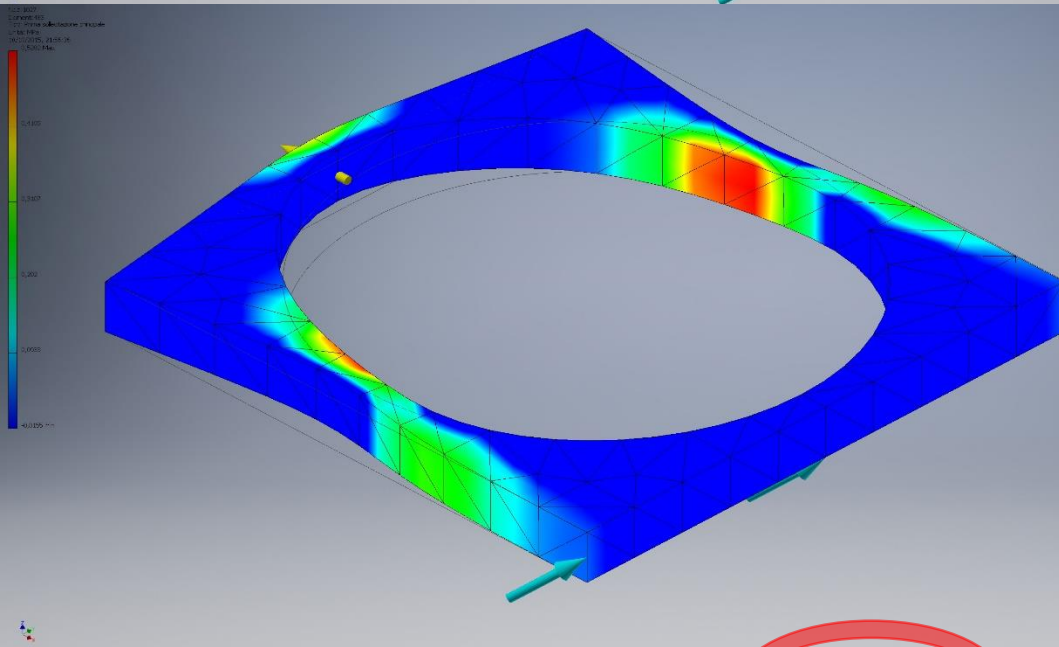
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,9) \cdot 100] \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (10) / 100 = 0,1 \text{ MPa}$$

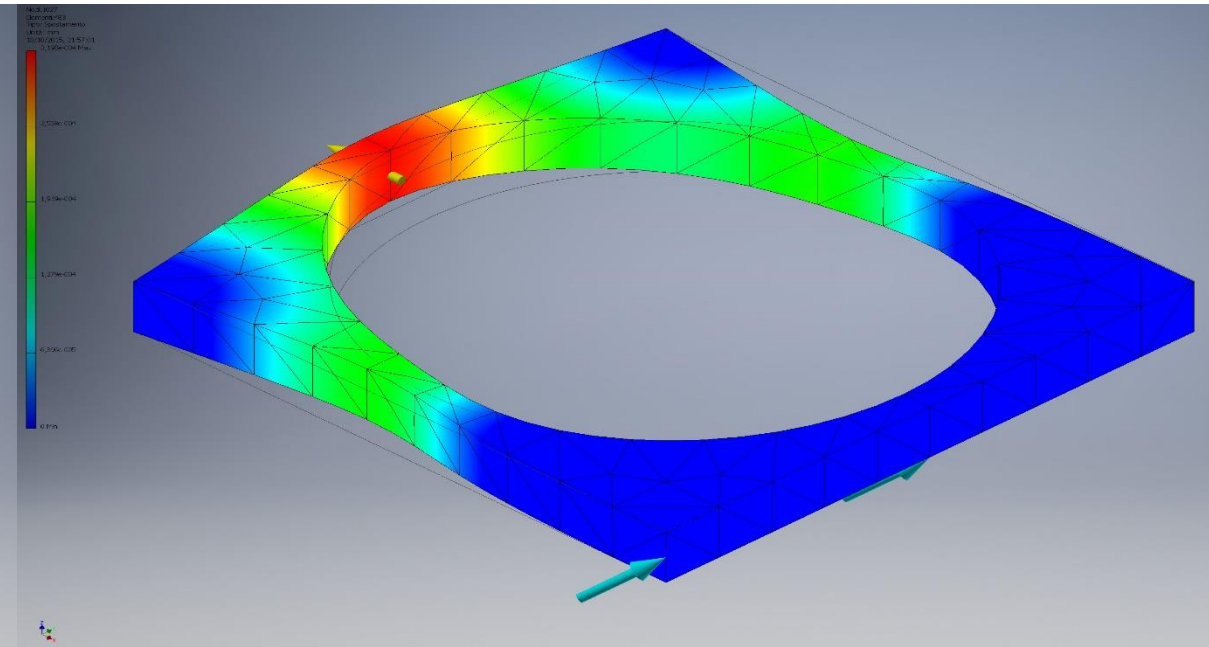
$K_t = 2$  per  $d/H = 0,9$  (da manuale Peterson: **non viene definito al meglio per questo rapporto; il valore è stato assunto come verosimile**)

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ MPa}$$

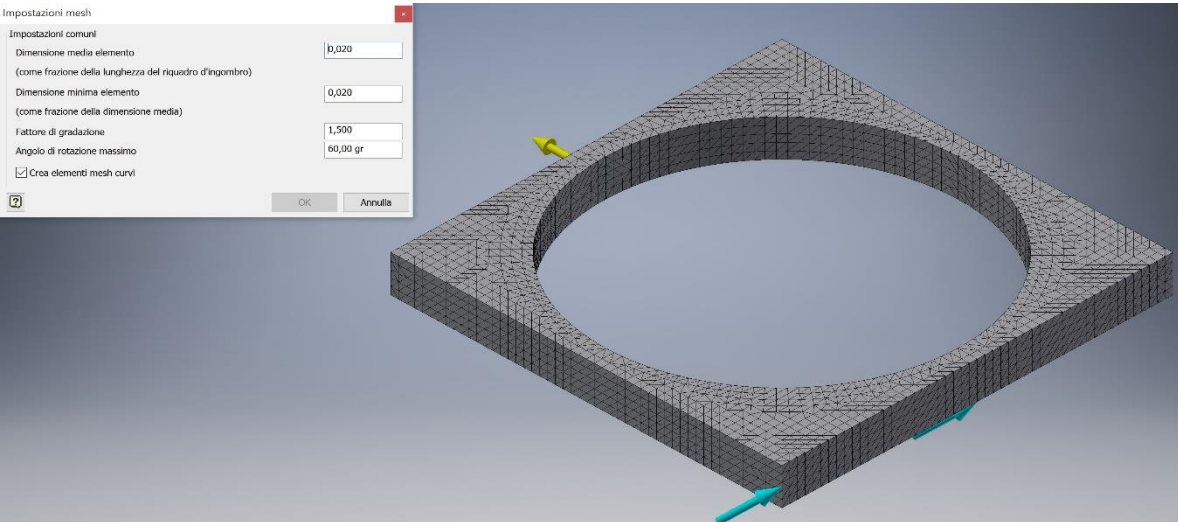
ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione



Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 0,5282 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 3,198e-004 \text{ mm}$



$$A = 100 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2 \quad F = 10 \text{ N}$$

$$\sigma = F/A = 10 / 1000 = 0,01 \text{ MPa}$$

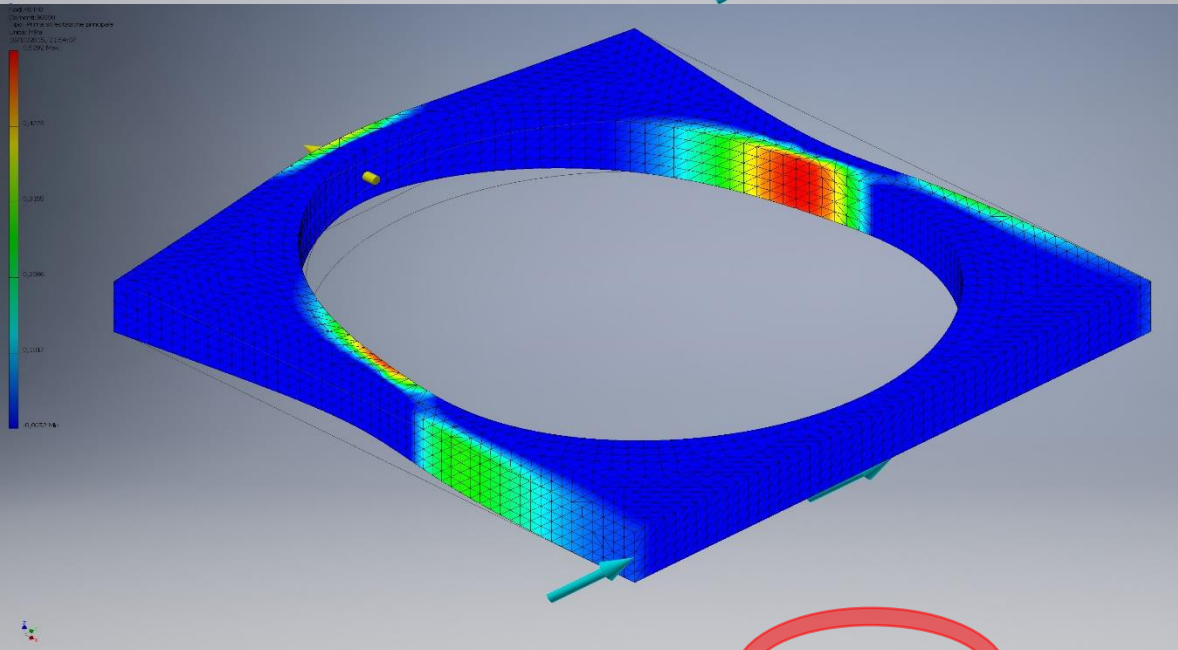
$$A_{\text{netta}} = [100 - (0,9) \cdot 100] \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{netta}} = (10) / 100 = 0,1 \text{ MPa}$$

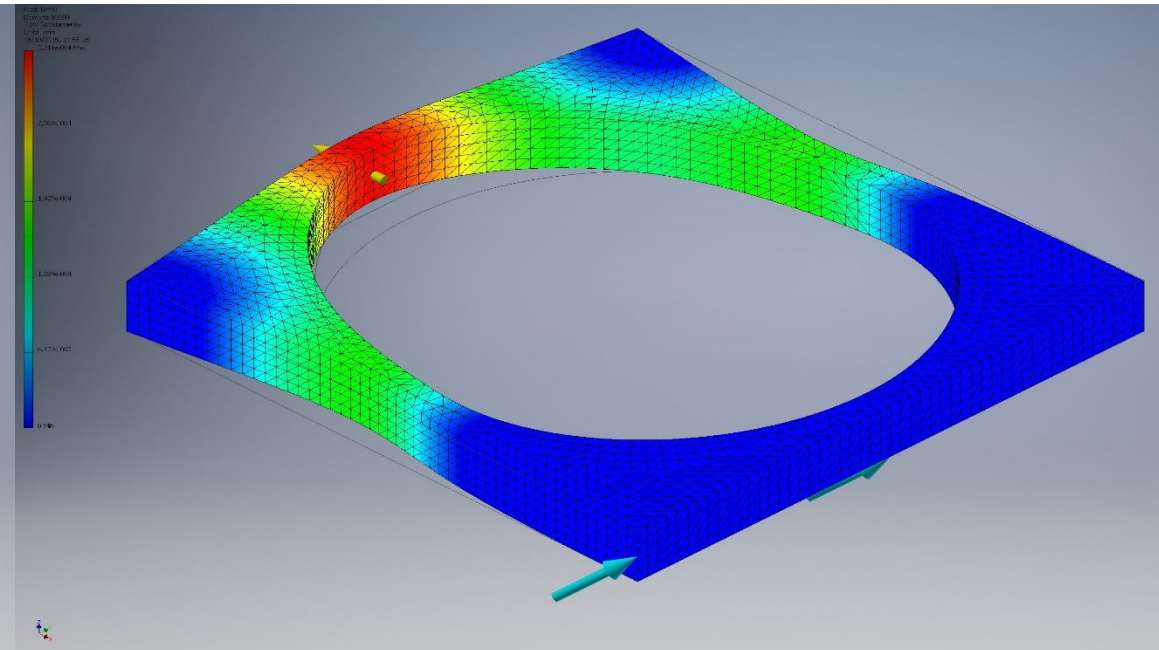
$K_t = 2$  per  $d/H = 0,9$  (da manuale Peterson: non viene definito al meglio per questo rapporto; il valore è stato assunto come verosimile)

$$\sigma_{\text{MAX}} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}} = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ MPa}$$

ATTENZIONE: Differenza tra i valori di  $\sigma_{\text{MAX}}$  dovuto ad approssimazione nella determinazione del  $K_t$  e approssimazioni della simulazione



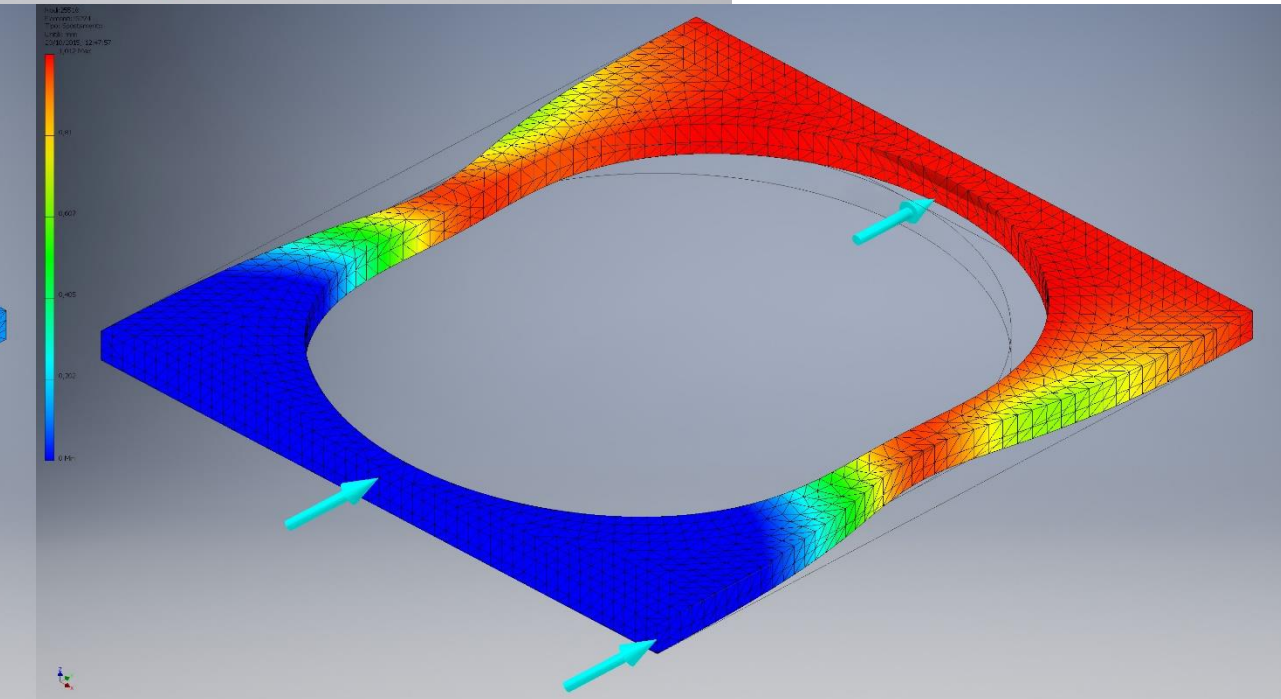
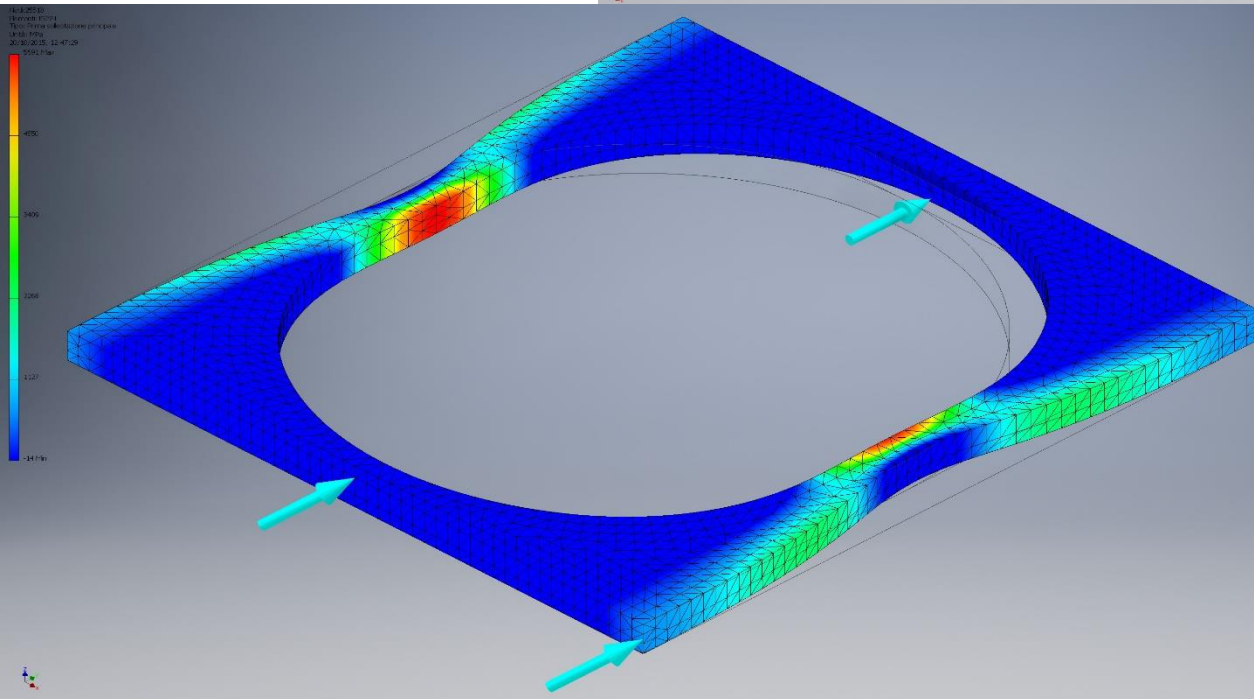
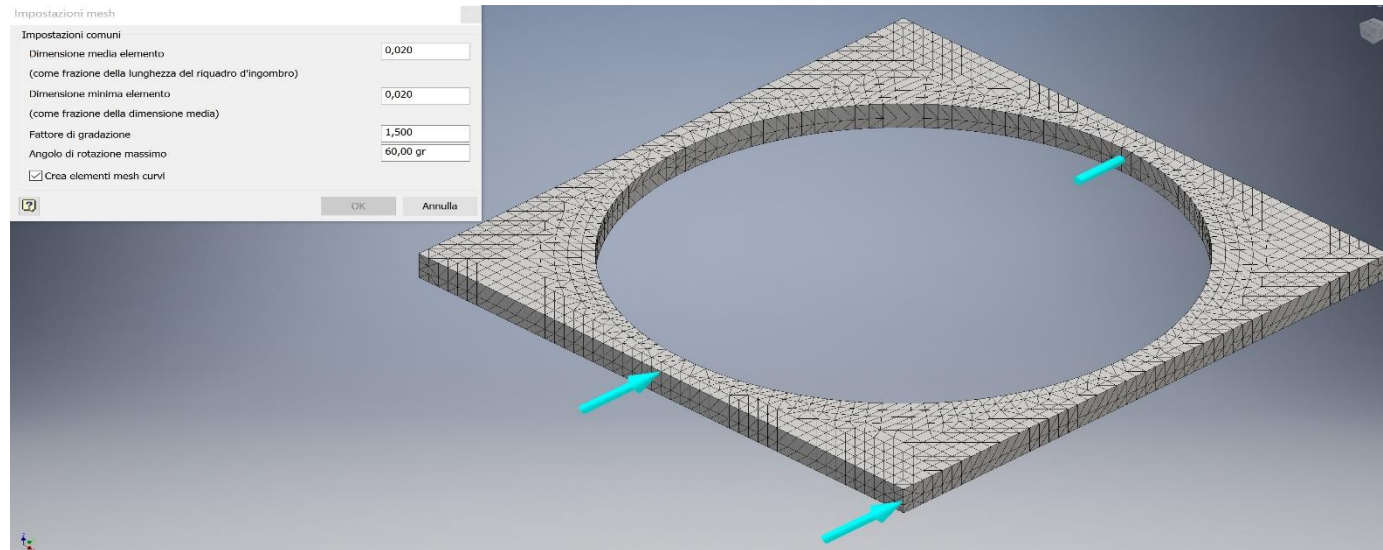
Prima sollecitazione:  $\sigma_{\text{MAX}} = 0,5292 \text{ MPa}$



Spostamento:  $dL_{\text{MAX}} = 3,211e-004 \text{ mm}$



# ANALISI SPOSTAMENTO IMPOSTO IN DIREZIONE Y CON VALORE PARI A 1 MM





## RISULTATI e CONFRONTI (carico distribuito)

Grandezza	D = 0,2L	D = 0,5L	D = 0,9L
$A_{resistente} = [L - (0,n) \cdot L] \cdot S$	800 mm <sup>2</sup>	500 mm <sup>2</sup>	100 mm <sup>2</sup>
$\sigma_{nominale} = F / A_{resistente}$	62,5 MPa	100 MPa	500 MPa
$K_t$	2,55	2,15	2,0
$\sigma_{teor} = K_t * \sigma_{nominale}$	159,4 MPa	215 MPa	1000 MPa
$\sigma_{reale}$ (sim. Inventor)	165,6 MPa	254,4 MPa	2646 MPa
$K_{simulazione} = \frac{\sigma_{reale}}{\sigma_{teorico}}$	1,04	1,18	2,6

## RISULTATI e CONFRONTI (carico puntuale)

Grandezza	D = 0,2L	D = 0,5L	D = 0,9L
$A_{resistente} = [L - (0,n) \cdot L] \cdot S$	800 mm <sup>2</sup>	500 mm <sup>2</sup>	100 mm <sup>2</sup>
$\sigma_{nominale} = F / A_{resistente}$	0,0125 MPa	0,02 MPa	0,1 MPa
$K_t$	2,55	2,15	2,0
$\sigma_{teor} = K_t * \sigma_{nominale}$	0,032 MPa	0,043 MPa	0,2 MPa
$\sigma_{reale}$ (sim. Inventor)	0,033 MPa	0,059 MPa	0,5292 MPa
$K_{simulazione} = \frac{\sigma_{reale}}{\sigma_{teorico}}$	1,03	1,37	2,65

## 5. ALBERO CON GOLA DI SCARICO

Analisi delle sollecitazioni rilevate in albero con gola di scarico circonferenziale di raggio pari a  $r = 5\text{mm}$  dovute a carichi esterni di momento flettente e torcente.

L'albero con gola di scarico è vincolato nel seguente modo:

- Vincolo di incastro sulla faccia di sinistra

L'albero con gola di scarico è caricato esternamente nel seguente modo (come da figura seguente):

- Momento torcente sulla faccia di destra lungo l'asse  $z$
- Momento flettente sulla faccia di destra lungo l'asse  $x$

### **CARATTERISTICHE GEOMETRICHE:**

Diametro esterno  $D = 90\text{ mm}$

Diametro interno  $d = 80\text{ mm}$

Raggio gola circonferenziale  $r = 10\text{ mm}$

### **CARATTERISTICHE DELLA SOLLECITAZIONE:**

Momento flettente  $M_f = 4,5\text{ kNm}$

Momento torcente  $M_t = 6\text{ kNm}$

# ALBERO CON GOLA DI SCARICO CIRCONFERENZIALE

Impostazioni mesh

Impostazioni comuni

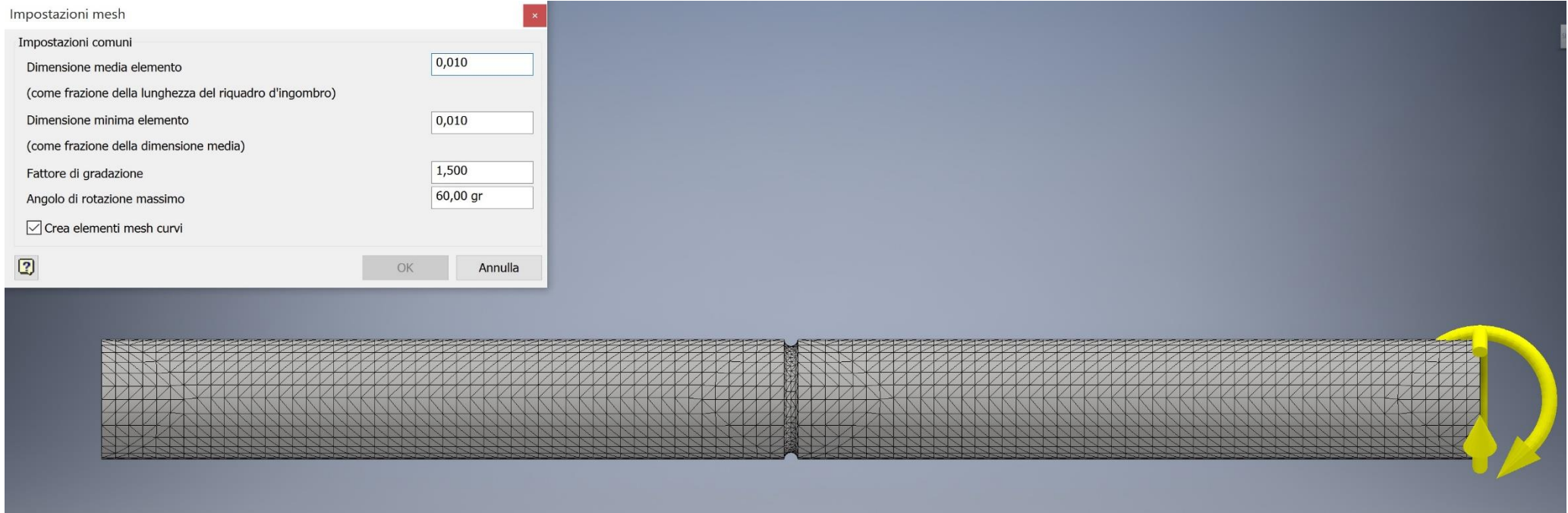
Dimensione media elemento   
(come frazione della lunghezza del riquadro d'ingombro)

Dimensione minima elemento   
(come frazione della dimensione media)

Fattore di gradazione

Angolo di rotazione massimo

Crea elementi mesh curvi

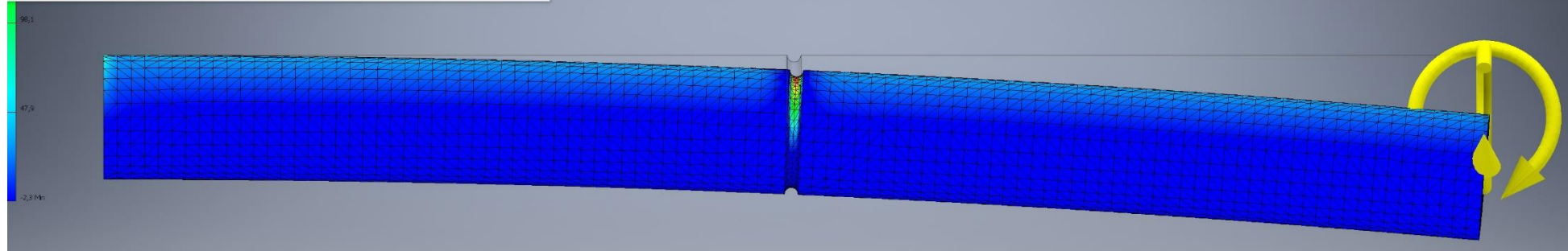


MATERIALE	Acciaio	
CARATTERISTICHE GENERALI	Densità della massa	7,85 g/cm <sup>3</sup>
	Resistenza allo snervamento	207 MPa
	Resistenza massima a trazione	345 MPa
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE	Modulo di Young	210 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	80,7692 GPa

Immagine esemplificativa del posizionamento dei vincoli e del lato dove vengono applicate le sollecitazioni

Impostazioni mesh

Impostazioni comuni	
Dimensione media elemento (come frazione della lunghezza del riquadro d'ingombro)	<input type="text" value="0,010"/>
Dimensione minima elemento (come frazione della dimensione media)	<input type="text" value="0,010"/>
Fattore di gradazione	<input type="text" value="1,500"/>
Angolo di rotazione massimo	<input type="text" value="60,00 gr"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Crea elementi mesh curvi	
<input type="button" value="OK"/>	<input type="button" value="Annulla"/>



$$\sigma_{\text{nom}} = (32 M_f) / (\pi d^3) = (32 \cdot 4500000) / (\pi \cdot 80^3) = 90 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{nom}} = (16 M_t) / (\pi d^3) = (16 \cdot 6000000) / (\pi \cdot 80^3) = 60 \text{ MPa}$$

$$K_{\text{t-flex.}} = 2,2 ; K_{\text{t-tors.}} = 1,6$$

$$\sigma_z = \sigma_{\text{nom}} \cdot K_{\text{t-flex.}} = 90 \cdot 2,2 = 197 \text{ MPa}$$

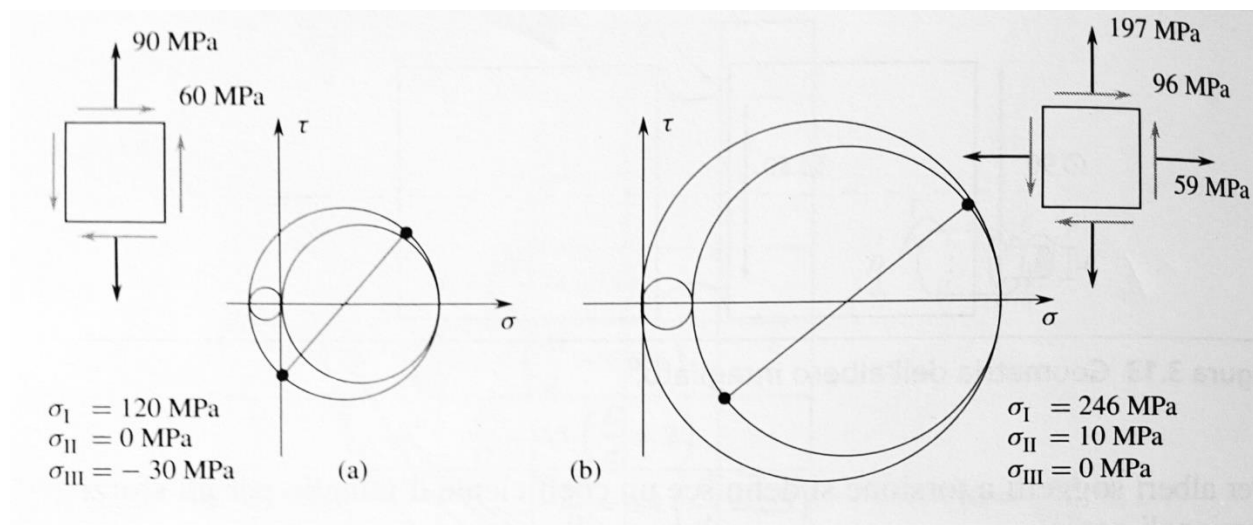
$$\sigma_{\theta} = \nu \cdot \sigma_z = 0,3 \cdot 197 = 59 \text{ MPa}$$

$$\tau_{z\theta} = \tau_{\text{nom}} \cdot K_{\text{t-tors.}} = 60 \cdot 1,6 = 96 \text{ MPa}$$

Sforzi massimi di scorrimento:  $\tau_{\text{MAX}} = 123 \text{ MPa}$  (albero intagliato)

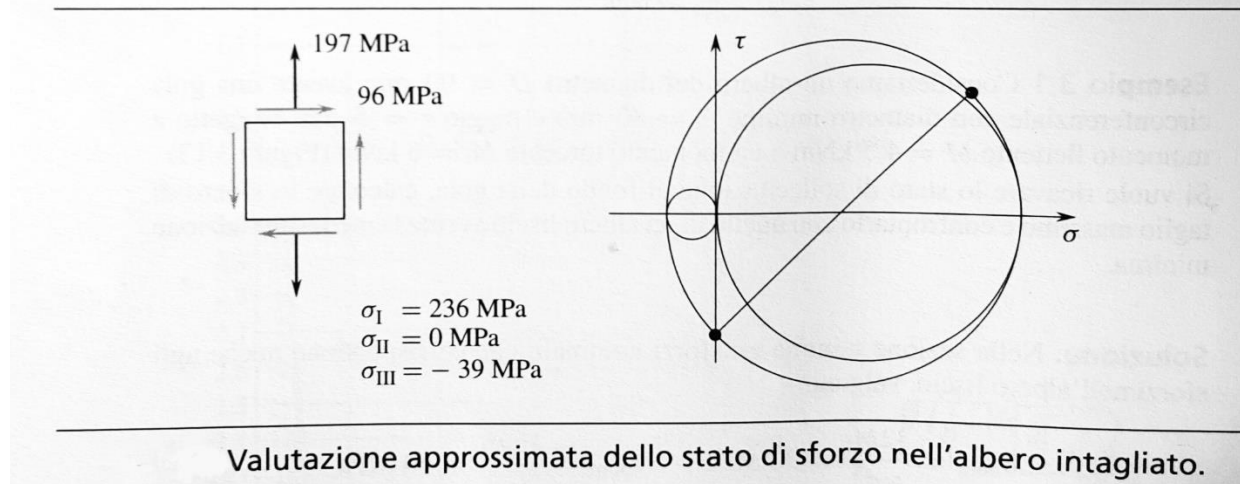
$$\tau_{\text{MAX}} = 123 \text{ MPa} \text{ (albero liscio)}$$

## RAPPRESENTAZIONI DELLO STATO DI SFORZO MEDIANTE CERCHI DI MOHR E VALUTAZIONE $\sigma_{MAX}$



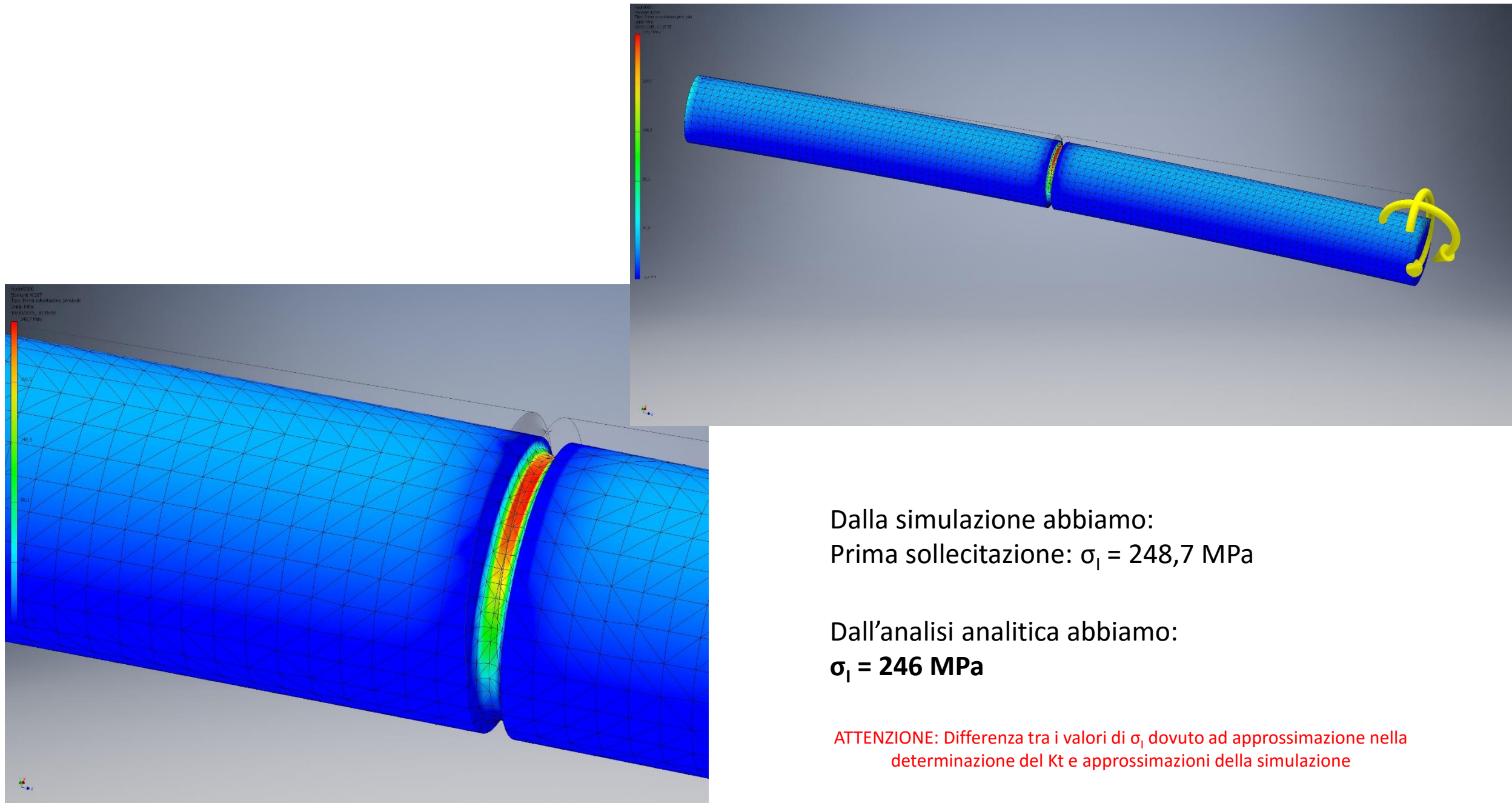
Stato di sforzo agente: (a) albero liscio; (b) albero intagliato.

$\sigma_I = 246$  MPa -> da valutare rispetto alla simulazione fatta con Inventor



Valutazione approssimata dello stato di sforzo nell'albero intagliato.

$\sigma_I = 236$  MPa -> se si trascura lo sforzo circonferenziale  
 $\sigma_\theta = \nu \cdot \sigma_z = 0,3 \cdot 197 = 59$  MPa



# 6. RISULTATI E CONCLUSIONI

## 6.1 ALBERI sollecitati esternamente da carichi puntuali e a momenti

Per quanto riguarda il confronto tra i valori delle reazioni vincolari risultanti per via analitica (effettuate con calcoli manuali) e ciò che risulta dall'analisi al simulatore si notano alcune differenze dovute a:

- ✓ I vincoli **NON** sono posizionati in modo puntuale poiché Inventor non lo consente, ma sono applicati nel mezzo di due sezioni prossime con **superficie interna di spessore pari 0,2 mm** (il minimo applicabile)
- ✓ I carichi **NON** sono posizionati in modo puntuale poiché Inventor non lo consente, ma sono applicati nel mezzo di due sezioni prossime con **superficie interna di spessore pari 0,2 mm** (il minimo applicabile)

La **NON applicabilità**, dunque, della **teoria della trave di De Saint Venant** e il calcolo del simulatore tramite FEM ci produce queste discrepanze di cui bisogna tener conto quando si effettua questo tipo di analisi.



## 6.1 ALBERI sollecitati esternamente da carichi puntuali e a momenti – ANALISI TENSIONALE

Grandezza	Albero 2	Albero 3	Albero 10
$M_{fMAX}$	125 N mm	250 N mm	1000 N mm
$W_f = (\pi d^3)/32$	98,17 mm <sup>3</sup>	98,17 mm <sup>3</sup>	98,17 mm <sup>3</sup>
$d$	10	10	10
$\sigma_{nom} = M_{fMAX} / W_f$	1,27 MPa	2,54 MPa	10,19 MPa
$\sigma_{reale}$ (sim. Inventor)	1,81 MPa	4,31 MPa	19,63 MPa
$K_{simulazione} = \frac{\sigma_{reale}}{\sigma_{teorico}}$	1,75	1,70	1,92

- ✓ I vincoli e i carichi **NON** sono posizionati in modo puntuale poiché Inventor non lo consente, ma sono applicati nel mezzo di due sezioni prossime con **superficie interna di spessore pari 0,2 mm** (il minimo applicabile)
- ✓ Tra le due mesh utilizzate quella che fornisce risultati migliori è quella che ha le seguenti caratteristiche:
 

Dimensione media elemento = 0,020	Dimensione minima elemento = 0,020
Fattore di gradazione = 1,5	Angolo di rotazione massimo = 60,00 gr

## 6.2 PIASTRA FORATA con sollecitazione di pressione (carico distribuito)

Grandezza	D = 0,2L	D = 0,5L	D = 0,9L
$A_{resistente} = [L - (0,n) \cdot L] \cdot S$	800 mm <sup>2</sup>	500 mm <sup>2</sup>	100 mm <sup>2</sup>
$\sigma_{nominale} = F / A_{resistente}$	62,5 MPa	100 MPa	500 MPa
$K_t$	2,55	2,15	2,0
$\sigma_{teor} = K_t * \sigma_{nominale}$	159,4 MPa	215 MPa	1000 MPa
$\sigma_{reale}$ (sim. Inventor)	165,6 MPa	254,4 MPa	2646 MPa
$K_{simulazione} = \frac{\sigma_{reale}}{\sigma_{teorico}}$	1,04	1,18	2,6

- ✓ La distribuzione delle tensioni è simmetrica solamente rispetto al piano verticale e non a quello orizzontale
- ✓ La dimensione del foro per la quale i risultati teorici sono più simili a quelli reali è quella di 0,2L
- ✓ Tra le due mesh utilizzate quella che fornisce risultati migliori è quella che ha le seguenti caratteristiche:

Dimensione media elemento = 0,020

Dimensione minima elemento = 0,020

Fattore di gradazione = 1,5

Angolo di rotazione massimo = 60,00 gr

### 6.3 PIASTRA FORATA con sollecitazione di forza puntuale

Grandezza	D = 0,2L	D = 0,5L	D = 0,9L
$A_{resistente} = [L - (0,n) \cdot L] \cdot S$	800 mm <sup>2</sup>	500 mm <sup>2</sup>	100 mm <sup>2</sup>
$\sigma_{nominale} = F / A_{resistente}$	0,0125 MPa	0,02 MPa	0,1 MPa
$K_t$	2,55	2,15	2,0
$\sigma_{teor} = K_t * \sigma_{nominale}$	0,032 MPa	0,043 MPa	0,2 MPa
$\sigma_{reale}$ (sim. Inventor)	0,033 MPa	0,059 MPa	0,5292 MPa
$K_{simulazione} = \frac{\sigma_{reale}}{\sigma_{teorico}}$	1,03	1,37	2,65

- ✓ La distribuzione delle tensioni è simmetrica solamente rispetto al piano verticale e non a quello orizzontale
- ✓ La dimensione del foro per la quale i risultati teorici sono più simili a quelli reali è quella di 0,2L
- ✓ Tra le due mesh utilizzate quella che fornisce risultati migliori è quella che ha le seguenti caratteristiche:

Dimensione media elemento = 0,020

Dimensione minima elemento = 0,020

Fattore di gradazione = 1,5

Angolo di rotazione massimo = 60,00 gr

## 6.4 PIASTRA FORATA con vincolo di spostamento imposto pari a 1 mm

- ✓ L'andamento delle tensioni è simmetrico rispetto a due piani, orizzontale e verticale
- ✓ La simmetria, come le deformazioni sono migliori e maggiormente controllate